Vortrags-Vorspann

Plot2-oetz2.exe

Datei:

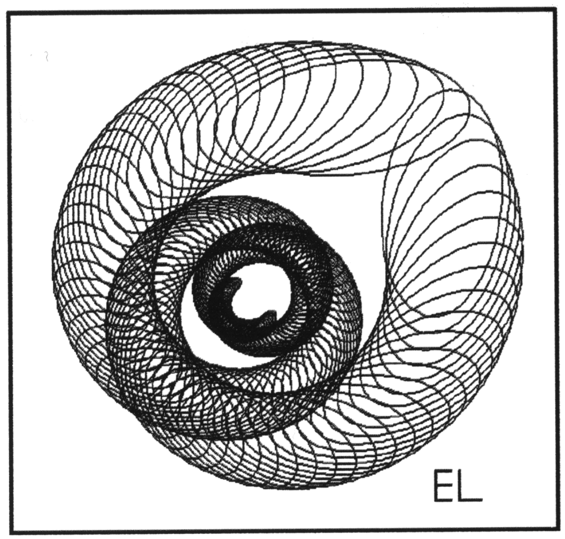
DiffQuot-Animation-mehrere.pl2

Bausteine / Module mit Parametern

im Mathematik-Unterricht

der Sekundarstufen 1 und 2

Mainz, TI-Regionaltagung, 11.3.-12.3.2005



Verwendete Software:

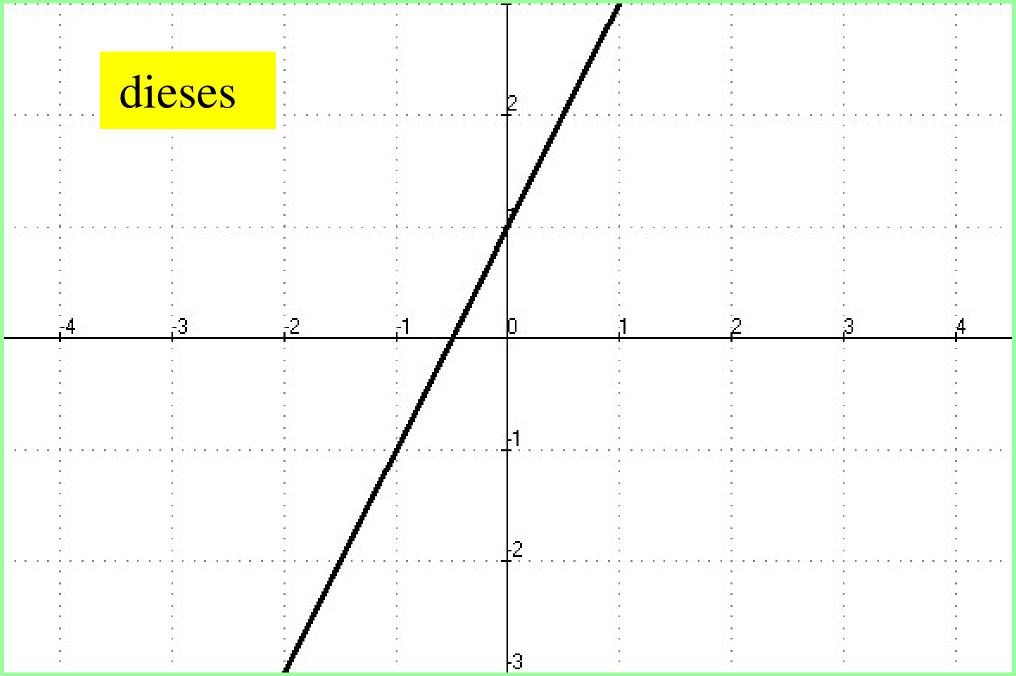
- Voyage 200
- Animato

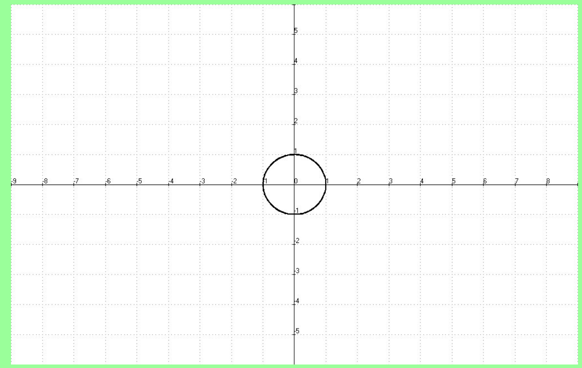
Dr. Eberhard Lehmann, Berlin

mirza@snafu.de --- www.snafu.de/~mirza

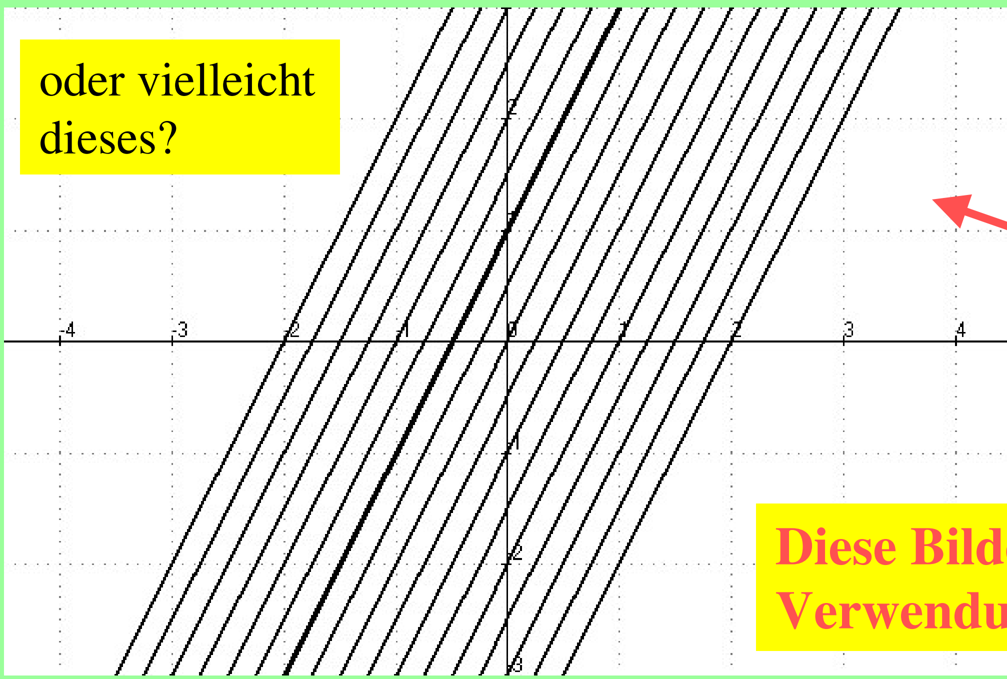
Welches Bild ist herausfordernder für Schülerfragen?

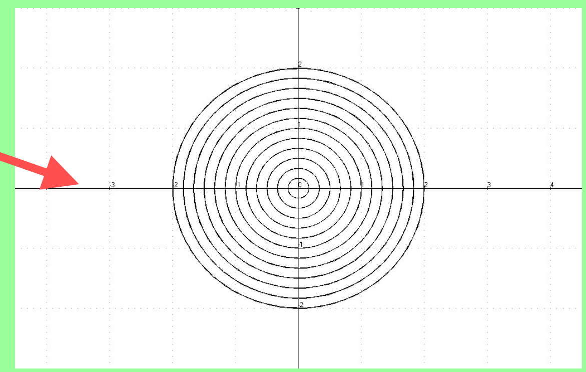
dieses





oder vielleicht dieses?

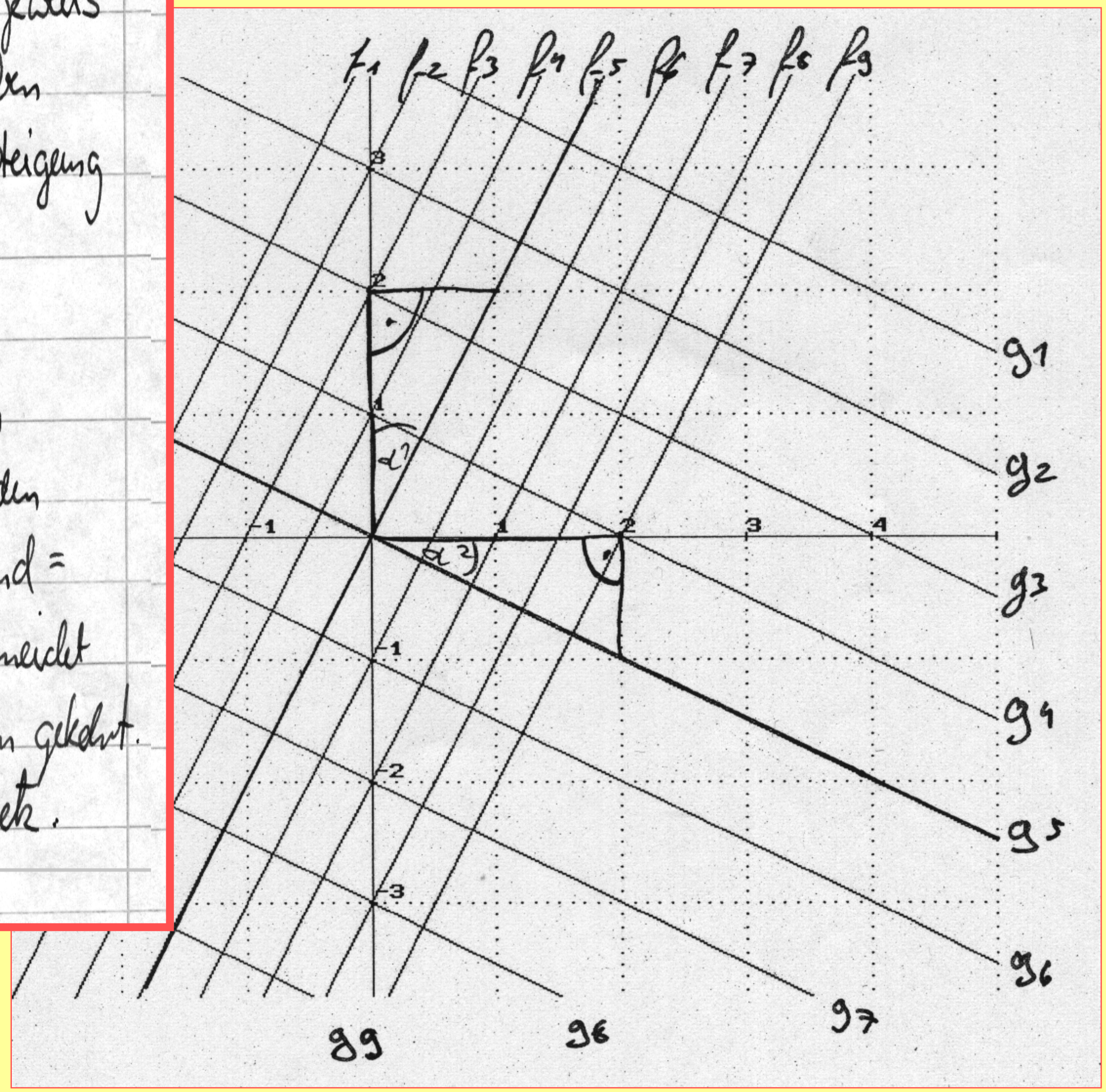




Diese Bilder rufen nach der Verwendung von Parametern!

Offene Aufgaben, Klasse 9/8

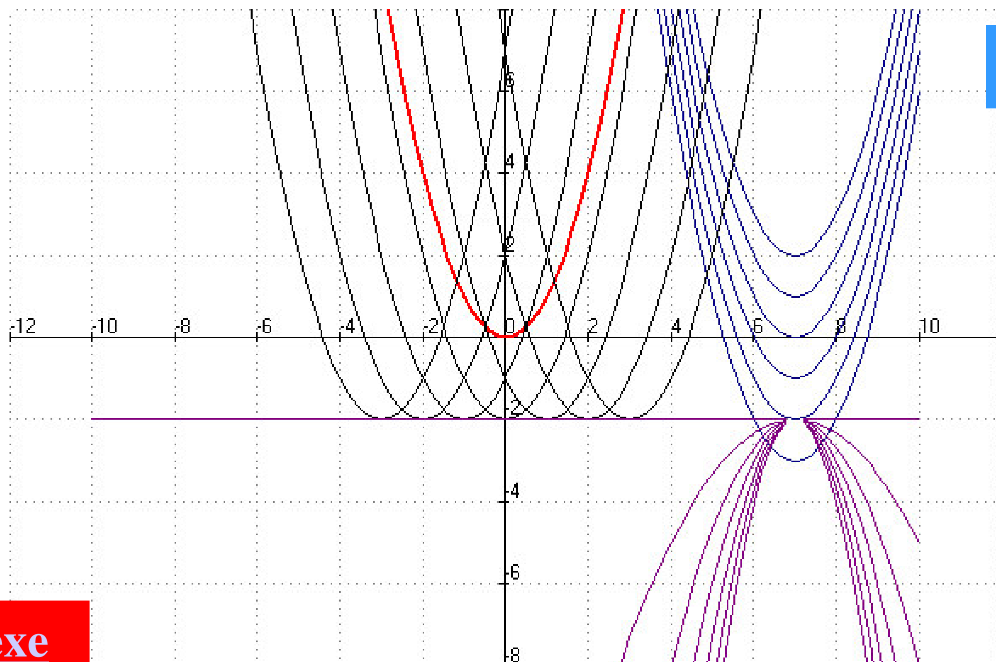
Im Koordinatensystem wird ein Gitternetz abgebildet. Es besteht aus neun parallel zueinander verlaufenden Geraden die jeweils den gleichen Abstand voneinander haben (Abstand = 0,7 cm) und die gleiche Steigung besitzen ($y = 2x + t$). Auf diesen neun Geraden liegen andere neun Geraden im 90° Winkel. Auch diese besitzen die gleiche Steigung ($\frac{-0{,}5}{1}x + t = y$) und den gleichen Abstand voneinander (Abstand = 1,4 cm). Jede Gerade $y = 2x + t$ schneidet alle Geraden $y = \frac{-0{,}5}{1}x + t$ und umgekehrt. Zusammen ergeben sie ein Gitternetz.



Ein erstes Beispiel- ein Parabelbaustein

ANIMATO
f1: a*(x-b)^2+c
f2: f1(1,0,0)
f3: f1(1,7,u)
f4: f1(1,v,-2)
f5: {f1(v,7,-2)<-2:f1(v,7,-2):undef}

TI-Voyage
a(x-b)^2+c → parabel(x,a,b,c)*
parabel(x,1,0,0) → y1(x)
parabel(x,1,7,u)|u = {…} → y2(x)
parabel(x,1,v,-2)|v = {…} → y3(x)

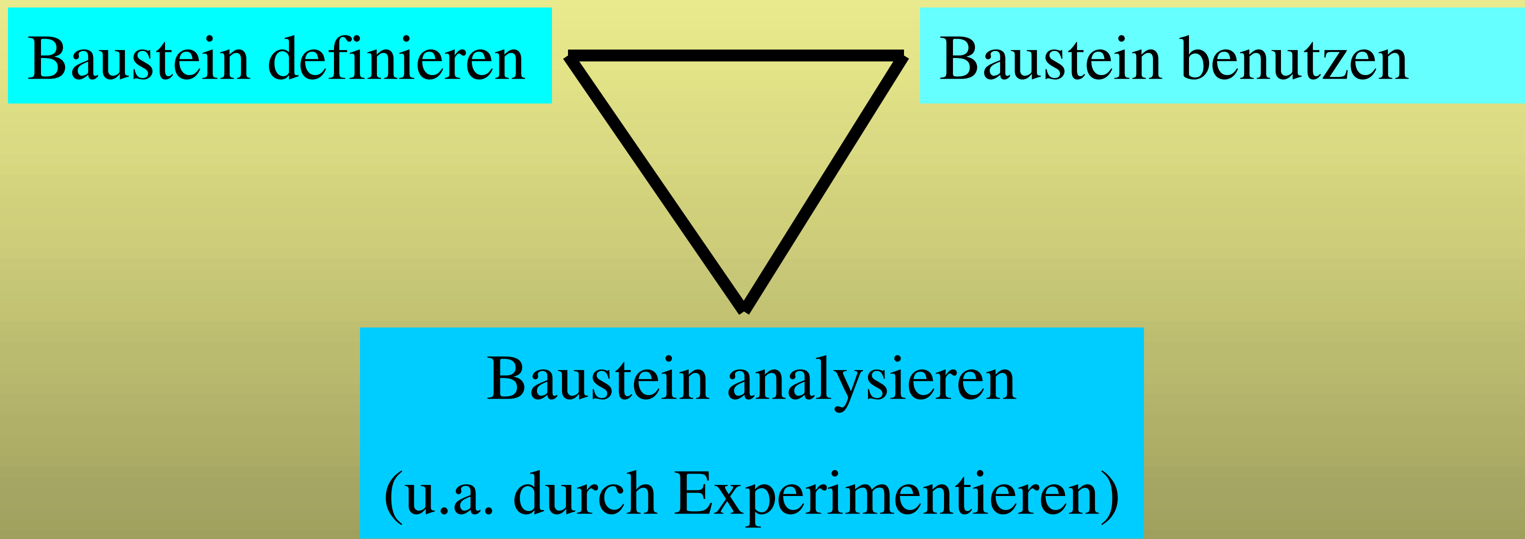


Parabel-a-b-c.pl2

Plot2-oetz2.exe

Das Bausteindreieck

und seine Verwendung im Unterricht



Weitere Beispiele für das Arbeiten mit Parametern (Voyage 200)

Geradenbaustein	define gerade(x,a,b,m) = b+m*(x-a)
	Animato: Geraden-durch-3-1.pl2
	Animato: Geraden-durch-a-b.pl2
Differenzenquotient	define diffqt(x,h)= ((f(x+h)-f(x)) / h
Plot2-oetz2.exe	*Animato: DifferQuot-Animation.pl2*
Summe, Folge	sum(seq(i^3-i^2,i,1,5)) 170
(vordefiniert)	expand(seq((a+b)^n,n,1,3)
	{a+b, a^2+2ab+b^2,a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}
Binomische Formel	define binomi(a,b,n) = (a+b)^n

Das Bausteindreieck >>>

Formeln der Sek.1

Bino(a,b,n)= (a+b)^2 = a^2+2ab+b^2

(a -b)^3 = a^3+3a^2b+3ab^2+b^3

Der Blick wird auf die Parameter gelenkt:

f(x,m,n)= f(x) = m*x+n

g(x,a,b,c)= g(x) = a*x^2+b*x+c

Pytha(a,b,c)= a^2+b^2=c^2

V(r,h)= V = 2πr*(r+h) Zylindervolumen

Abst(ax,ay,bx,by) |AB| = sqrt((ax-bx)^2+(ay-by)^2)

usw.

Das Benutzen von Modulen / Bausteinen ist also nicht grundsätzlich neu für unseren Mathematik-Unterricht.

Neu ist die Fokussierung der Formeln auf die auftretenden Parameter und die Ausnutzung der speziellen Möglichkeiten von Computerprogrammen zur Arbeit mit Bausteinen - in der Algebra und der Geometrie.

Warum sind Bausteine (Module) mit Parametern für den Mathematik-Unterricht so wichtig?
Diese Frage wird später beantwortet!

Das Vortragsprogramm

1) Ein Baustein für Parabeln mit drei Parametern

2) Geradenbaustein (von der Mathematik zur Kunst)

3) Abstandsberechnungen - ein Baustein mit vier Parametern

- in Klasse 9
- im Leistungskurs

4) Das Bausteindreieck

5) Weitere Bausteine mit Parametern

Geradenbaustein - von der Mathematik zur Kunst

Zeichne (an einem Computer) möglichst viele Geraden durch den Punkt P(3, 1)!

Lösung: Die Schüler zeichnen in der Regel zunächst einige sich sofort anbietende Geraden, etwa mit den Gleichungen y = 1, y = x–2 (Parallele zu y = x). Es dauert nicht lange bis weitere Geraden eingetragen werden und die Frage nach einer Formel entsteht. Diese wird dann als Baustein definiert:

Punkt (3,1), Steigung m

y–3 = m*(x–1)

y = 3+m*(x–1)

Als Baustein im Voyage-Taschencomputer:
3+m*(x–1) → ger1(x,m,3,1)

Plot2-oetz2.exe
Geraden-durch-3-1.pl2

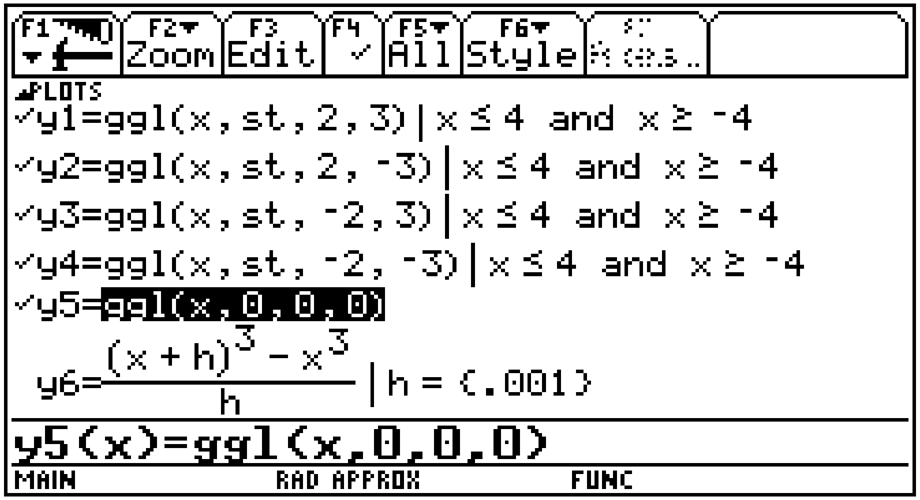
Allgemein: **b+m*(x-a) → ggl(x,m,a,b)**

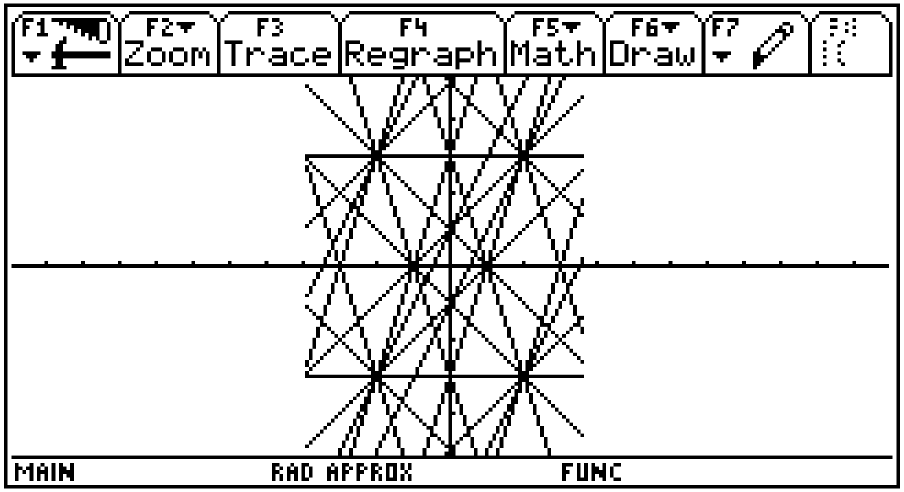
Aufruf: y1(x) = ggl(x,m,3,1)

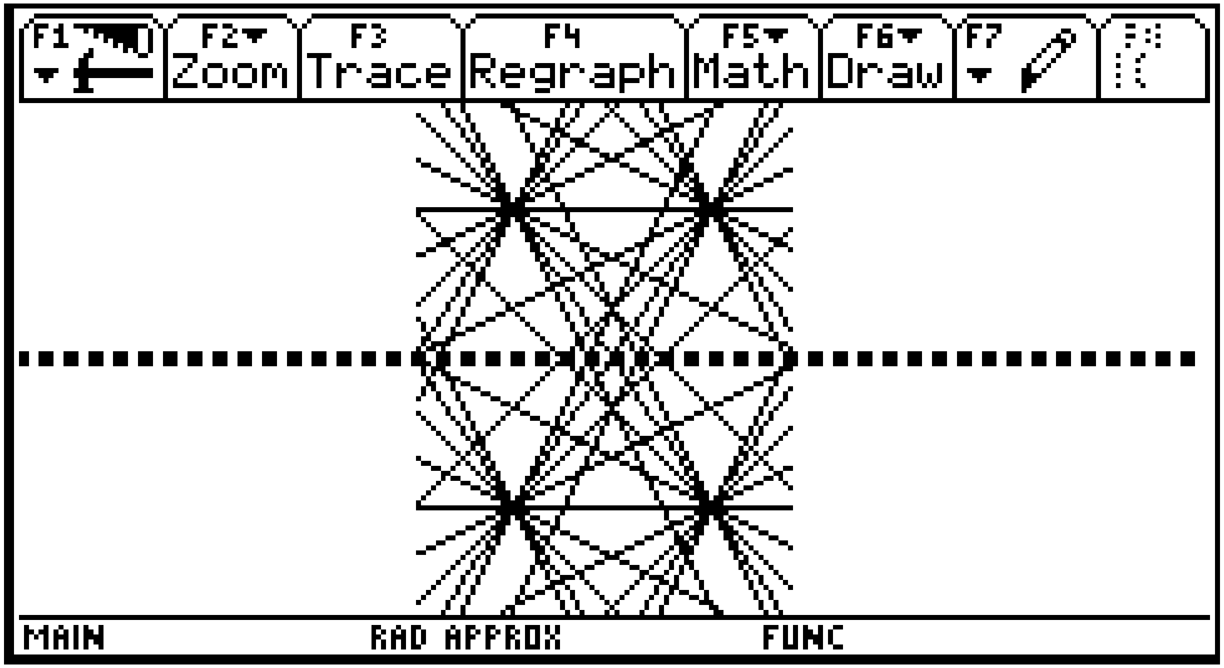
Damit kann man Geradenbüschel an jeder gewünschten Stelle im Kosy platzieren.

Voyage 200: b+m*(x-a)-->ggl(x,m,a,b)

Aufruf: y1(x)=ggl(x,m,3,1)







Kosy ausblenden, mehr Strecken, Baustein erproben

Variationen: Viele Fragestellungen zu Geradenbüscheln

a)Zeichne möglichst viele Geraden durch den Punkt P(3,4).

b)Zeichne möglichst viele Geraden durch den Punkt P(a,b).

c) Zeichne Geradenbüschel durch 18 äquidistant liegende Kreispunkte.

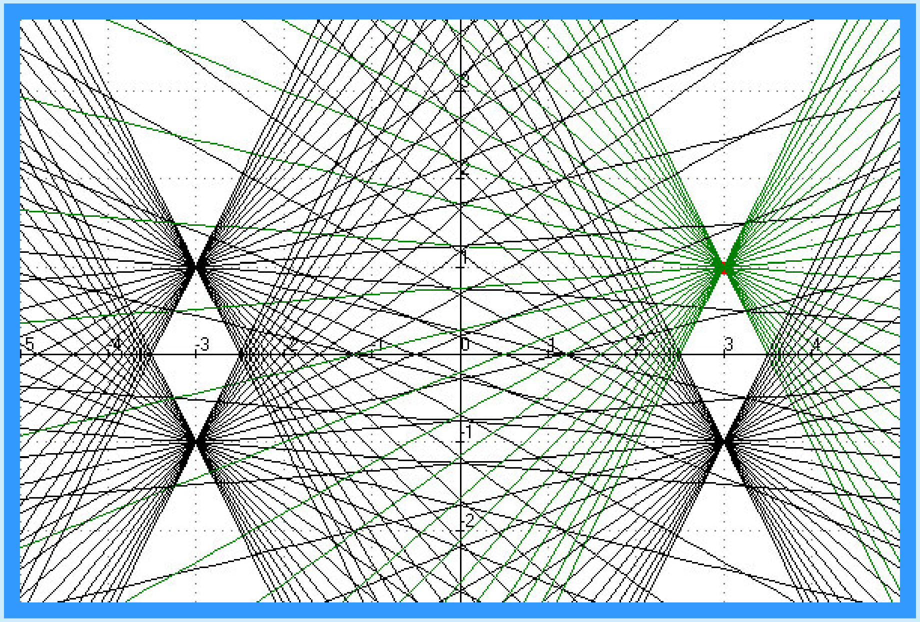
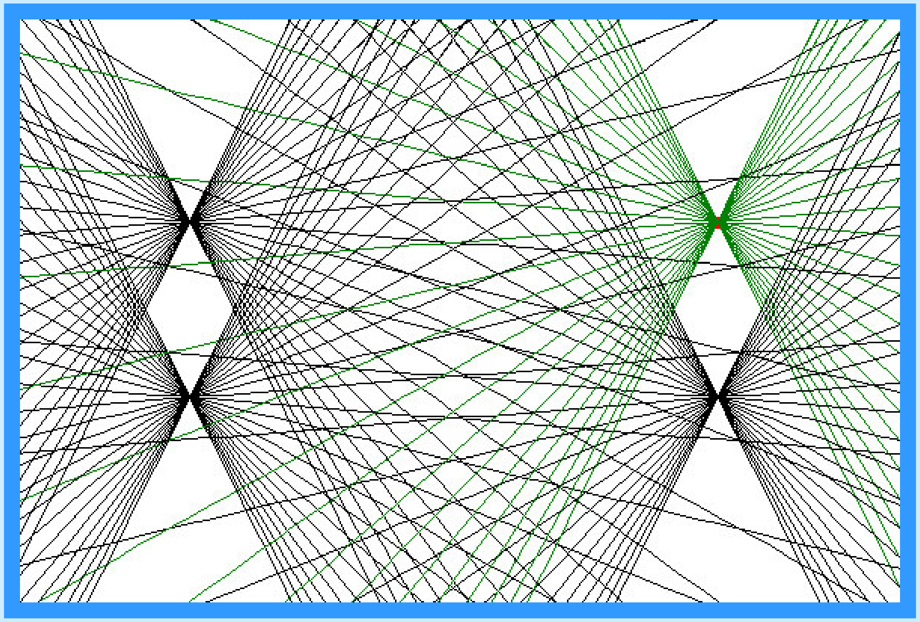
d) Vergrößere dein Bild zu c.

e) Rekonstruiere Bild xxx und wähle andere Positionen der Büschelzentren.

f) Formuliere ähnliche Fragenstellungen für Büschelzentren auf einer Parabel.

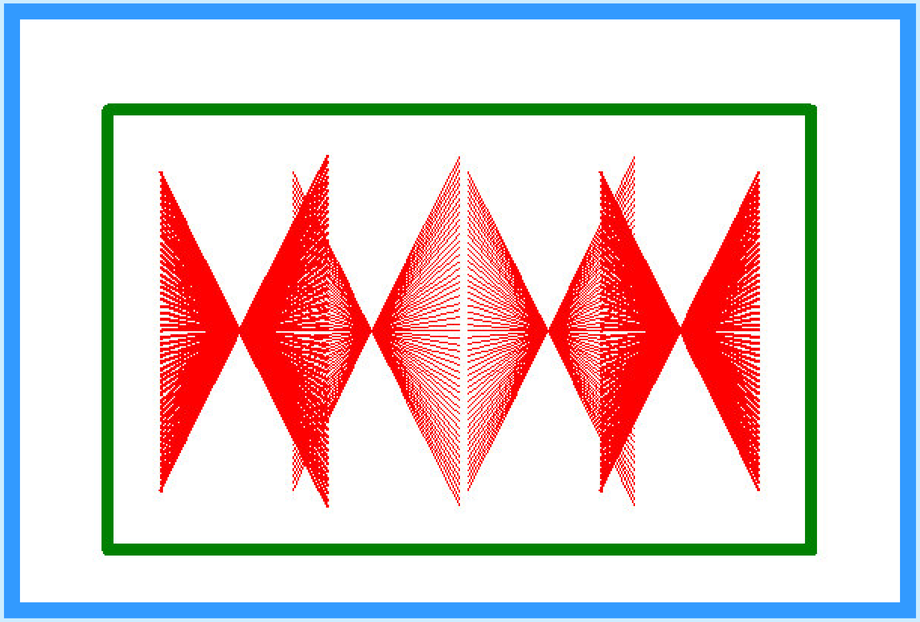
g) Formuliere ähnliche Fragenstellungen für Büschelzentren auf selbstgewählten Kurven.

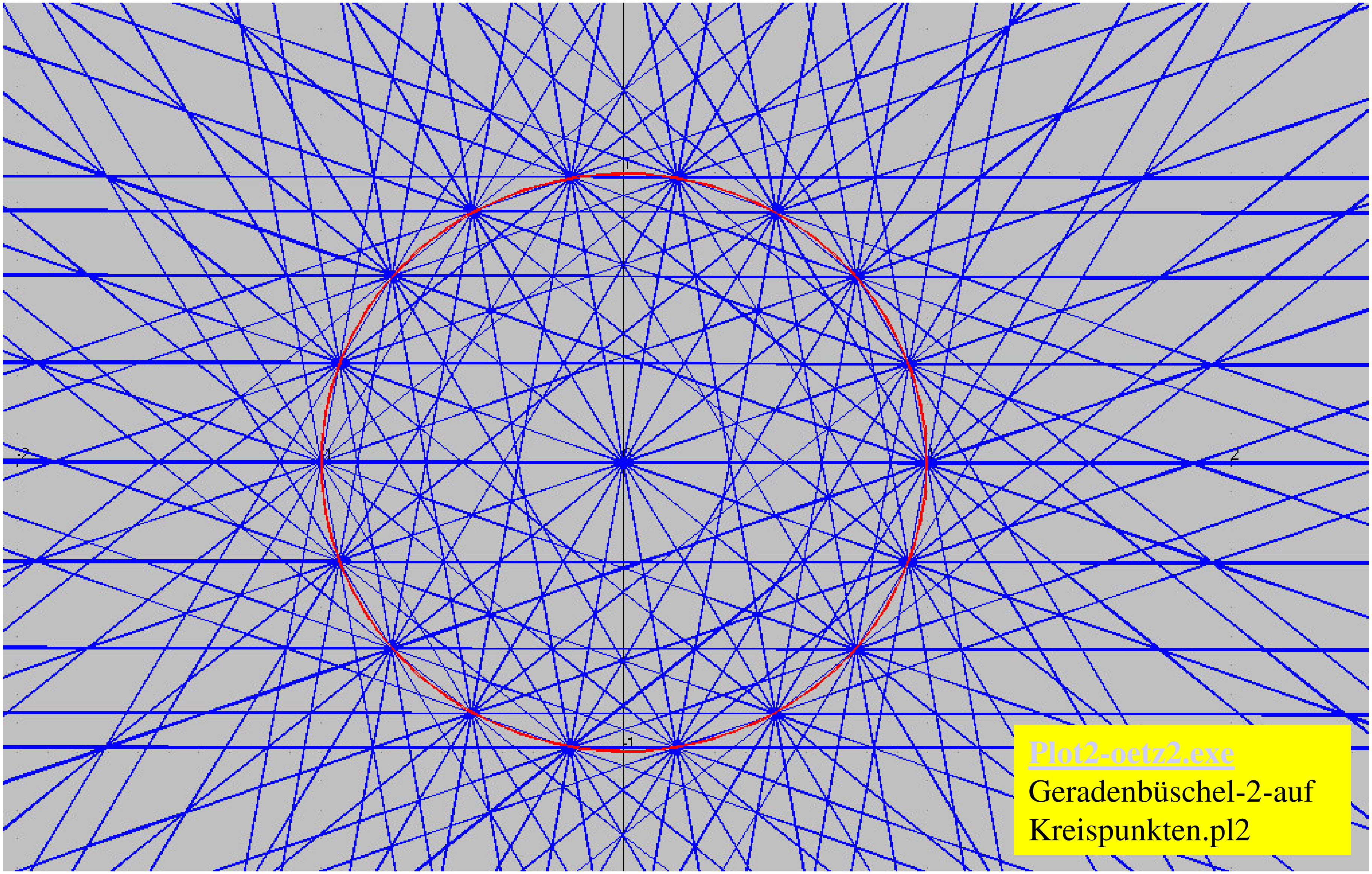
h) Erstelle ein kunstvolles Bild aus Geradenbüscheln.

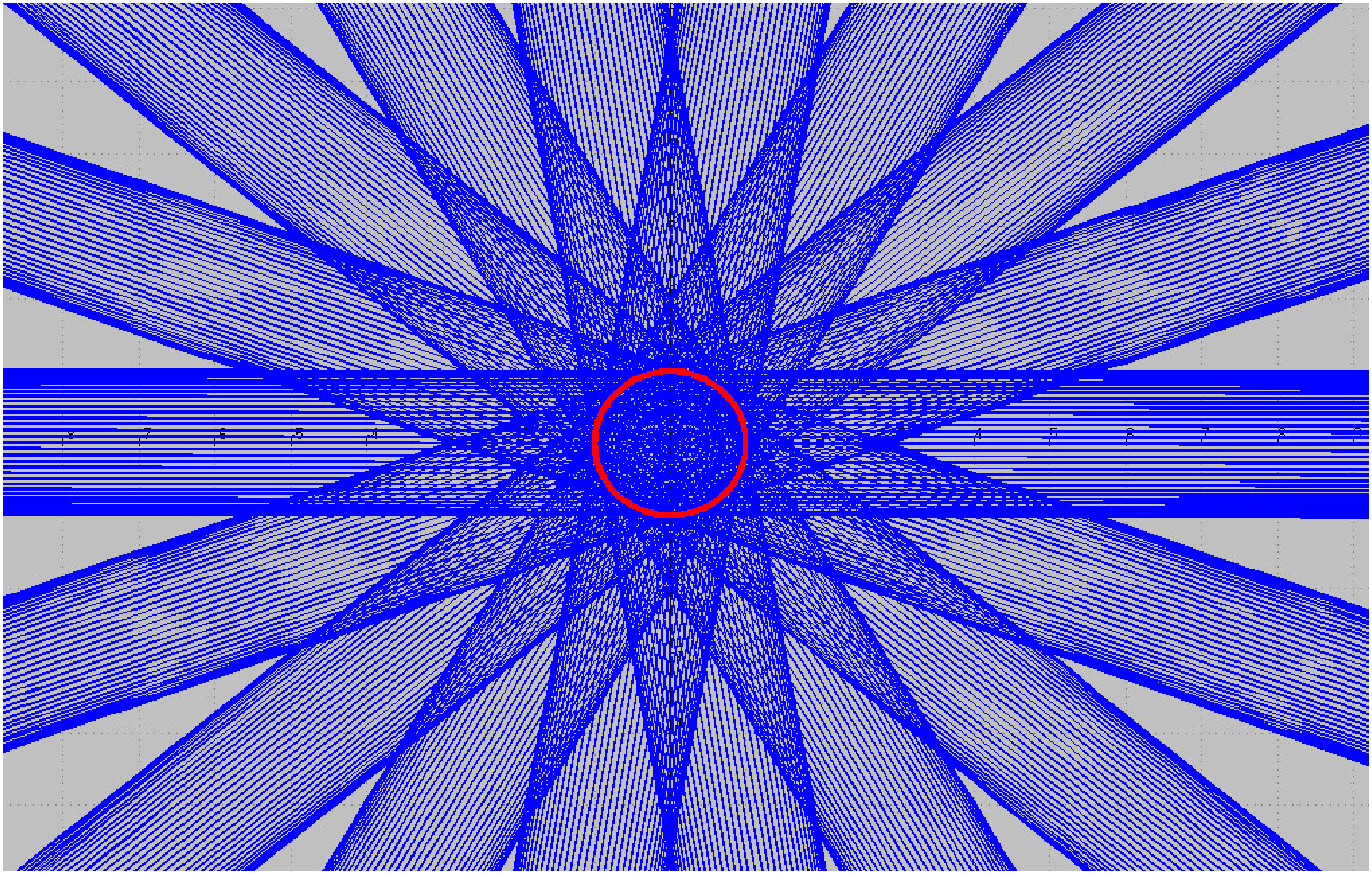
Plot2-oetz2.exe

Geraden-durch-a-b-Kunst.pl2





Die Geradenbüschel-Zentren sind auf einem Kreis angeordnet



Entdecken neuer Eigenschaften durch Vergrößern und Verkleinern

Aus einer Klausuraufgabe (Leistungskurs)

Gegeben ist der Zykloiden-Baustein
a•t – b•sin(t) → zykx(t,a,b)
a – b•cos(t) → zyky(t,a,b)

Speichern Sie den Bausteinaufruf
zykx(t,1,2)
zyky(t,1,2)
im Grafik-Editor unter x1(t) und y1(t).

Aufgabe a) Skizzieren Sie den Graphen von x1(t), y1(t) für t Werte aus dem Intervall I = [0, 4π], maßstabsgetreu auf kariertes Papier. Benutzen Sie ZoomSqr. Beachten Sie dabei charakteristische Punkte.

Wichtiger Hinweis: TI-Eingaben und TI-Ausgaben sind mit Erläuterung übersichtlich zu dokumentieren

Aufgabe b) Bestimmen Sie die t Werte des Punktes, der im Intervall I = [0, 4π], zweimal durchlaufen wird. Geben Sie auch den x- und y-Wert des Punktes an.

Aufgabe c) Erläutern Sie Zusammenhänge zwischen den Rollbewegungen des abgebildeten Fahrrad-Vorderrads für verschiedene Lagen von Punkten (nicht nur auf dem Reifen) und geeigneten Bausteinaufrufen. Fertigen Sie Skizzen an. Beachten Sie auch Sonderfälle. –
Vorgesehene Arbeitszeit etwa 30 Minuten.

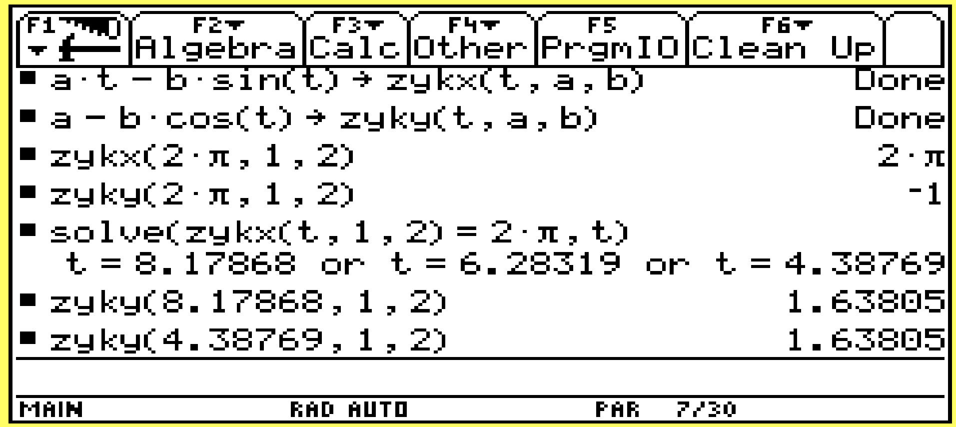
Aufgabe d) Bestimmen Sie die Ableitung dy / dx (allgemein) mit dem Taschencomputer TI-92 (Weg notieren) und danach ausführlich durch Handrechnung. Was ergibt sich für a = b?

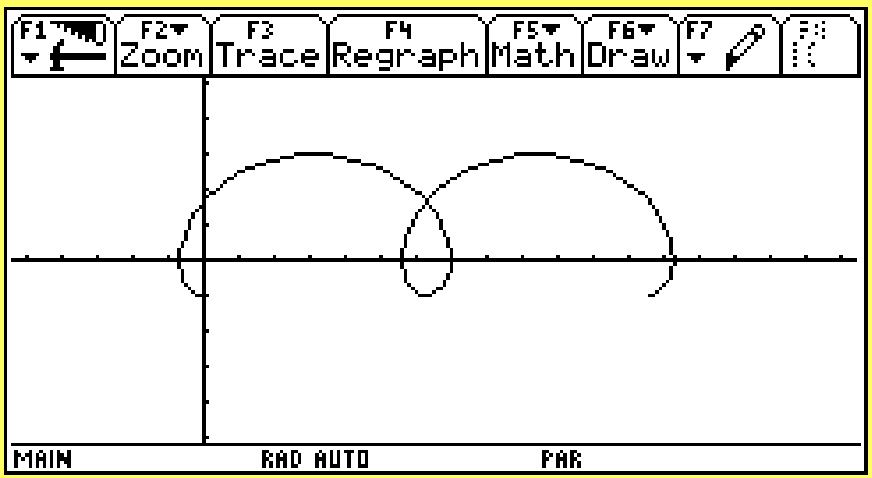
Aufgabe e) Bekanntlich kann man mit (t, y1(t)) die Funktion y1(t) im gleichen Koordiantensystem darstellen wie die Parameterdarstellung (x1(t), y1(t)) ? Führen Sie die Darstellung durch, und skizzieren Sie den Graphen von y1(t) andersfarbig in das Koordinatensystem von Aufgabe a.

Aufgabe f) Berechnen Sie den Flächeninhalt der Fläche zwischen den Graphen von (x1(t), y1(t)) und y1(t) für t aus [0, pi] (fragliche Fläche schraffieren!).

Aufgabenanalyse zu a) und b)

- Eingabe des Bausteins in den Home-Editor
- Eingabe der Aufrufe in den Parameter-Editor
- Erzeugung der Zeichnung in passendem Fenster
- Übernahme der Zeichnung auf kariertes Papier unter Beachtung charakteristischer Punkte.
- *Leicht, aber zeitaufwendig*





Dieses Bild ist von den Schülern zu übernehmen und angemessen zu beschriften.

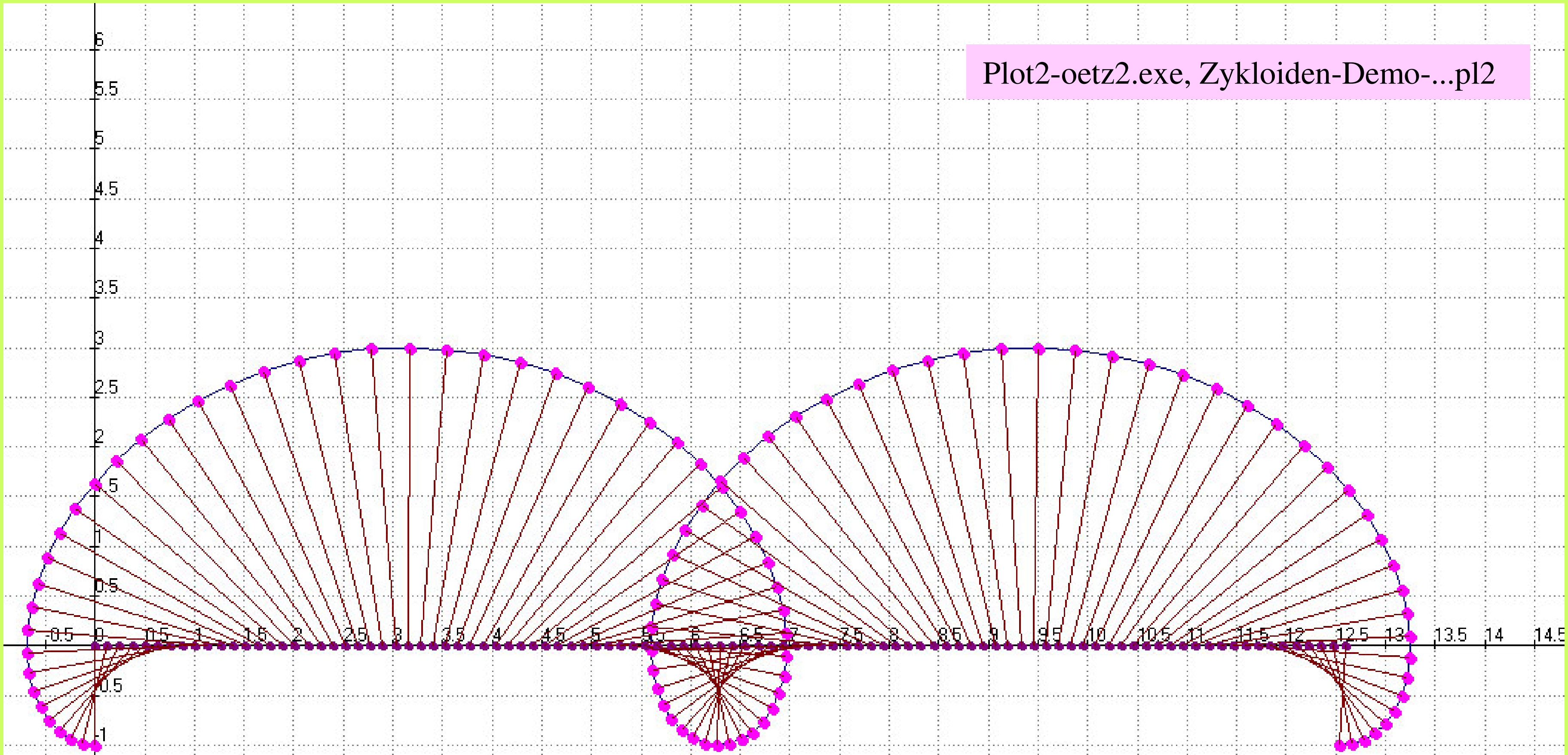
b) Situation erkennen!

Gleichungsansatz

3 Lösungen

die richtigen Lösungen herausfinden

y-Wert berechnen



Zykloiden-Demo

f1: a*t-b*sin(t) = x(t,a,b) **Zykloidenbaustein**

f2: a-b*cos(t) = y(t,a,b)

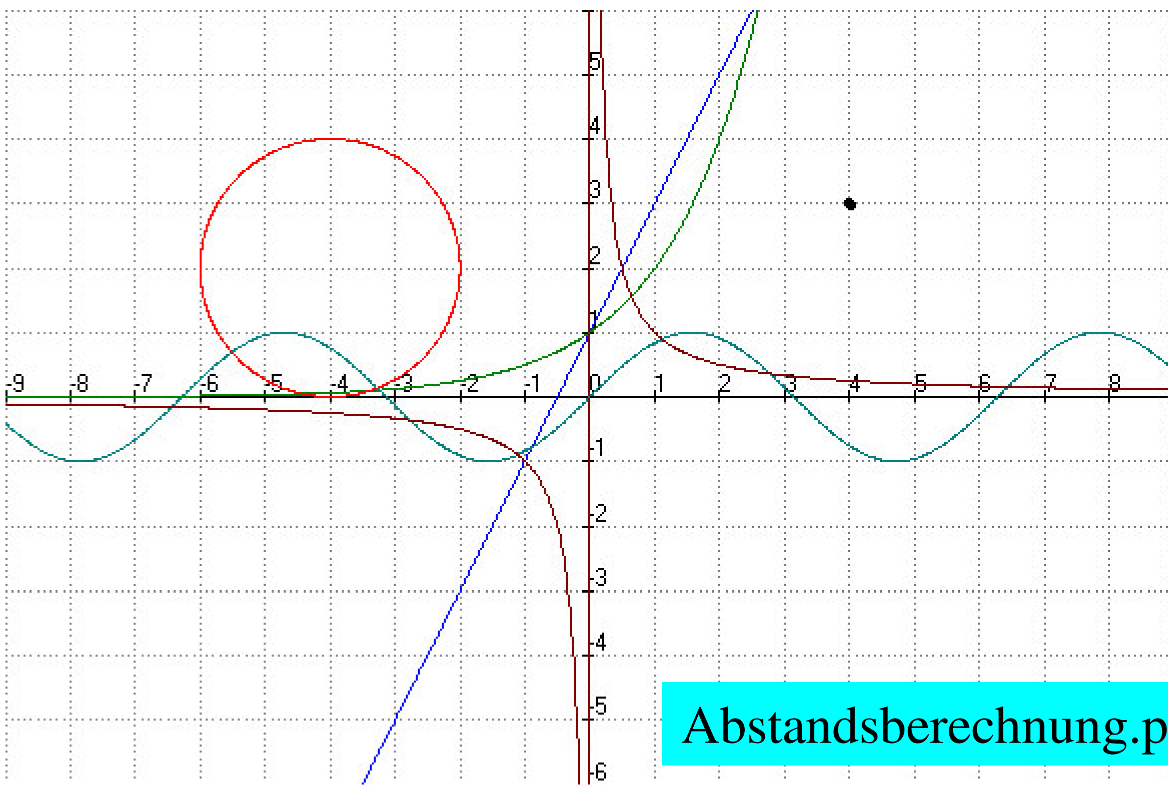
f3: f1(1,2),f2(1,2) 1*t-2*sin(t), 1-2*cos(t), die Zykloide

f4: t,0 so läuft t, wenn f3 erzeugt wird

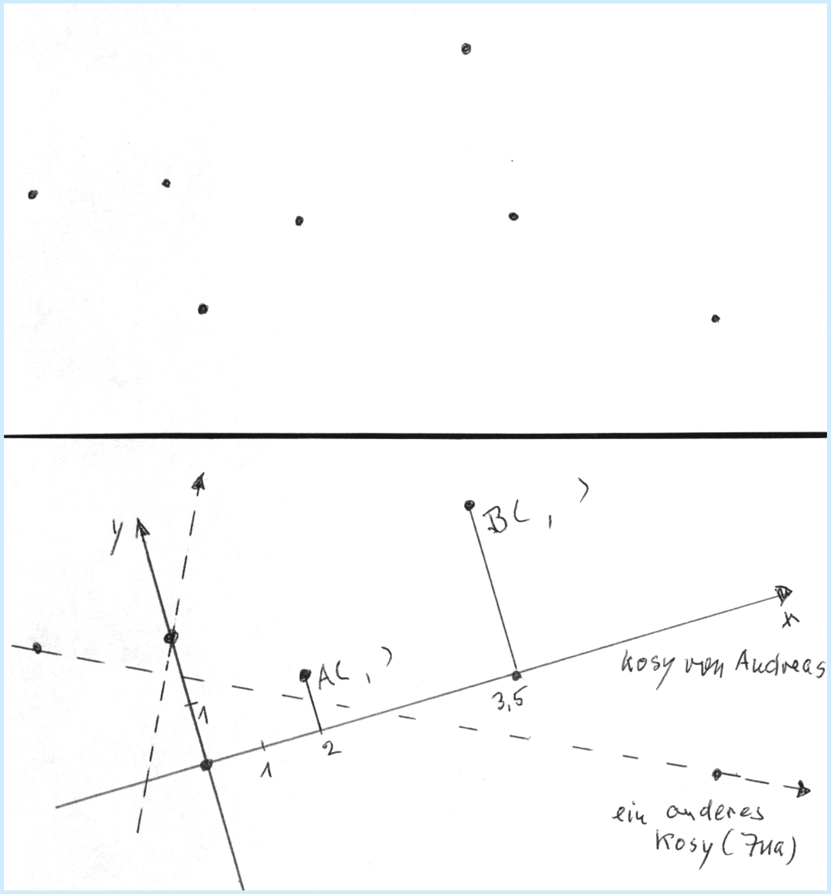
f5: t,0,f1(1,2),f2(1,2) Verbindungsstrecken (t,0) zu den Zykloidenpunkten

Abstandsberechnungen

Wie weit ist der Punkt P(4,3) von dem Graphen entfernt?



Abstandsberechnung.pl2



Eine Unterrichtsstunde an der Paul-Natorp-Oberschule in Klasse 9 zur erstmaligen Einführung eines CAS-Bausteins

Planung / Durchführung

(1) Einstieg:

Schüler zeichnen mehrere **Punkte an die Tafel** (in beliebiger Position). – Lehrer fragt: Wie weit ist es von A nach B?

(2) Tafel: Andere Abstandsberechnungen, Skizzen

Diese Phase soll dazu dienen, das Thema "Abstandsberechnungen" für die S auf eine breitere Basis zu stellen, also nicht gleich auf den Abstand zweier Punkte mit Pythagorasberechnung zu reduzieren. Lehrer diktiert einen Text, der auf die Bedeutung von Abstandsberechnungen hinweist.

(3) Modellbildung: Koordinatensystem einzeichnen

An der Tafel wird der (kürzeste) Abstand von A nach B berechnet.

(3a) Da ja der Pythagoras bekannt war, wurde nach Einzeichnen des Steigungsdreiecks bei AB angesetzt: $|AB|^2 = (3.5-2)^2 + (3-1)^2$ und $|AB| = 2.5$ LE ermittelt.

(3b) Allgemein, Formel herleiten abst(AB) = $\sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}$

(3) Danach folgte schnell die Formel

$$| \mathbf{AB} |^2 = (\mathbf{x_a} - \mathbf{x_b})^2 + (\mathbf{y_a} - \mathbf{y_b})^2.$$

Anschließend konnte der Baustein abst(xa,xb,ya,yb) eingeführt werden (Lehrervortrag).

(4) Lehrerdemonstration mit dem TI-92 auf dem View-Screen

Lehrer: **Bausteindefinition!** Weil so oft benötigt!

Sqrt((xa-xb)^2+(ya-yb)^2) → abst(xa, xb, ya, yb),

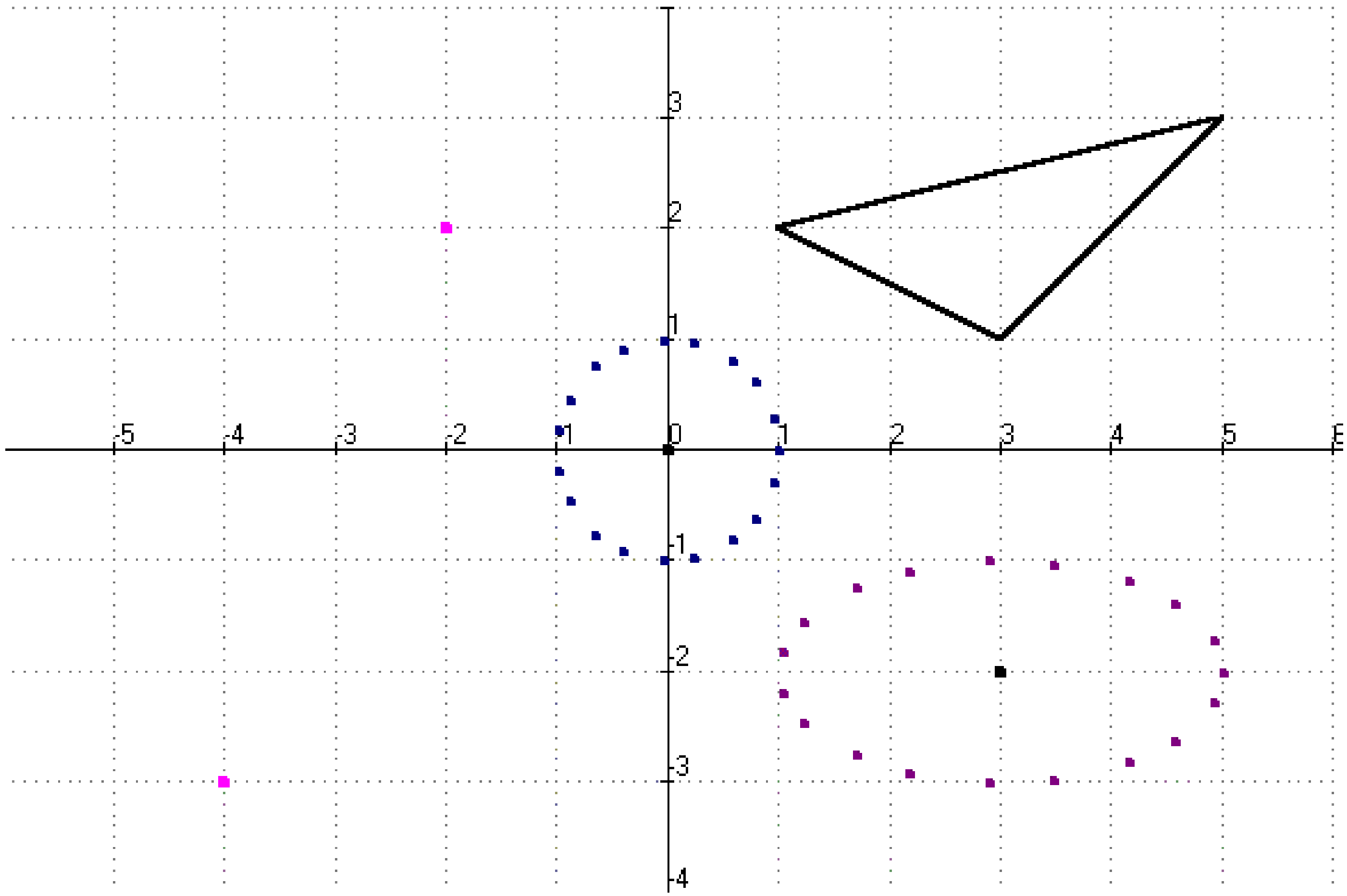
ein von uns definierter TI-92-Baustein.

Es werden **Bausteinaufrufe**, z.B. : abst(3.5, 2, 3, 1) durchgeführt. Damit erfolgt eine Bestätigung der Handrechnung an der Tafel.
Weitere Aufrufe mit den anderen Punkten zeigen, wie effektiv der Baustein ist.

Lehrer diktiert einen Text. Unterscheide zwischen Bausteindefinition und Bausteinaufrufen.

(5) Hausarbeit aus dem Arbeitsbogen

Ende der Stunde



Der Arbeitsbogen: Abstandsberechnungen

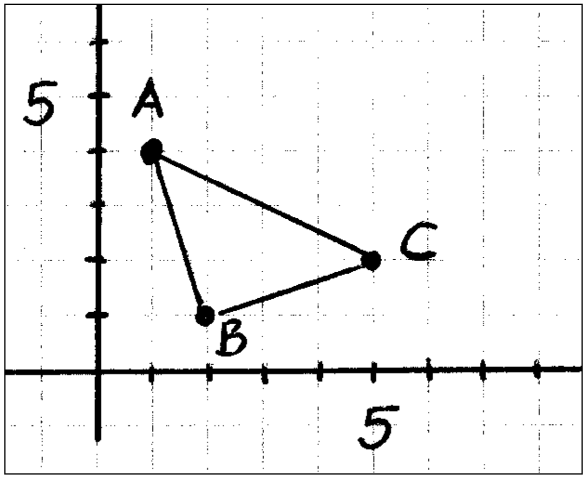
Matthias Schimmelpfennig, Rückert-Oberschule, Klasse 9

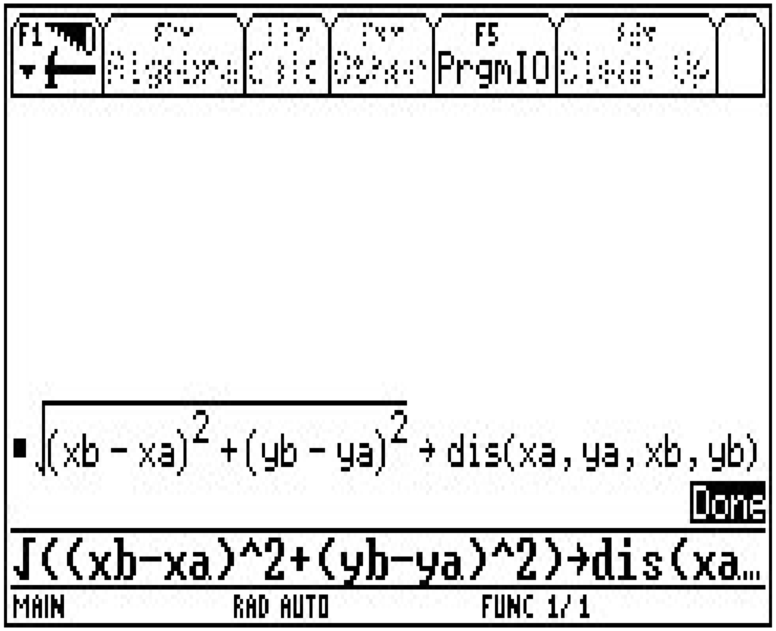
Klassenarbeit P-2

Aufgabe 1: Im Kosy rechts findest du einen Dreiecksparkur, der durch die drei Bojen A, B und C abgesteckt wurde und von Segelbooten einmal umrundet wird. Eine Längeneinheit im Kosy entspricht einem Kilometer in der Natur. Gesucht ist die Länge der Segelstrecke.

<u>a) Der TI-Baustein rechts im Bild hilft beim Lösen des Problems. Erkläre den Baustein (Skizze !)</u>

b) Berechne nun die Länge des Dreieckparkurs.

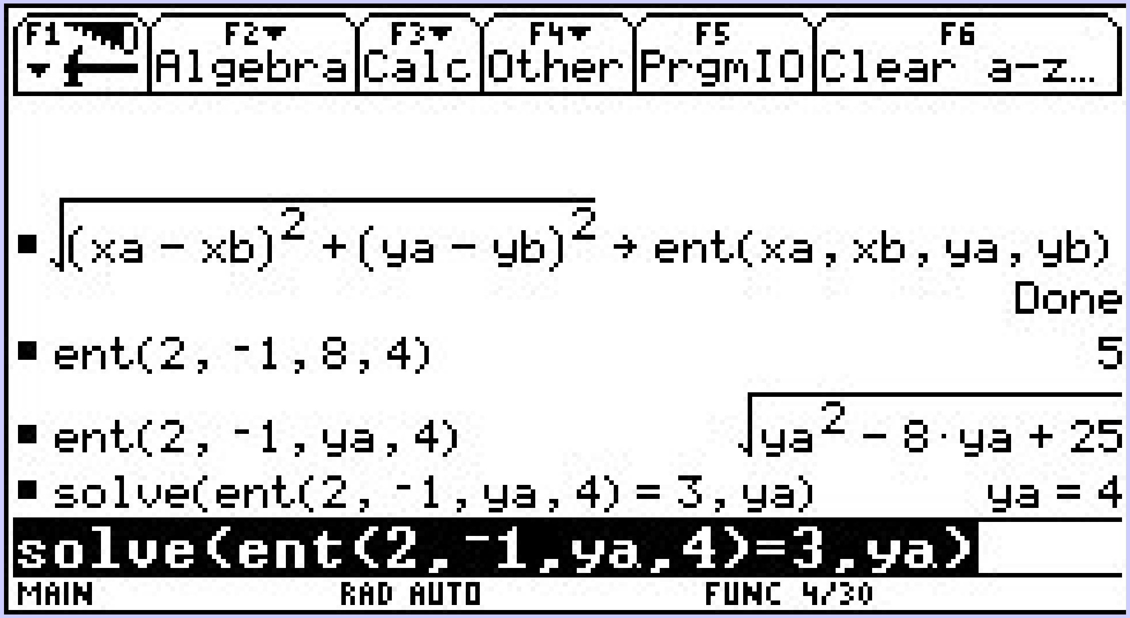




Angelika Reiß - aus einer Klassenarbeit Klasse 9

Aufgabe 4:

ca. 15 Minuten

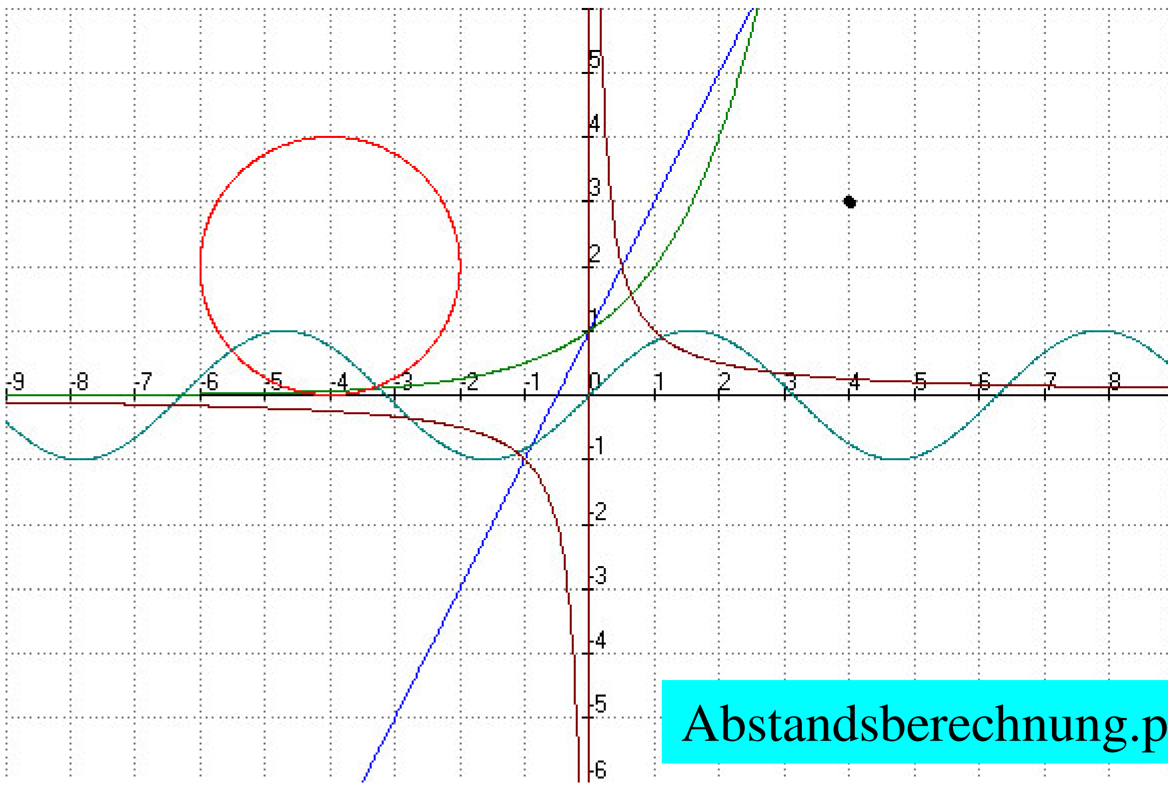


Erkläre den Bildschirmausdruck.

Hinweis: Es ist günstig, eine Zeile nach der anderen genau zu erklären

Abstandsberechnungen im Leistungskurs

Wie weit ist der Punkt P(4,3) von dem Graphen entfernt?



Abstandsberechnung.pl2

Aufgabenstellung:

Gegeben sind die Funktionen bzw. Relationen

$f1(x) = sin(x)$,

$f2(x) = 2^x$,

$f3(x) = (x + 1)/(x + 4)$,

$f4$: $x(t) = 2*cos(t) + 9$,

$y(t) = 2*sin(t) + 6$,

ihre Graphen sowie der Punkt $P(4, 3)$.

Bestimmen Sie jeweils den Punkt auf den Graphen, der von P den kleinsten Abstand hat.

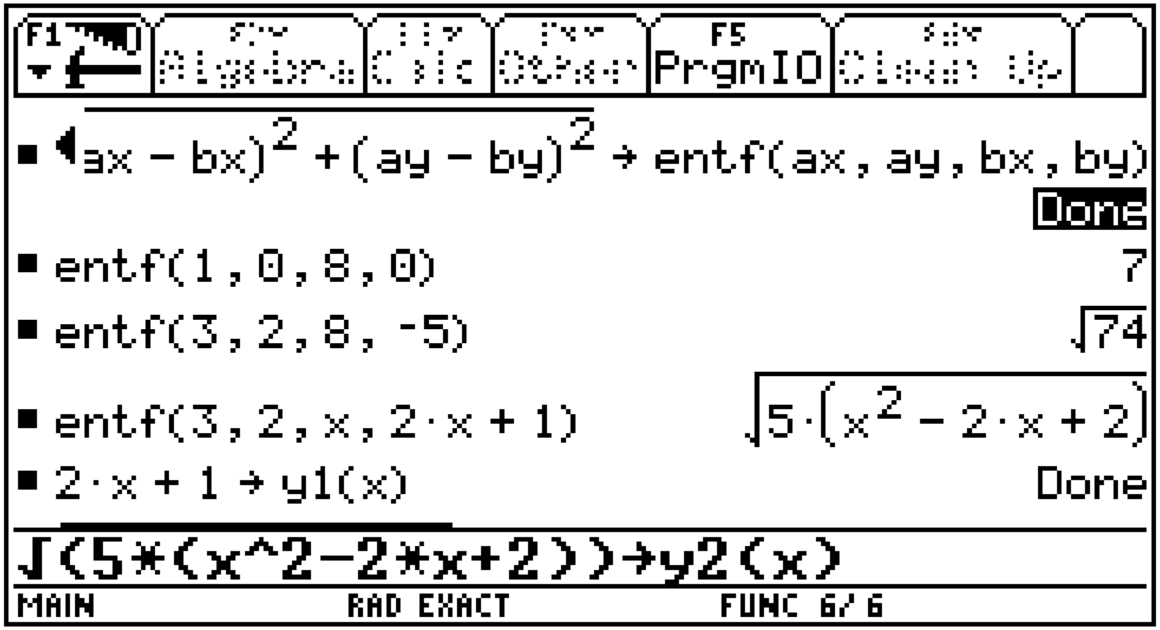
(Arbeit in 5 Gruppen mit 4 Schüler/innen)

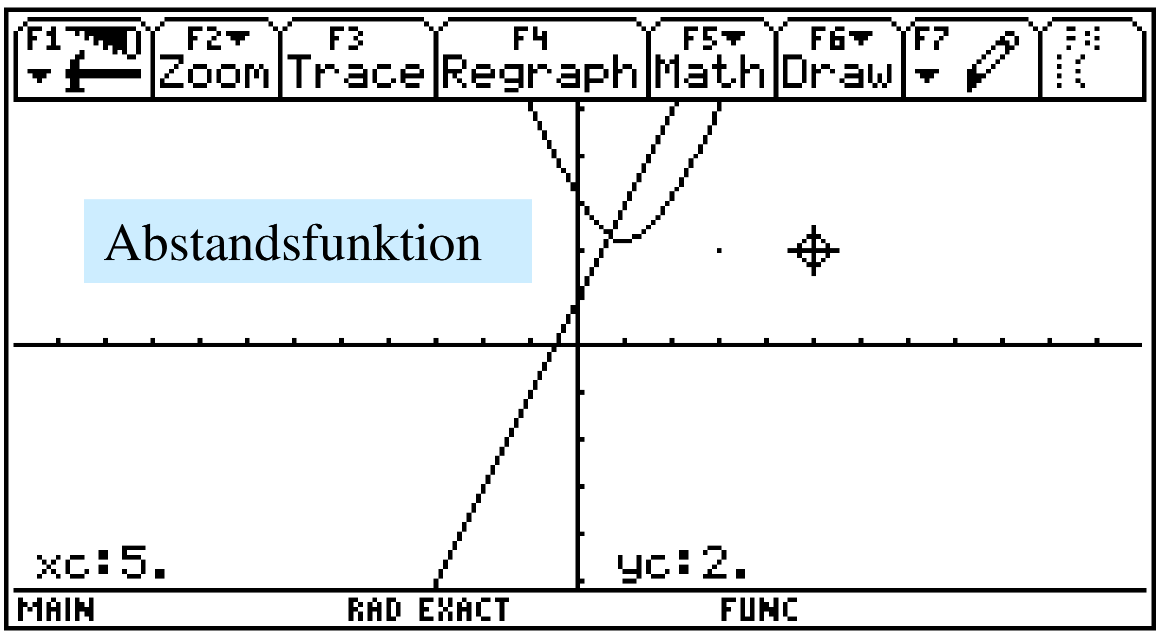
Das Problem wurde in Gruppenarbeit angegangen - jede Gruppe befasste sich mit einem Graphen. Insgesamt ergab sich der folgende Ablauf:

- Problemstellung
- Gruppeneinteilung, Themenwahl
- Gruppenarbeit, alle Hilfsmittel erlaubt, insbesondere Benutzung das CAS des TI-92.
- Für “schnelle” Gruppen: Entwurf einer Simulation des Problems mit dem Funktionen-plotter PLOT11
- Vortragen der Ergebnisse, Diskussion
- Herausarbeiten der Gemeinsamkeiten und der Unterschiede
- Konstruktion eines Bausteins für alle Teilprobleme
- Erprobung des Bausteins

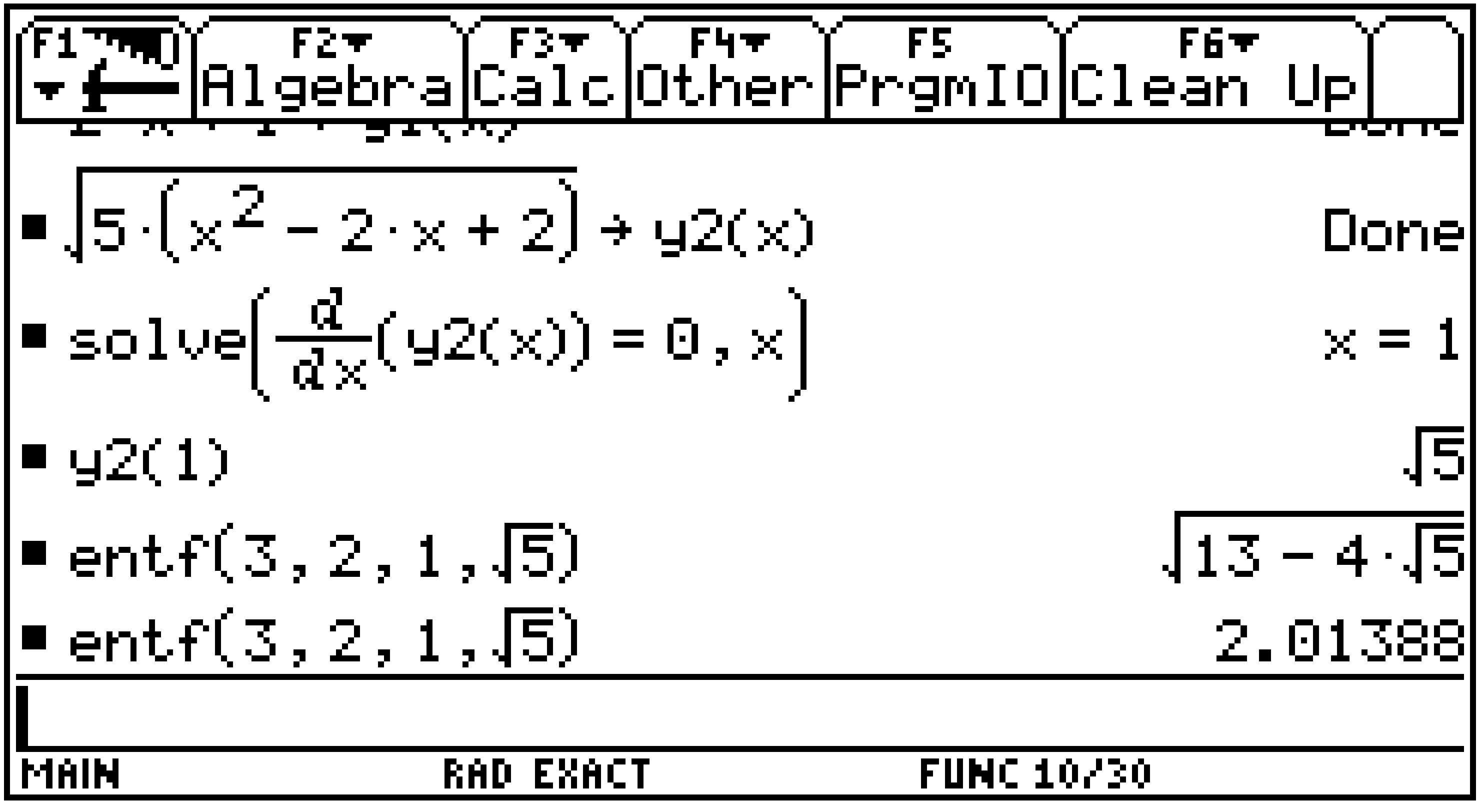
Konsequente Arbeit mit dem Baustein in der Sekundarstufe 2

Punkt-Gerade





Abstandsfunktion

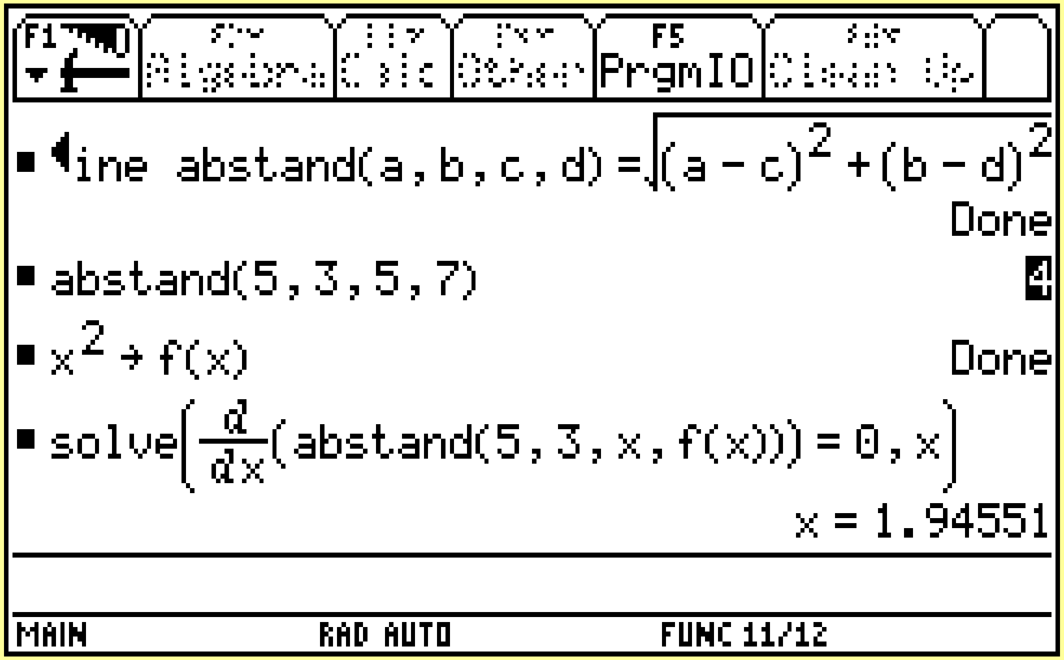


Der Abstand von (3,2) zu (1, $\sqrt{5}$) auf der Geraden beträgt 2.01...

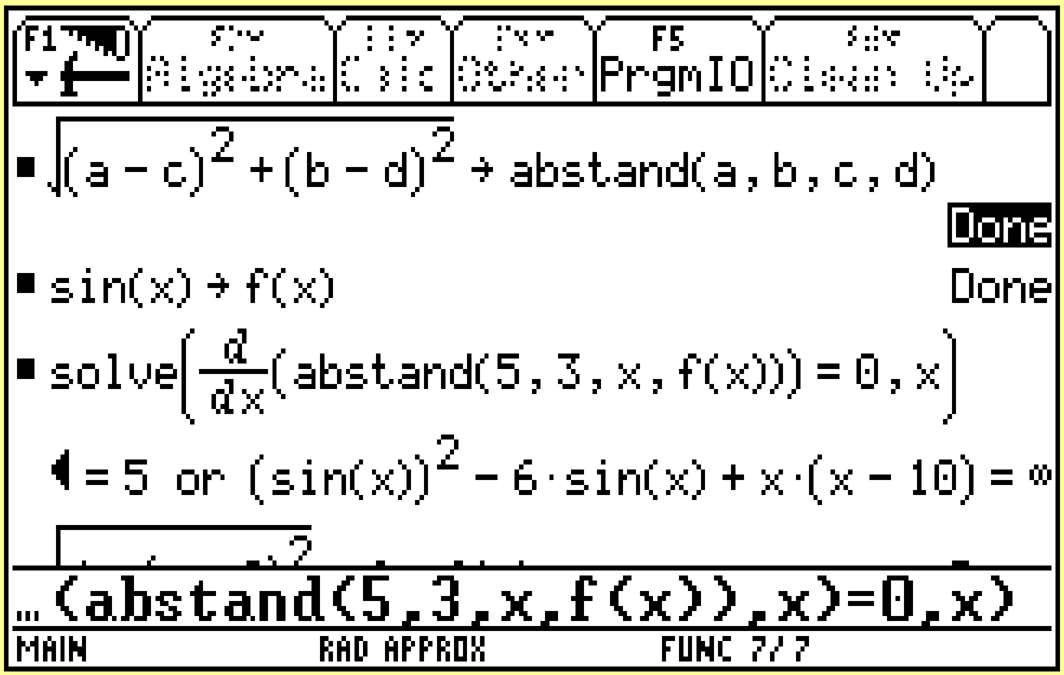
Lösungen

Schon die Aufgabenstellung, der ja bei allen Gruppen die selbe Abbildung zugrunde lag, ließ vermuten, dass hier gleiche oder ähnliche Bausteine helfen könnten. Beim Vortragen der Lösungen wurde das noch deutlicher. Die Lösungen wurden teilweise als reine Zahlenlösungen vorgestellt, andere Gruppen arbeiteten möglichst lange allgemein. Hier wird die Situation nach der Bausteindefinition näher geschildert.

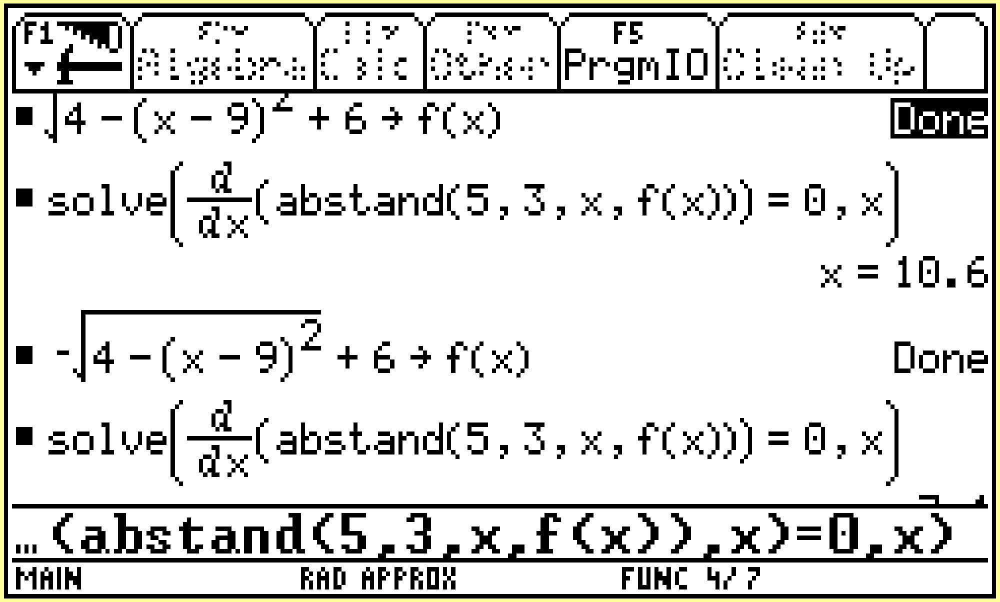
Zunächst ging es für alle Gruppen um einen Abstandsbaustein für zwei Punkte P(a, b) und Q(c, d).

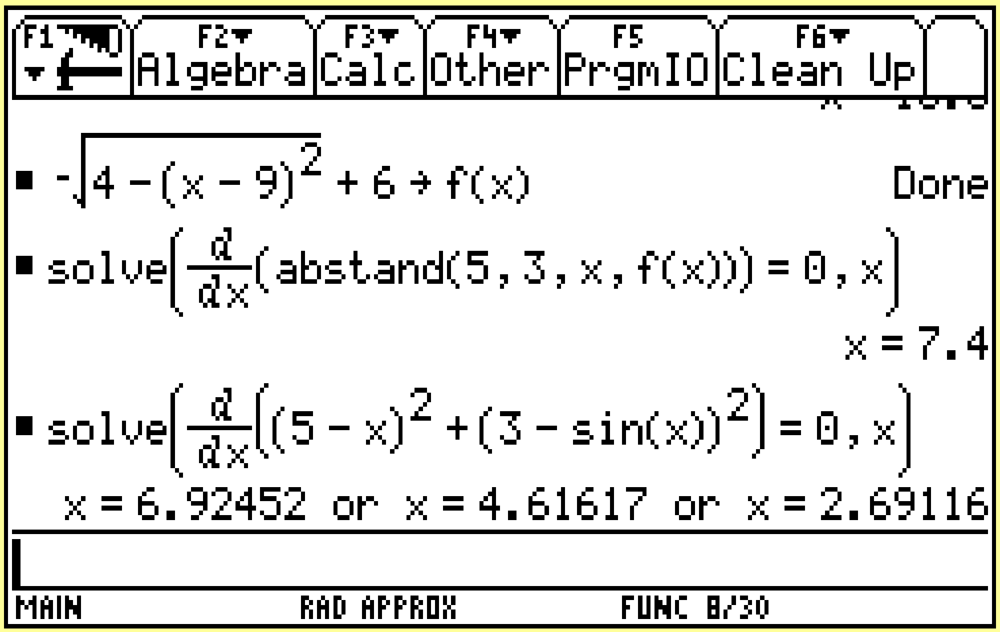


Lösung der x^2-Gruppe



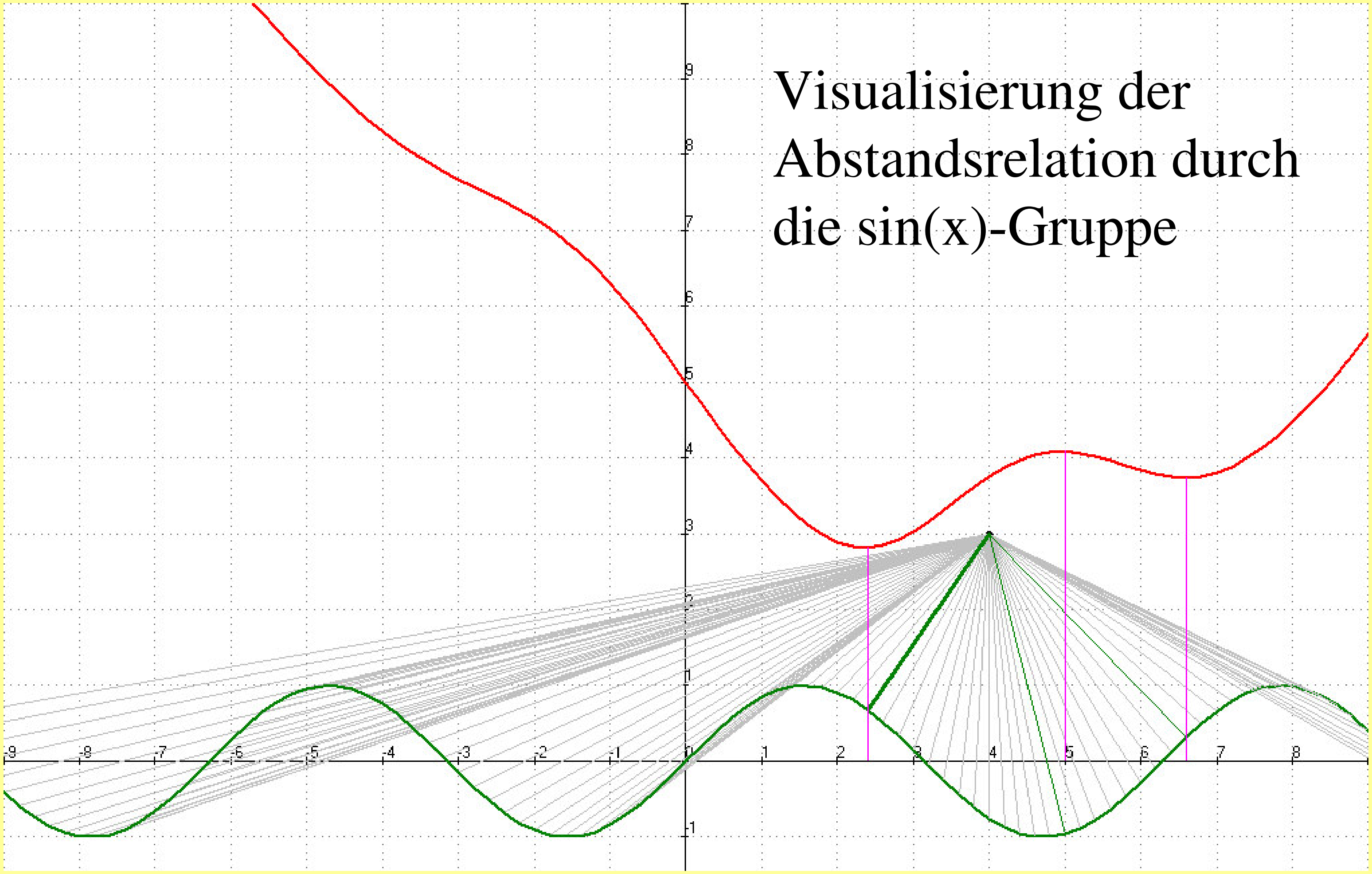
Lösungsversuch der sin(x)-Gruppe





Lösung der Kreis-Gruppe

Hinweis: Die Kreisgruppe hatte sofort erkannt, dass sie ihre Aufgabe ohne Differentialrechnung auf elementare Weise lösen konnte. Eine solche Lösung wurde von der Gruppe auch vorgetragen. Die erhaltenen Ergebnisse wurden erst später durch die hier dokumentierte Bausteinlösung bestätigt.



Abstandsberechnung-sin-mit-Baustein.pl2

Plot2-oetz2.exe

Notizen:

f1: 4,3 hier ggf. Punkt ändern

f4: sin(a) hier ggf. Funktion ändern

f6: 4,3,x,f4(x)

f7: f15(4,3,x,f4(x)), Aufruf des Abstandsbausteins

ausführlich: sqrt((4-x)^2+(3-f4(x))^2)

f11: 2.4,f4(2.4),4,3, vermutete kürzeste Abstände

f12: 5,f4(5),4,3

f14: 6.6,f4(6.6),4,3

f15: sqrt((a-c)^2+(b-d)^2), Abstandsbaustein

f17: 6.6,f15(4,3,6.6,f4(6.6)),6.6,f4(6.6) Lotstrecken

f18: 2.4,f15(4,3,2.4,f4(2.4)),2.4,f4(2.4)

f19: 5,f15(4,3,5,f4(5)),5,f4(5)

---> Berechnungen mit CAS

Funktion	D(min) minimaler Abstand	x(min)	y(min)
Sin(x) Trigonometrische Funktion	3.077	6.92452 (4.61617), (2.69116) diese Werte kommen nicht in Frage	0.598
2^x Exponentialfunktion	3.161	2.02	4.059
$x = 2cos(x) + 9$ $y = 2sin(x) + 6$ Kreis	3	7.4 (10.6)	4.8
(x+1) / (x+4) Gebrochen-rationale Funktion	2.332	5.0847, rechter Ast, (–4.76662), *x*-Wert für den kürzesten Abstand zum linken Ast	0.6698

Prinzipiell können alle Abstandaufgaben der Art “kürzester Abstand Punkt *P(a,b)* zum Graphen von *y* = *f(x)*” mit den folgenden Bausteinen bearbeitet werden:

(1) SQRT((a-c)^2 + (b-d)^2) $\rightarrow$ abstand(ab,c,d)

(2) Funktionsterm $\rightarrow$ f(x)

(3) SOLVE(d/dx(abstand(a,b,x,f(x)), x) = 0, x)

Dabei müssen Sonderfälle beachtet werden.

Diese Sonderfälle betreffen z. B. die Lage des Punktes *P(a,b)* und die Art der Funktionen bzw. Relationen. Auch lässt sich die Lösung manchmal auch elementarer finden.

Das Besondere an der geschilderten Unterrichtsreihe

- Die Schülergruppen erhalten sehr ähnliche Aufgaben, die sich prinzipiell alle mit dem gleichen Ansatz bearbeiten lassen. So versteht später jede Gruppe den Vortrag der anderen Gruppen.
- Abgesehen von Sonderfällen, erweist sich eine für alle Gruppen gemeinsame Bausteinlösung als verbindendes Element
- Der Baustein „abstand“ und der Term für *f(x)* können rationell für weitere anfallende Berechnungen (Abstände, Funktionswerte) benutzt werden.

Aber:

- Die unterschiedlichen Funktionsterme führen zu unterschiedlichen Gleichungstypen, die sich dann leicht oder auch weniger leicht mit dem CAS lösen lassen.

- Teilweise ergeben die Gleichungen mehrere Lösungswerte, so dass weitere Überlegungen über den richtigen x-Wert nötig sind.

Ende der Abstandsberechnungen

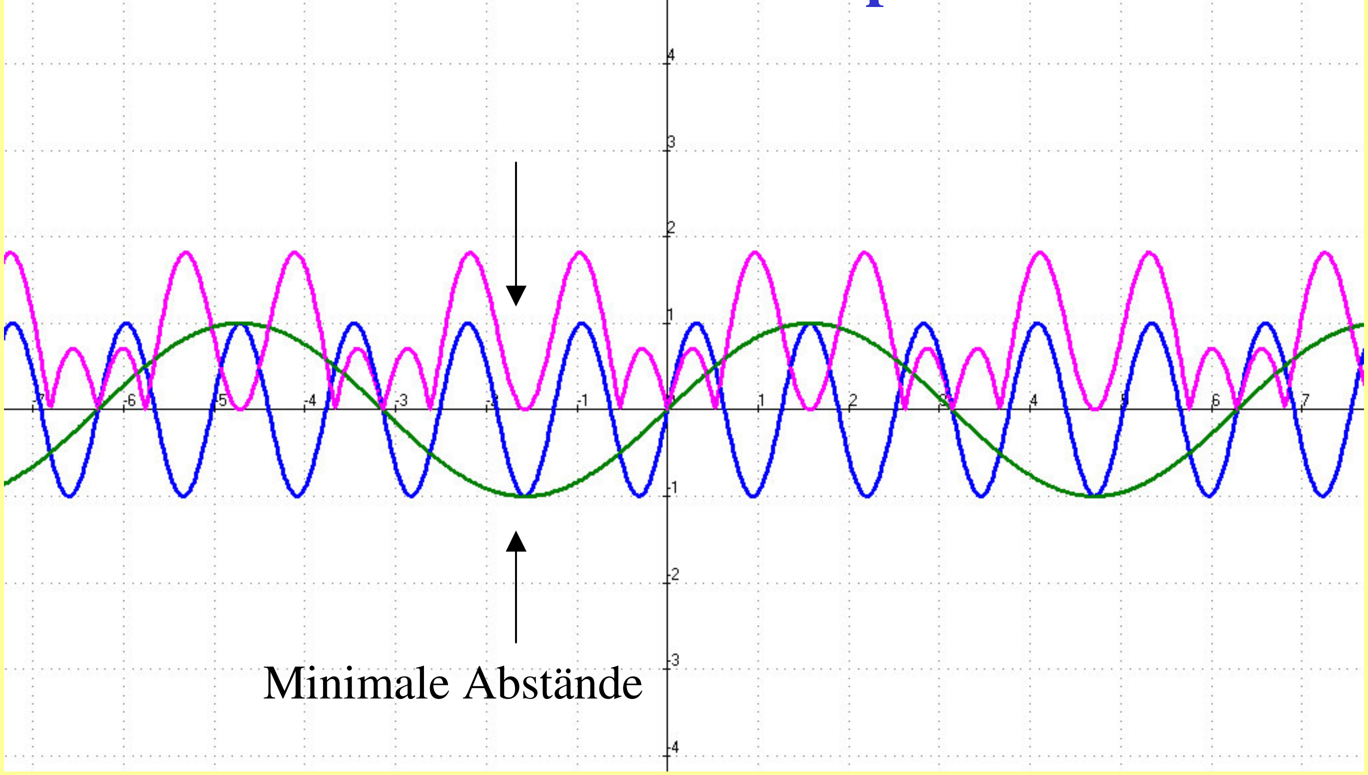
Ein Beispiel zur Baustein-Analyse

sqrt((xa-xb)^2+(ya-yb)^2) → abstand(xa, xb, ya, yb)

Eine Strategie zur Analyse dieses Bausteins

(xa, ya)	**Parameter**	**(xb,yb)**
Punkt		Punkt
Punkt		Lineare Funktion
Punkt		Sinusfunktion
Lineare Funktion		Sinusfunktion
Funktion		Funktion

Mit dem Abstands-Baustein experimentieren:



f1: sqrt((a-c)^2+(b-d)^2) //Abstandsbaustein

f2: x

f3: sin(5x)

f4: x

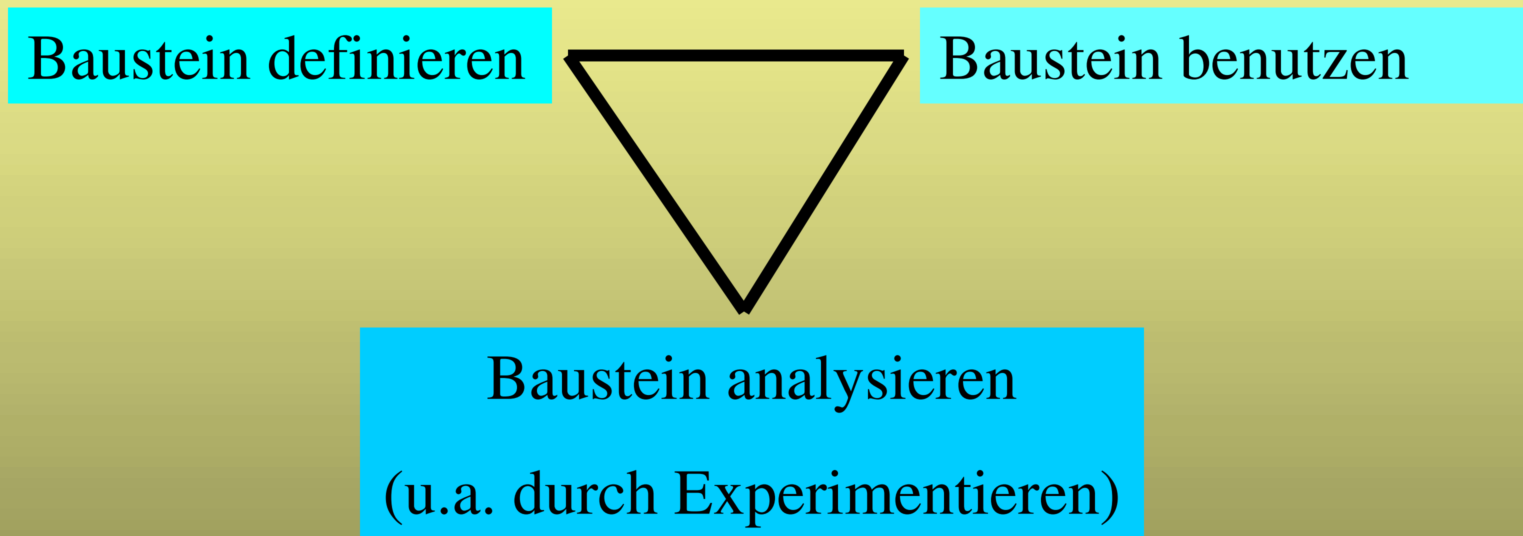
f5: sin(x)

f6: f1(f2,f3,f4,f5), Abstandsfunktion

Abstand-2-Funktionen.pl2

Das Bausteindreieck

und seine Verwendung im Unterricht



Das Bausteindreieck

grundlegende Informationen über das Bausteinprinzip

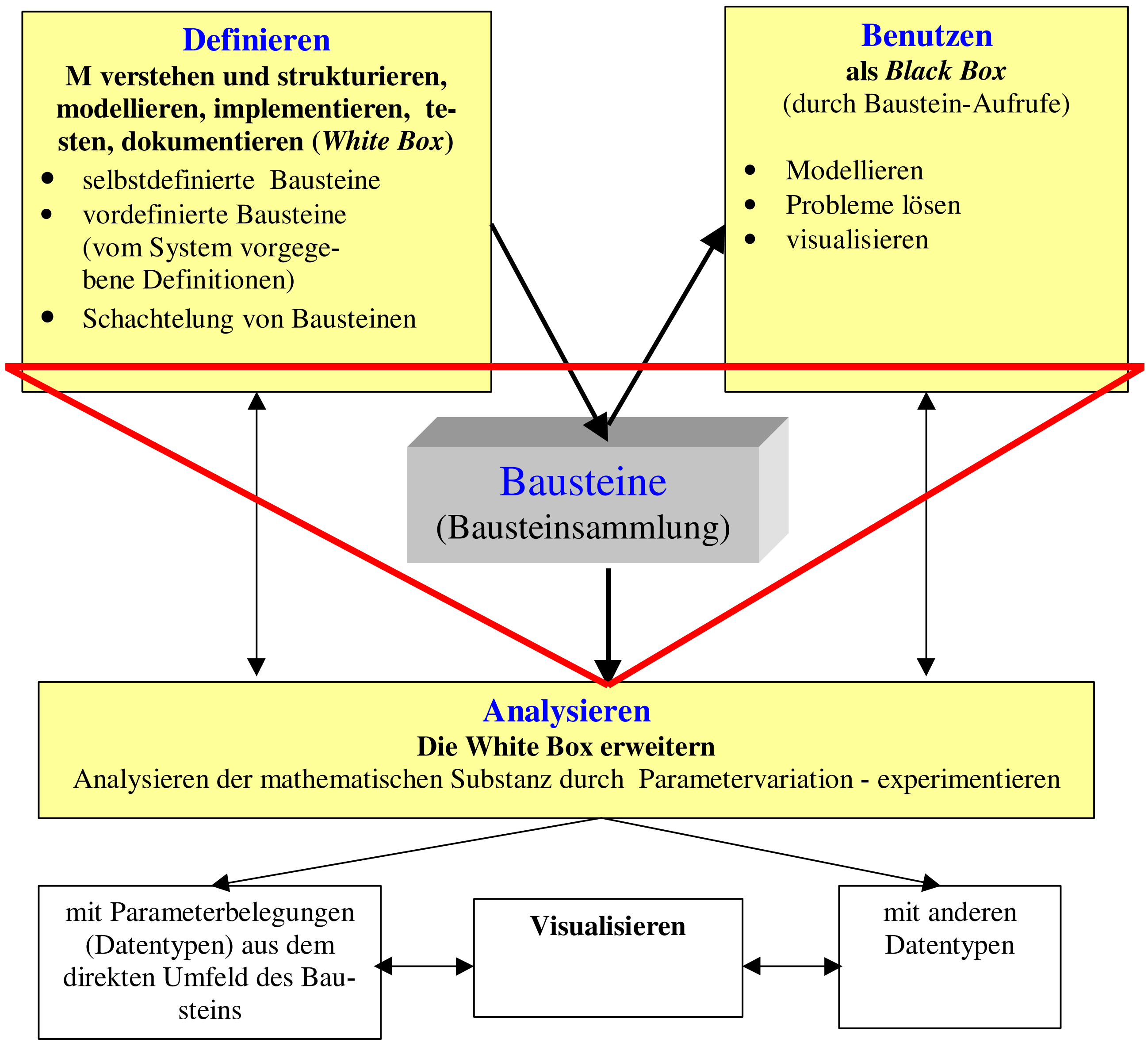


Abb. Das Bausteindreieck: Definieren, Benutzen, Analysieren

Define binobau(a,b,n) = $(a+b)^n$

Binobau(1,1,10)
Zahlenrechnen
Potenzrechnung

Expand(binobau(a,b,2))
Expand(binobau(a,-b,2))
1. und 2. binomische
Formel

Expand(binobau(a,b,n) | n=/2,3,4,5}
binomische Formeln / Pascalsches
Dreieck

binobau(x,1,2)
Funktionen im R2

binobau(x, sin(x), 2)

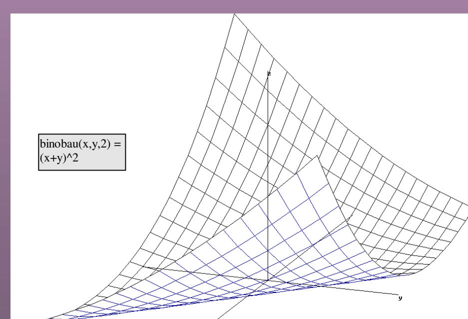
binobau(x,y,2)
Flächen im Raum

binobau(c+d*i*,0,2)
binobau(2+*i*, *i*, 2)
Rechnen mit
komplexen Zahlen

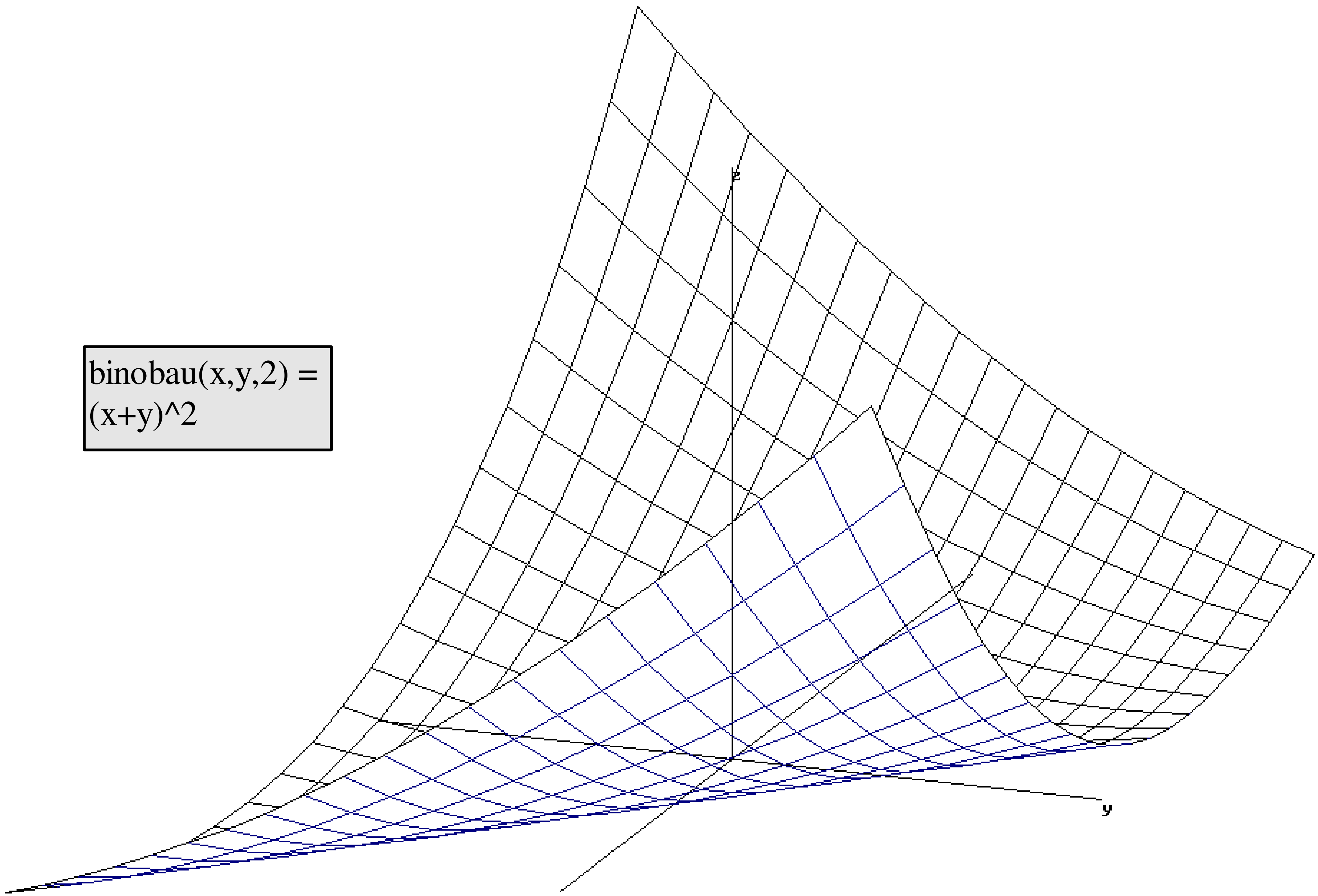
binobau(mata,matb,2)
Rechnen mit quadrat.
Matrizen

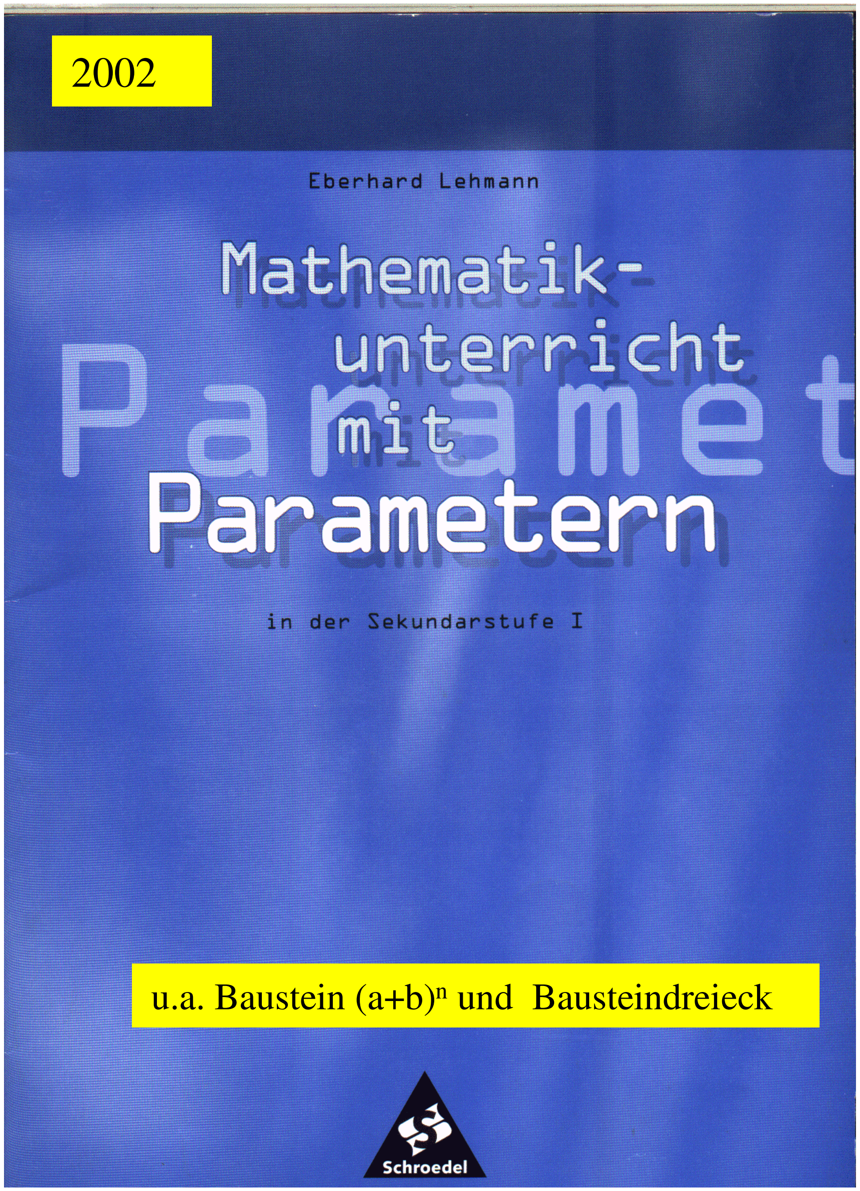
binobau (binobau (a,1,2),b, 3)
Schachteln von Bausteinen
$((a+1)^2+b)^3$

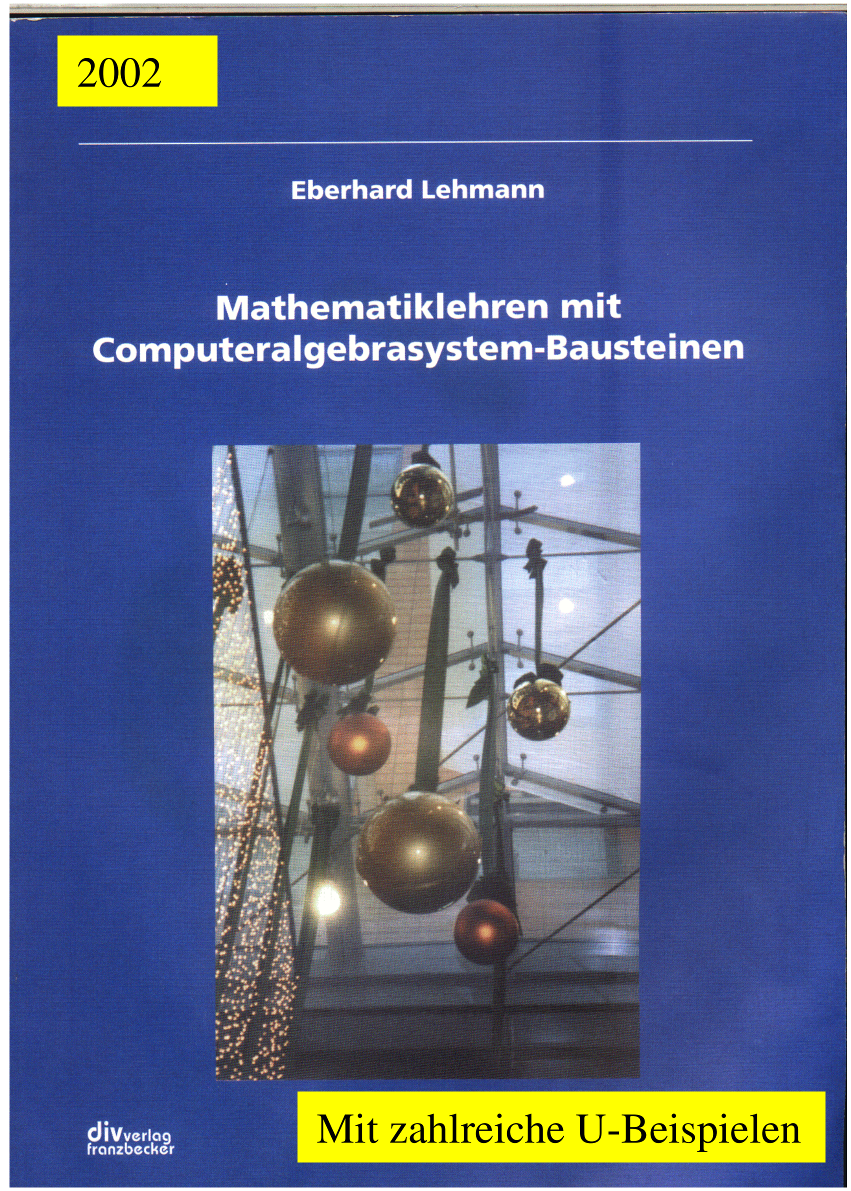
Analysieren von Bausteinen



binobau(x,y,2) =
(x+y)^2







Und Aufsätze in PM, MNU

Was sagen SchülerInnen zum Bausteinprinzip?

Thomas Kolonko (Leistungskurs M, Klasse 13, 2000) meint:

Im Allgemeinen sind Bausteine eine sehr sinnvolle Anwendung, wenn es darum geht, **ein Problem schnell und immer wieder zu lösen**.

Da der Baustein vom Benutzer selbst erarbeitet werden muss und **der Baustein in der Regel eine allgemeine Lösung** ist (Baustein mit Variablen), ist es eine wunderschöne Übung, um allgemeine Lösungsansätze herauszufinden.

Mit einem Baustein lässt es sich wunderbar **experimentieren, d.h. mit wenigen Handgriffen kann man verfolgen, wie sich eine Funktion oder Anderes verändern**, wenn man cos(x) statt sin(x) oder e^x einsetzt. Hier ist für den Benuzter eine große Möglichkeit gegeben, um das Verhalten von Funktionen zu studieren.

Auch die **Möglichkeit, zwei Bausteine miteinander zu verbinden**, lässt für den Benutzer eine Reihe von Möglichkeiten offen.

Ein Nachteil, der mich auch sehr skeptisch gegen Bausteine macht, ist, dass das **Rechnen von Hand vernachlässigt** werden kann.

Auch, dass **viele Ergebnisse nicht auf dem Papier** stehen könnten, sondern nur auf dem TI, ist eine Gefahr für den Schüler, da er es entweder löschen kann oder nach einigen Monaten die Syntax nicht mehr versteht.

Bausteine werden zwar von den Benutzern erarbeitet und eingetippt, aber es kann leicht passieren, dass nach monatelanger Anwendung eines bestimmten Bausteins der Schüler zwar noch weiß, was das Ergebnis zu bedeuten hat und auch die Eingabe ist klar, aber **leider gibt ein CAS (TI) keine Zwischenergebnisse aus**, so dass die Herleitung an Bedeutung verliert. Dies ist aber ein allgemeines Problem, dass das CAS (TI) keine Zwischenschritte ausgibt.

Die Bedeutung von Bausteinen (Module) mit Parametern für den M-Unterricht

```
f1: a*(x-b)^2+c        Beim TI-Voyage a*(x-b)^2+c --> parabel(x,a,b,c)
f2: f1(1,0,0)          f3: f1(1,7,u)
f4: f1(1,v,-2)         f5: {f1(v,7,-2)<-2:f1(v,7,-2):undef}
```

Beispiel

Komprimierung von Wissen: Bausteine (Module) können als kompakte Einheiten aufgefasst werden, in denen das Wissen verdichtet ist und in denen die Operationen als Paket abgerufen werden können.

Modellbildung: Bausteine können von den Schülern selbst definiert werden und tragen damit zur eigenständigen Modellierung von Problemen durch die Schüler bei.

Experimentelles Arbeiten: Bausteine ermuntern die Schüler, Einsetzungen für die vorhandenen Parameter zu erproben und leisten damit einen wesentlichen Beitrag zum experimentellen Arbeiten.

Anwendungsfeld: Die Überlegungen zur Einsetzung von Parameterwerten verbreitern das mathematische Anwendungsfeld eines Bausteins.

```
f1: a*(x-b)^2+c      Beim TI-Voyage a*(x-b)^2+c --> parabel(a,b,c)
f2: f1(1,0,0)        f3: f1(1,7,u)
f4: f1(1,v,-2)       f5: {f1(v,7,-2)<-2:f1(v,7,-2):undef}
```

Allgemeine Lösungen: Die Suche nach passenden Bausteinen ist gleichzeitig eine Suche nach allgemeinen Lösungen von Problemen.

Wiederverwendbarkeit: Bausteine sind wiederverwendbar.

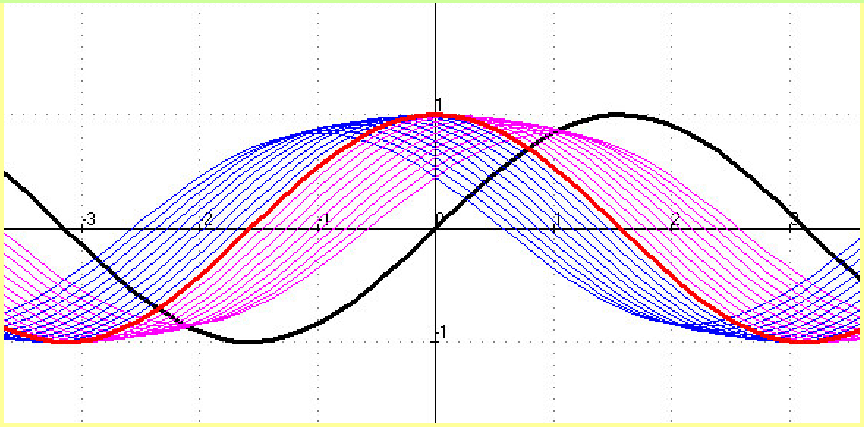
Vernetzung: Bausteine können miteinander verknüpft werden und damit auch mathematische Gebiete miteinander vernetzen.

(Beispiel: Abstand zweier Punkte, Differenzieren, Gleichung lösen >>> *folgt später*)

Komprimierung langer Terme: Mit einem Baustein können lange komplizierte Terme abgekürzt werden und sind so leichter handhabbar.

Hinweis: Der Überblick über die Zusammenhänge zwischen Term und Visualisierung kann mit Hilfe des Window-Shuttle-Prinzips gewahrt werden.

Visualisieren von Differenzenquotienten durch Bausteinverwendung



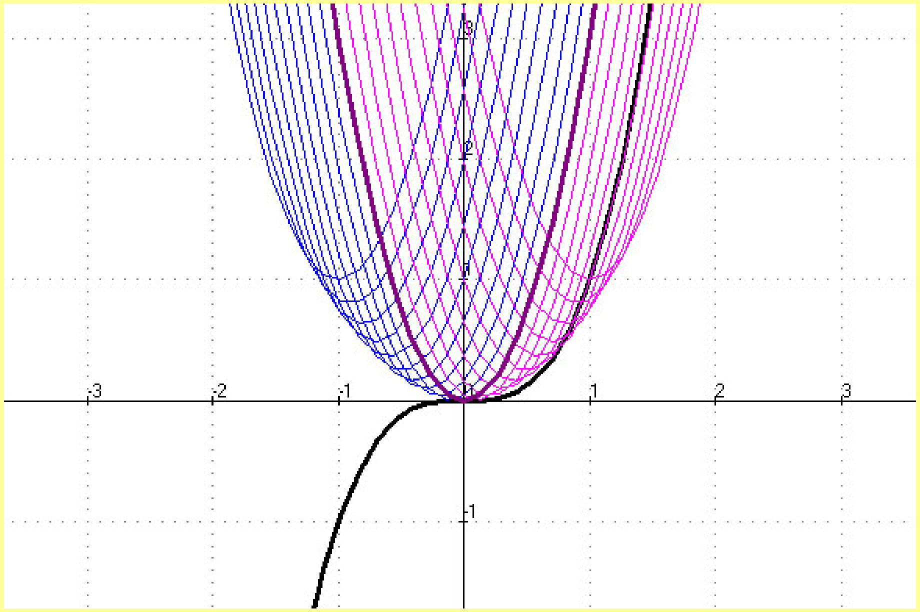
f2: sin(a)

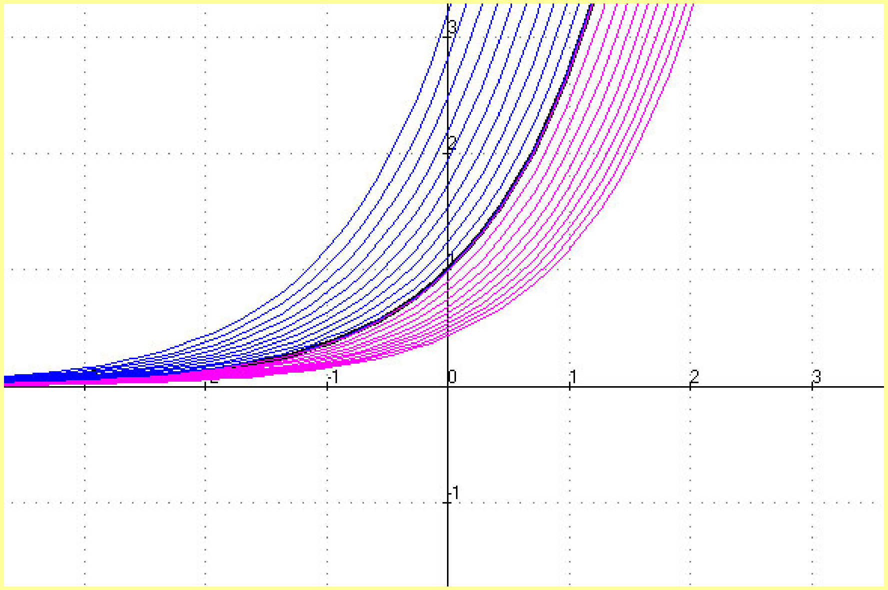
f3: (f2(t+u)-f2(t))/u

f4: (f2(t-u)-f2(t))/(-u)

f5: cos(a) Vermutung

Experimentieren – wie ist das bei anderen Funktionen?

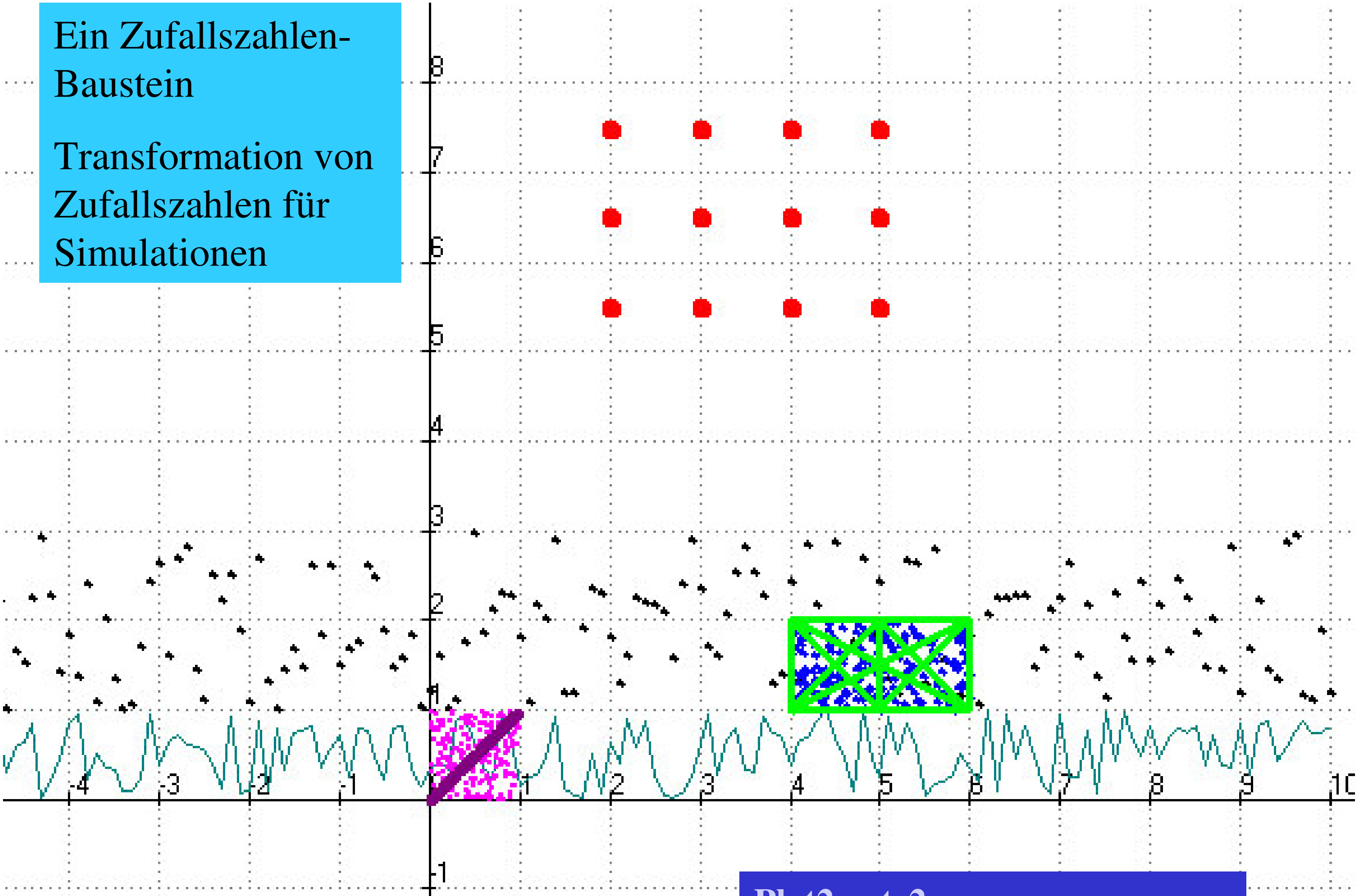




Plot2-Oetz2.exe DiffQuot-Animation1.pl2

Ein Zufallszahlen-Baustein

Transformation von Zufallszahlen für Simulationen



Plot2-oetz2.exe

Inf-Zufallszahlen-Baustein.pl2

f1: a*random+b+0*t // Baustein für den Zufall

f2: f1(2,1) // entspricht 2*random+1, Werte zwischen 1 und 3

f3: f1(-2,6),f1(1,1) // x-Bereich zwischen 4 und 6, y-Bereich zwischen 1 und 2

f4: f1(1,0), f1(0,random) // Werte im Einheitsquadrat

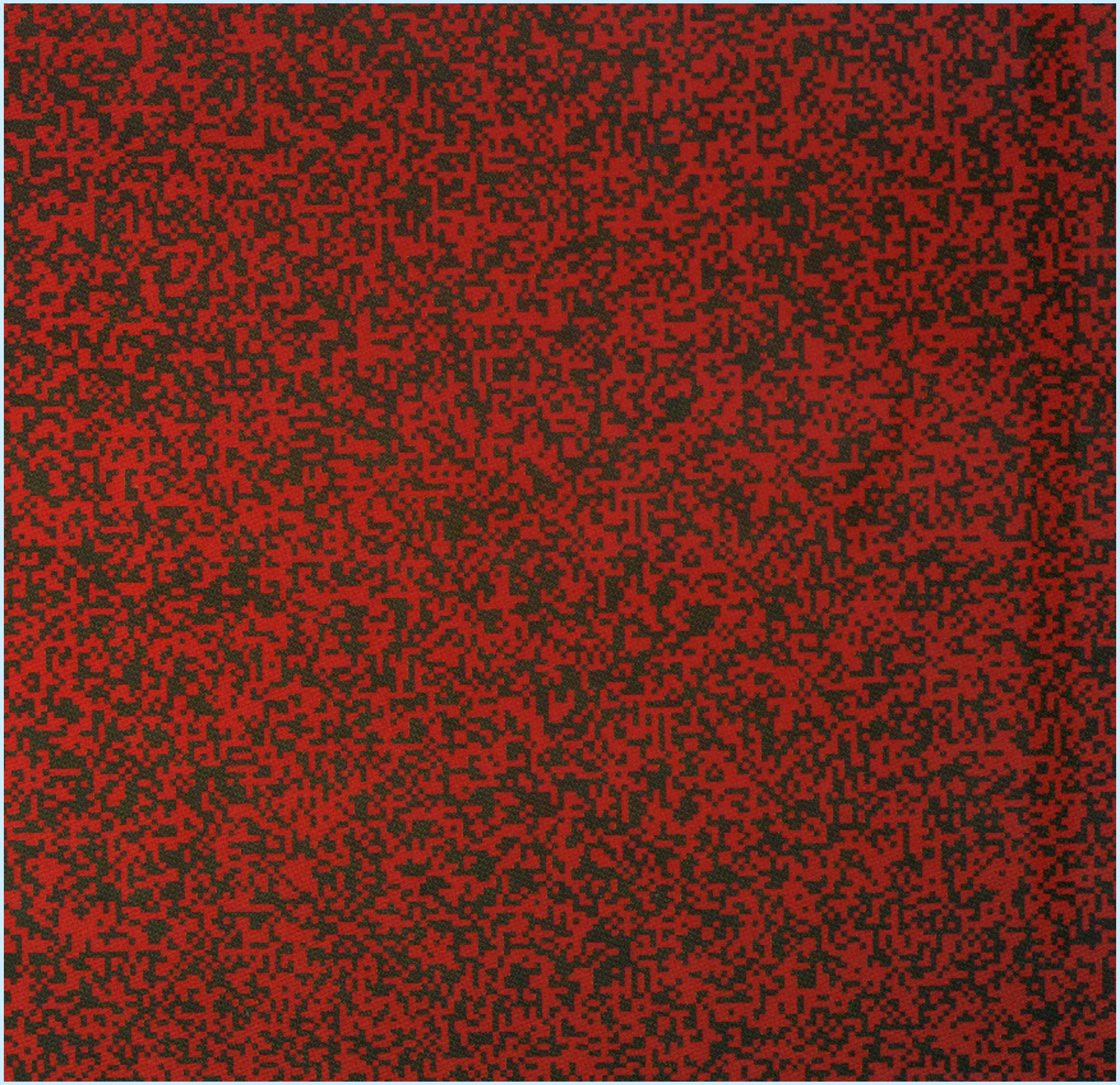
f5: f1(1,0),f1(1,0) // Winkelhalbierende, random liefert innerhalb einer Funktion, hier f5, den gleichen Wert

f6: int(f1(4,2)),int(f1(3,5))+0.5 // x aus {2,3,4,5}, y aus {5.5,6.5,7.5}

f7: int(f1(3,4)),int(f1(2,1)) // x-Bereich aus {4,5,6}, y-Bereich aus {1,2}

f8: t,random

Francois Morellet: Quadrat aus Zufallszahlen

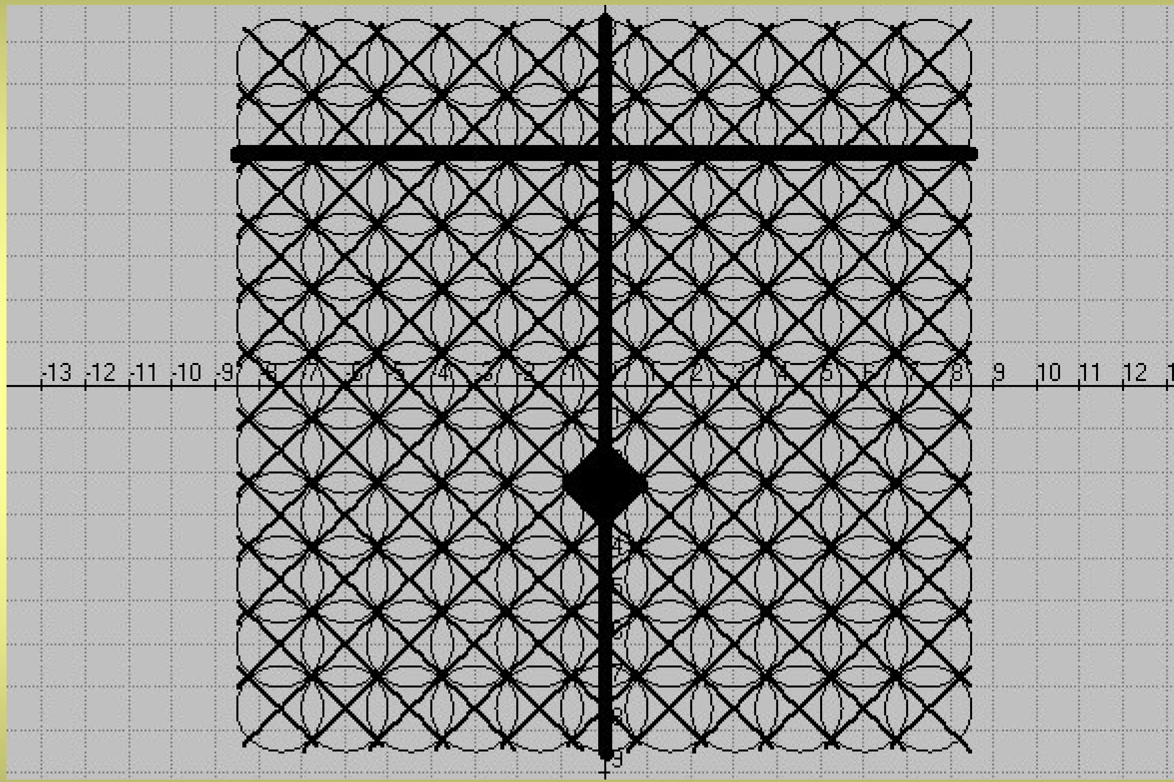


Zufallsbaustein.pl2 (Notizen ansehen)

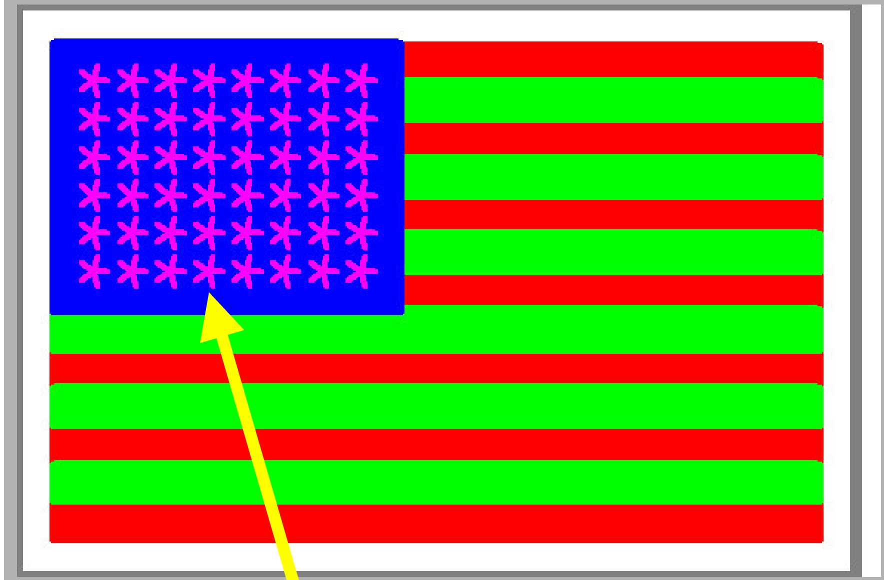
Kollision-M.pl2 (Notizen ansehen)

Plot2-oetz2.exe

Einige mit Bausteinen bearbeitete Probleme:



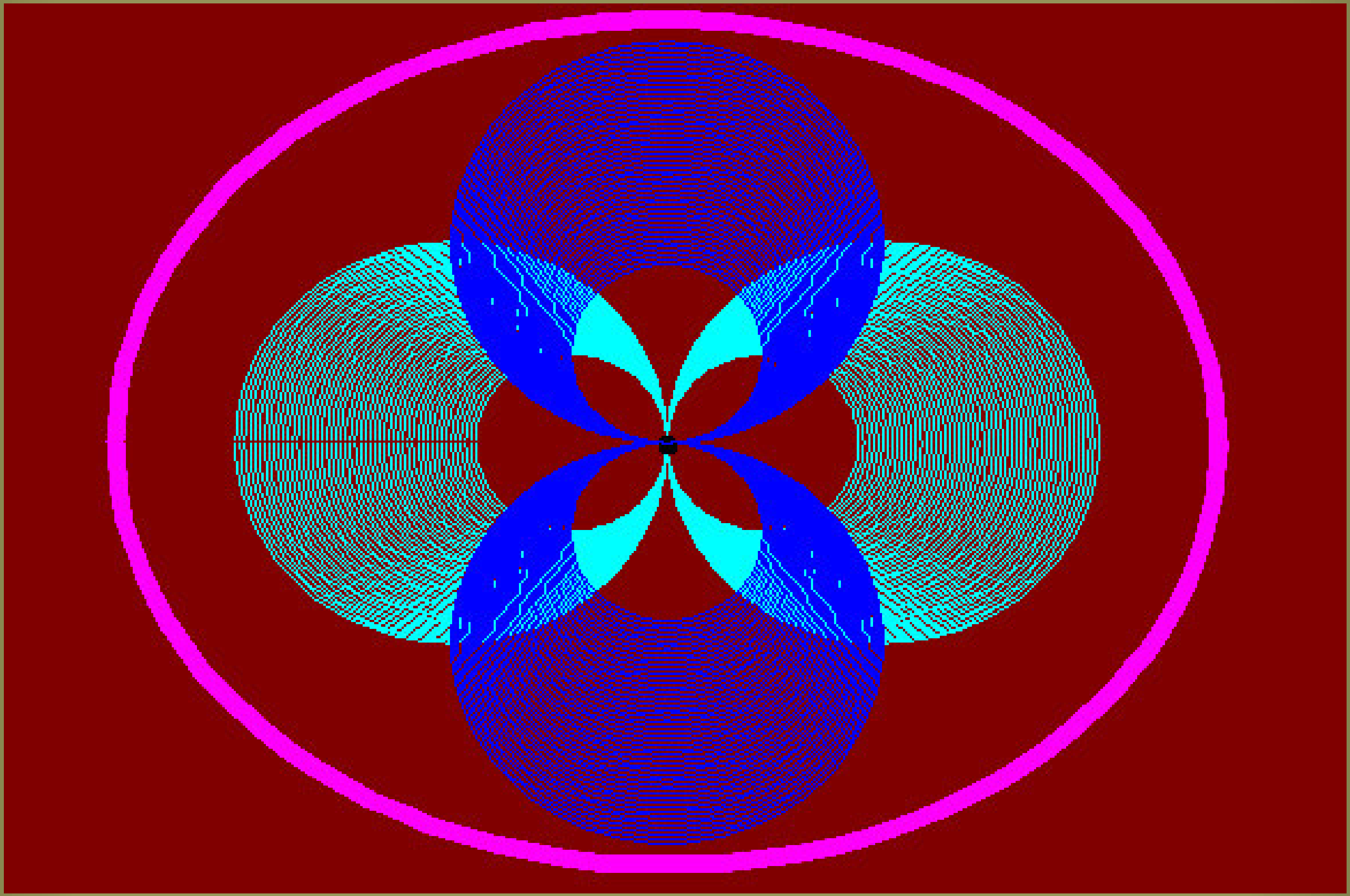
Türgitter - fotografiert in Kalabrien



Jasper Johns-2.pl2

Das ruft nach Parametern!

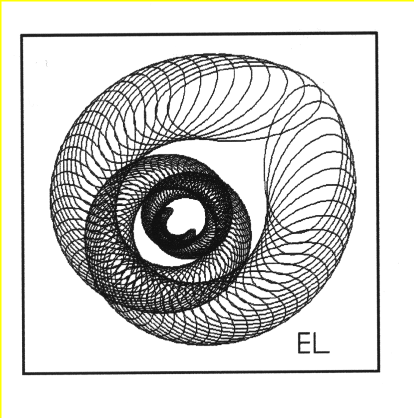
Plot2-oetz2.exe



Viele Kreise durch einen Punkt!

Danke für das Zuhören!

Ich hoffe, Sie haben einige Anregungen für Ihren Mathematikunterricht erhalten!



Dr. Eberhard Lehmann, Berlin

mirza@snafu.de / www.snafu.de/~mirza

Zum Abschluss:

Viele Kreise durch einen Punkt

Kreisbüschel2-Kunst.pl2

/Mathematik und Kunst-MNU-Vortrag-Halle-2004.pl2

Plot2-oetz2.exe

9.10.00

Die Geraden $g_1, g_2, g_3, g_4, g_5, g_6, g_7, g_8$ und g_9 sind parallel zueinander, was sich aus den Geradengleichungen ergibt, z. B.:

$$g_5 = -\tfrac{1}{2}x + 0$$
$$g_6 = -\tfrac{1}{2}x - 1$$
$$g_7 = -\tfrac{1}{2}x - 2$$

D.h. der Anstieg ist immer $-\frac{1}{2}$. Alle Geradengleichungen unterscheiden sich also nur durch das absolute Glied, wodurch bewiesen ist, dass die Geraden parallel zueinander sind. Außerdem ist zu erkennen, dass sie immer im gleichen Abstand parallel sind. Alle Geraden g sind jeweils um eine Einheit entlang der y-Achse horizontal verschoben.

Analog gilt für alle f-Geraden, dass sie auch parallel um eine Einheit verschoben sind, jedoch entlang der x-Achse (vertikal). Die Geradengleichungen sind:

$$f_5 = 2x + 0$$
$$f_6 = 2x - 1$$
$$f_7 \quad 2x - 2$$

D.h. der Anstieg ist immer 2.

(1) g_5 und f_5 stehen in einem rechten Winkel zueinander, damit auch alle anderen Geraden (Parallelen):
Dies ergibt sich aus der Kongruenz der beiden markierten Dreiecke (nach SWS).
Damit ist $\alpha_1 = \alpha_2$ und somit die Geraden um denselben Winkel gegenüber dem Koordinaten-