Mobiles Rechnen und Zeichnen mit dem Taschencomputer

Eberhard Lehmann

1. Veränderungen im Mathematikunterricht

Der Mathematikunterricht unterliegt seit einigen Jahren tiefgreifenden Veränderungen, die sich insbesondere aus den negativen Ergebnissen der TIMSS- und PISA-Studien entwickelt haben. Die Bemühungen zur Steigerung der Effizienz des Mathematikunterrichts, wie sie beispielsweise in dem gerade abgeschlossenen bundesweiten fünfjährigen SINUS-Projekt deutlich werden, beziehen sich insbesondere auf die in Abb.1 genannten, sich gegenseitig bedingenden Aspekte.

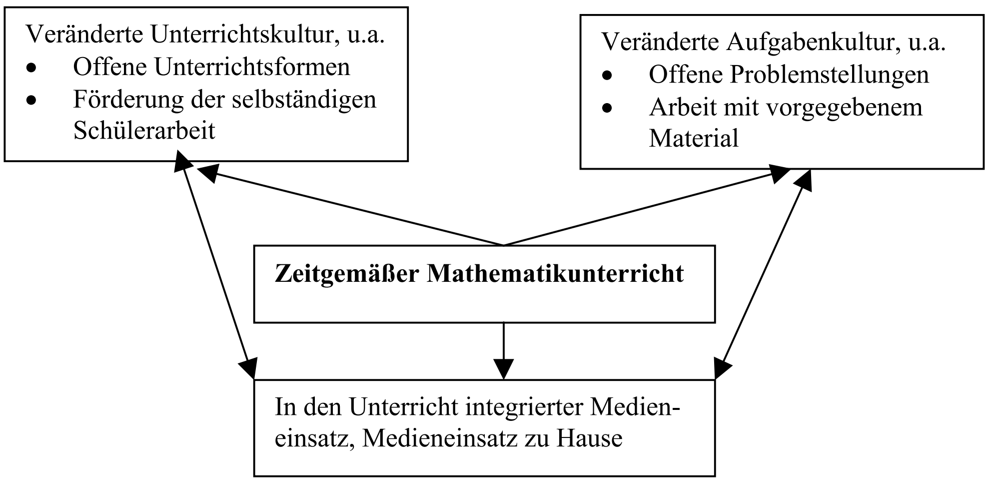


Abb.1

Uns interessiert hier in erster Linie der mobile Medieneinsatz. Die unten folgenden Beispiele sind jedoch so gewählt, dass auch die anderen Aspekte verdeutlicht werden.
Als modernes Medium kommt in erster Linie der Personalcomputer in Frage. Er ist zweifellos das bedeutendste, den Mathematikunterricht vielseitig fördernde Medium. Bezüglich seines breiten schulpraktischen Einsatzes im Mathematikunterricht gibt es jedoch erhebliche organisatorische Schwierigkeiten. Ich zitiere hierzu aus [1], Kapitel 6.11:

Taschencomputer oder Personalcomputer?

Für diese wichtige, vieldiskutierte Frage haben die Projektlehrer in der Lehrerumfrage folgende Antworten notiert:

16) Worin sehen Sie die Vorteile bzw. Nachteile des Taschencomputers im Unterricht gegenüber dem PC?	***Vorteile**: Jederzeitige Verfügbarkeit, nicht auf Fachraum angewiesen * einzige Möglichkeit, einen Computer immer wenn gewünscht, einsetzen zu können * jeder Schüler hat einen TI * View-Screen ermöglicht jederzeitige Präsentation, z.B. von Schülerlösungen * Flexibilität * überschaubarer als PC * Verfügbarkeit auch zu Hause * einfache Bedienung * problemlos im Transport * ermöglicht mehr Selbständigkeit bei Einzelarbeit und erleichtert Teamarbeit * PC´s können nicht für einen ganzen Kurs angeschafft werden * **Nachteile:** Grafikbildschirm hat seinen Grenzen * kein Drucker * kleines Display * bei komplexer Zeichnung zu langsam * fehlende Hilfetaste * geringer Bedienungskomfort * verführt mehr als PC zum Herumspielen **

17) Worin sehen Sie die Vorteile bzw. Nachteile des Taschencomputers ausserhalb des Unterricht?	***Vorteile:*** *Hausaufgaben * Vorbereitung auf Klassenarbeit * Übungs- und Kontrollmöglichkeiten für die Schüler * kleine Spielchen aus dem Internet * selbständiges Experimentieren, Neugier wird geweckt - das kann den folgenden Unterricht vorbereiten * schwächere Schüler können Lücken aus dem Unterricht nacharbeiten und Umgang mit dem Gerät in Ruhe üben * Schüler können bei Hausaufgaben verschiedene Lösungen erarbeiten * alle Schüler haben bei Hausaufgaben das gleiche Gerät (Chancengleichheit) ** ***Nachteile:*** *Nichts wird mehr freiwillig im Kopf gerechnet * täglicher Transport **

Diese Aussagen sprechen für sich! Die für die Unterrichtspraxis entscheidenden Aspekte sind:

- ***Mathematikunterricht (MU) sollte Computer ständig zur Verfügung haben und nicht nur auf Vorbestellung!*** *Dieser Wunsch erwächst aus der Forderung nach einem flexiblen, offenen Unterricht. Hierbei kann Computereinsatz in der Regel nicht vorgeplant werden, vielmehr entsteht er häufig aus spontanen Anforderungen.*
- *Diese ständige Verfügbarkeit (ortsunabhängig, raumunabhängig, zeitunabhängig, stromunabhängig) ist* ***nur durch Taschencomputer oder ähnliche Geräte zu gewährleisten****, nicht jedoch durch die heutigen Personalcomputer. Durch Taschencomputer ist auch eine leichte Organisation von Klassenarbeiten, Klausuren bis hin zur Abiturklausur möglich. Taschencomputer können vom Schüler bei Hausarbeiten verwendet werden, die Lösungen der Hausarbeit oder der Unterrichtsaufgaben können umgehend auf einem View-Screen zeigt werden.*
- ***Es gilt also von der Vision Abschied zu nehmen****, dass die Anschaffung möglichst vieler Personalcomputer den Mathematikunterricht aller Lerngruppen einer Schule durchgehend nützen kann.*
- ***Die obigen Aussagen gelten nicht für sehr komplexe Anforderungen an Rechnung und Zeichnung.*** *Bei komplexen Algorithmen und komplexen Zeichnungen und auch bei dynamischen Geometriesystemen ist ein Personalcomputer unerlässlich. Hier ist dann doch wieder der Computerraum gefragt oder zumindest ein PC zur Demonstration im Klassenraum.*

In meinem Leistungskurs hat sich die folgende Konstellation bewährt:
a) Jeder Schüler besitzt (ständig) einen Taschencomputer, in der Schule, unterwegs und zu Hause.
b) Der Unterricht findet stets im Computerraum statt, wobei auf den Rechnern diverse Mathematikprogramme und Möglichkeiten der Dokumentation zur Verfügung stehen.
c) In Klausuren wird der Taschencomputer verwendet.

Punkt b) ist, wie oben erläutert, nicht für alle Lerngruppen realisierbar. So bleibt die Forderung:

Jeder Schüler muss für das Fach Mathematik ständig einen Taschencomputer zur Verfügung haben.

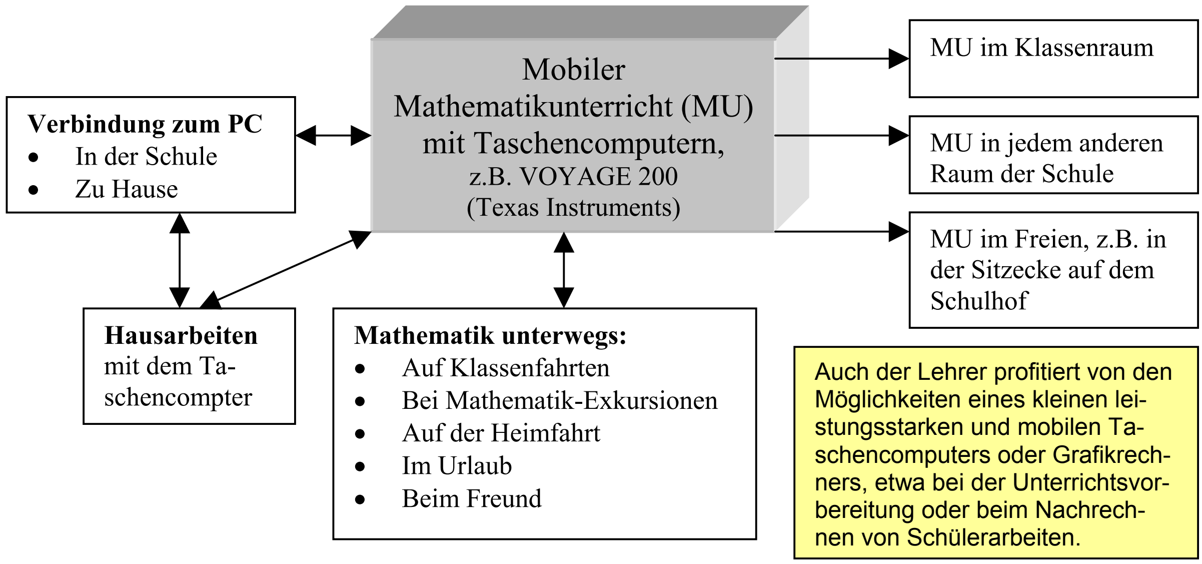
Zitatende

2. Mobiler Mathematikunterricht durch Taschencomputer mit CAS (Computeralgebrasystem)

In dem obigen Zitat wird u.a. auf die Flexibilität hingewiesen, die man durch Taschencomputer erreichen kann:

- ***Mathematikunterricht (MU) sollte Computer ständig zur Verfügung haben und nicht nur auf Vorbestellung!*** *Dieser Wunsch erwächst aus der Forderung nach einem flexiblen, offenen Unterricht. Hierbei kann Computereinsatz in der Regel nicht vorgeplant werden, vielmehr entsteht er häufig aus spontanen Anforderungen.*
- *Diese ständige Verfügbarkeit (ortsunabhängig, raumunabhängig, zeitunabhängig, stromunabhängig) ist* ***nur durch Taschencomputer oder ähnliche Geräte zu gewährleisten****,*

Welche Vorteile bringt die ständige Verfügbarkeit eines Taschencomputers mit sich? Die folgende Abbildung nennt einige Möglichkeiten.



- All diese Möglichkeiten tragen dazu bei, Mathematikunterricht aus dem Klassenzimmer in andere „Räume“ zu transportieren und die Mathematik für den Schüler damit auf eine breitere Basis zu stellen.
- Nun liegt es an dem Lehrer, diese neuen Chancen für seinen Mathematikunterricht auch zu nutzen..

Die folgenden Beispiele – mit je eine Problemstellung aus Algebra und Grafik – verdeutlichen die neuartigen Möglichkeiten durch Einsatz eines mobilen Taschencomputers.

3. Beispiel 1: Experimentelles Arbeiten mit Computergrafik

Das Problem: Zeichne möglichst viele Kreise durch den Punkt P(4,3).

Für derartige Aufgabenstellungen liegen gute Erfahrungen vor. Was sind die Vorzüge dieser offenen Formulierung?

- Die Schüler können mit diversen Ansätzen an die Problemlösung gehen.
- Die Ansätze können in experimenteller Arbeit erprobt werden:
  Terme finden, zeichnen, bestätigen, verwerfen.
- Es bieten sich mehrere Aufgabenvariationen an.

Objekte →	Kreise	Geraden	Parabeln	Usw.

Punkte →	(3,4)	(0,0)	(a,b)	Usw.

Lösungsbeispiel

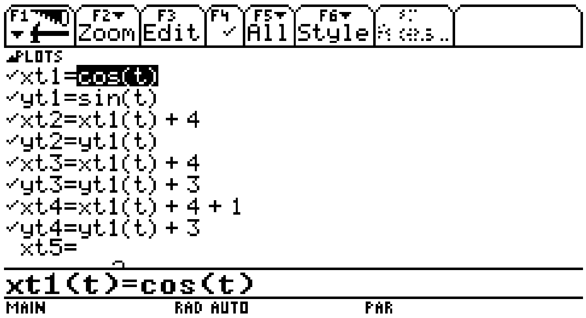
Die Überlegungen der Schüler könnten folgendermaßen ablaufen: Wenn wir erst einmal nur einen Kreis haben, werden sich auf ähnliche Weise weitere finden lassen.

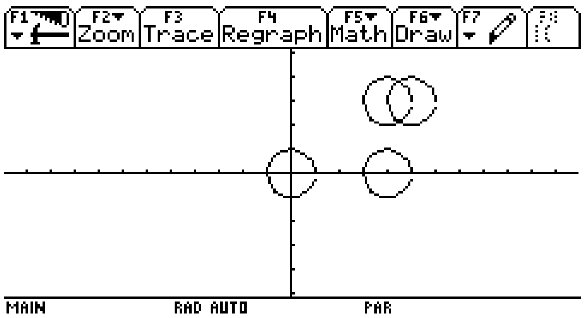
1) Beginnen wir mit einem Einheitskreis in Parameterform. Diese Form ist für Kreisdarstellungen am Computer am besten geeignet. Sie lässt sich zudem gut manipulieren.
Also K1: (cos(t), sin(t)).

2) Wir verschieben nach rechts um 4 Einheiten.
K2: (cos(t)+4, sin(t)).

3) Verschiebung um 3 Einheiten nach oben.
K3: (cos(t)+4, sin(t)+3)
Jetzt liegt der Mittelpunkt in (4,3).

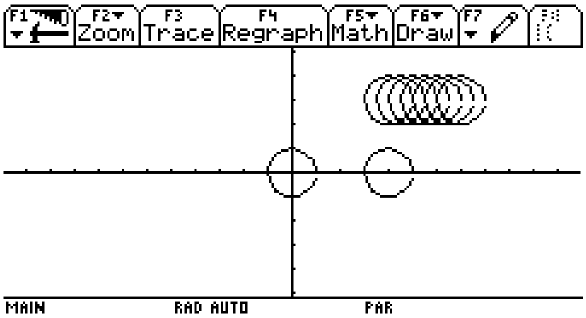
4) Eine weitere Verschiebung um den Radius, hier r=1, z.B. nach rechts, führt dazu, dass die Kreislinie durch (4,3) geht.
K4: (cos(t)+4+1, sin(t)+3)





Diese kleine Ablaufschilderung zeigt bereits, dass es etliche Bearbeitungsmöglichkeiten für die Schüler gibt. Verfolgen wir unseren Weg. – Nachdem ein Kreis gefunden ist, kann man sich z.B. auf weitere Kreise, deren Mittelpunkt auf der y=3 – Linie liegt, konzentrieren. Bisher haben wir mit r=1, dem Einheitskreis, gearbeitet. Also wählen wir nun andere r-Werte.

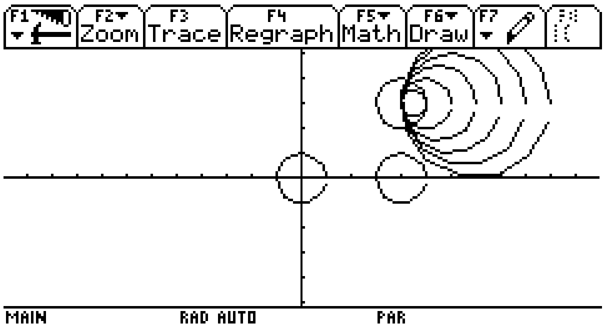
5) K4: (cos(t)+4+1, sin(t)+3)
Wir erproben also
(cos(t)+4+r, sin(t)+3) mit verschiedenen r-Werten, etwa {0.5, 1, 1.5, 2}→ r. Das Bild zeigt: Ein Denkfehler!
Experimentieren heißt auch:
Fehler machen, neu nachdenken!

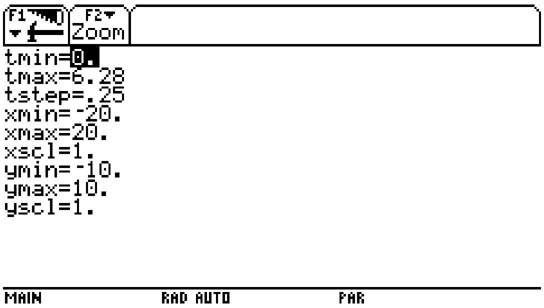


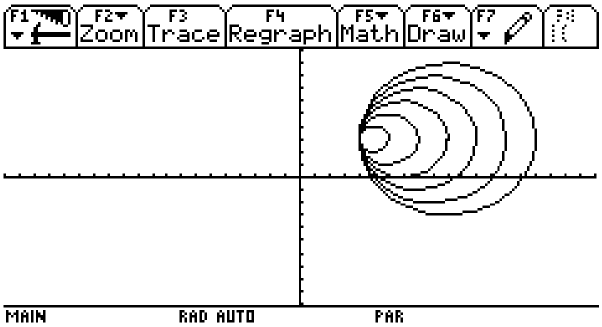
Wir wollen ja auch nicht nur die Verschiebung ändern, sondern die Kreisradien. Diese Idee führt auf den Ansatz (r*cos(t)+4+r, r*sin(t)+3).

Jetzt ist das Problem im Wesentlichen gelöst. Noch zwei Wünsche bleiben offen.

- Eine bessere Darstellung (Window-Fenster gestalten, siehe unten)
- Noch andere Kreisbüschel (ähnliche Ideen wie oben verwenden).







Experimentieren mit dem CAS

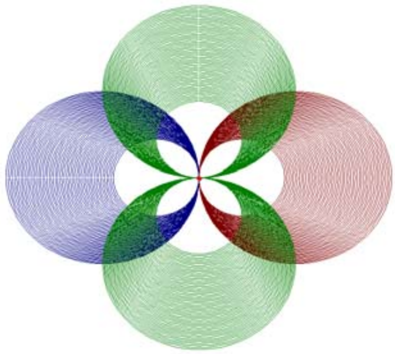
- Problemstellung - Ansätze finden – realisieren – Richtigkeit überprüfen – neu nachdenken - Fehler korrigieren – neuen Ansatz realisieren - ... – Ziel erreicht.
- Den Weg bis zum Endergebnis dokumentieren.

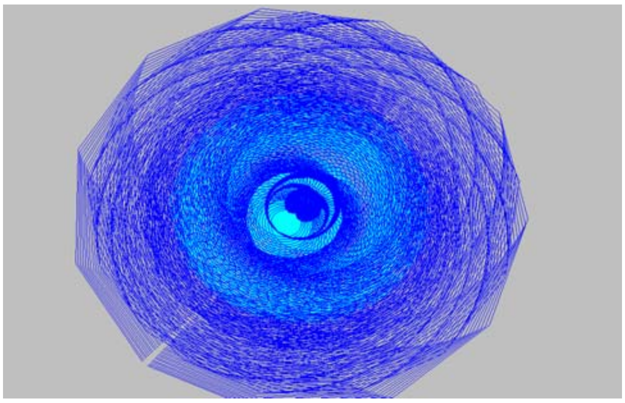
Abschließend kann die Arbeit in mehreren Richtungen weitergehen:

- Verallgemeinern: Formeln aufstellen, einen Baustein (Funktion mit Parametern) konstruieren, durch dessen Aufrufe Kreisbüschel entstehen.
- Variation der Problemstellung, hier z.B. andere Punkte wählen, andere Objekte wählen.
- Die Darstellungen optimieren (ästhetisches Aussehen herstellen, Farbe verwenden, den Vorgang animieren. Dieser Vorgang kann gehen bis zu künstlerischen Darstellungen. Diese erhalten ihre volle Wirkung allerdings erst durch die Verwendung eines PC mit entsprechenden Programmen wie DERIVE oder ANIMATO, einem Funktionenplotter mit besonderen Optionen für Animationen.

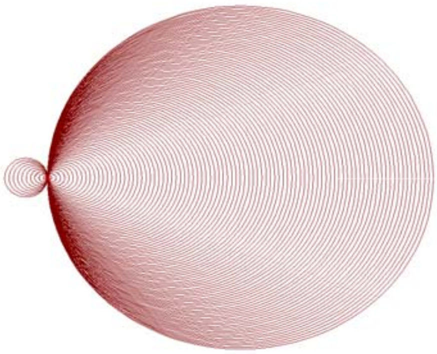
Beispiele für künstlerische Interpretationen der Problemstellung

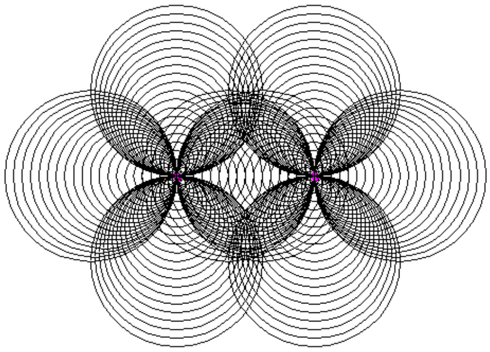
A) Vier Kreisbüschel durch (4,3), Ausblendung des Koordinatensystems
B) Die Kreisbüschel wurden einer Transformation mit Polarkoordinaten unterworfen.
C) Zwei Kreisbüschel, anders arrangiert.
D) Variation: Zwei Büschelpunkte
E) Abgeleitet aus D, aber nun Vierecke.
F) Abgeleitet aus D, aber nun Sechsecke.
.

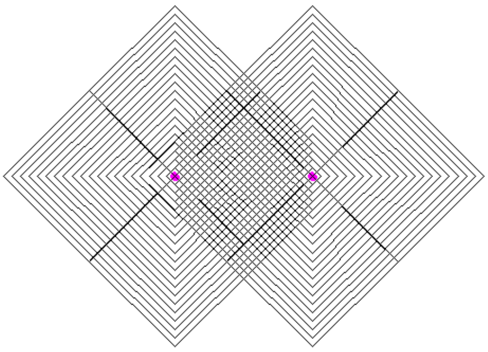


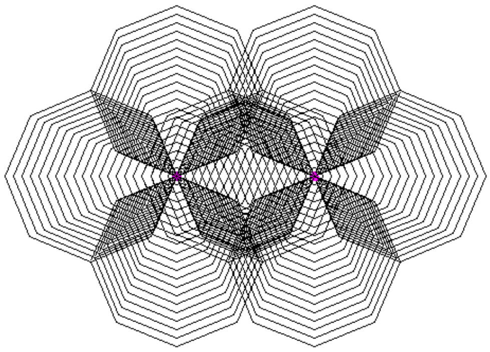


.







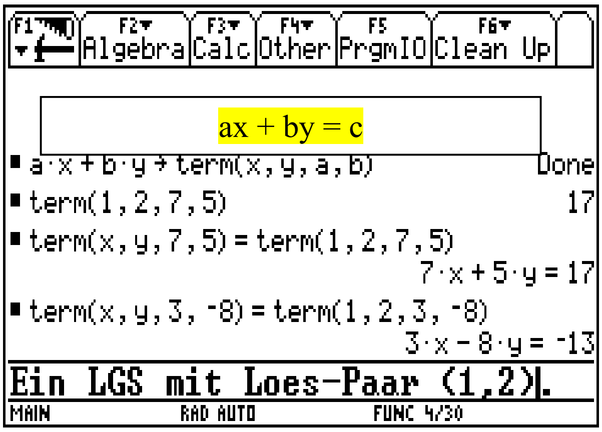


.
Erfahrungsgemäß vollziehen Schüler diesen Übergang von den mathematischen zu ästhetischen Darstellungen unter Beachtung von künstlerischen Aspekten mit großem Engagement. Das gilt gerade auch für weniger leistungsstarke Schüler.

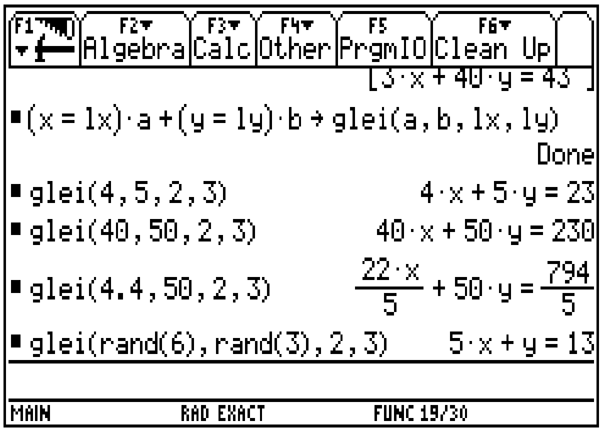
4. Beispiel 2: Wir erfinden lineare Gleichungssysteme -
Arbeiten mit Parametern in der Sekundarstufe 1

Das Problem: Wie baut der Lehrer lineare Gleichungssysteme mit so schön „glatten" Lösungen?
Die folgenden Lösungen entstanden in einem Workshop für Lehrer. Benutzt wurde der Taschencomputer TI-92-Plus.

Lösung 1

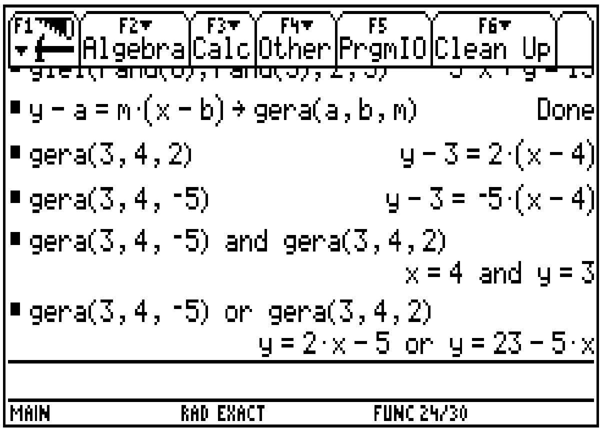


Lösung 2

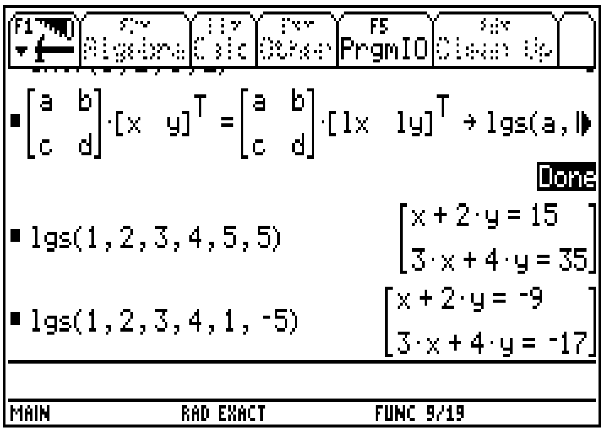


Linke und rechte Seite werden als Terme definiert	Operationen auf den Gleichungen x=lx und y=ly

Lösung 3



Lösung 4



Die Lösung erfolgt über „Ein Punkt-Steigungsform" Die Lösung entspricht der Fragestellung: **Zeichne möglichst viele Geraden durch den Punkt P(a, b)** (siehe hierzu Beispiel 1: Kreise durch (4,3)).	Linke Seite des LGS = Rechte Seite des LGS. .... → lgs(a,b,c,d,lx,ly) Definition eines Bausteins (Funktion mit mehreren Variablen)

Auf diese Weise lassen sich leicht LGS mit 2 Variablen, aber entsprechend auch mit 3 oder 4 Variablen erzeugen. Auch dieses Beispiel zeigt, wie eine offene Aufgabenstellung durch Einsatz passender Medien –unabhängig vom Ort - bearbeitet werden kann.

Zusammenfassung: Zeitgemäßer Mathematikunterricht kann auf den Einsatz von mobilen Computern (Taschencomputern) nicht verzichten! Für sehr komplexe algebraische, insbesondere graphische Probleme ist jedoch der PC unerlässlich.

Literatur:

Lehmann, Eberhard: Berliner CAS-Projekt (Sekundarstufe 1) mit dem Taschencomputer TI-92, Berlin 2002 – Projekt mit 5 Schulen und ca. 450 Schülern

Lehmann, Hergen, Lehmann, Eberhard: ANIMATO, Programmsystem zum Gestalten von Animationen mit Hilfe von Funktionen und Relationen (ehemals HL-Plot), Berlin 2003