Mathematik animieren

Dresden, DES-TIME, 20.-23.7.2006

Software:
- Animato -

My logo

Dr. Eberhard Lehmann, Berlin

mirza@snafu.de --- www.snafu.de/~mirza

Was bringen Animationen im Unterricht?

a) Fertige Animation als Arbeitsgrundlage benutzen

b) Entwurf von Animationen durch die Schüler – auch zu Hause

Allgemeine Kompetenzen – fachliche Kompetenzen

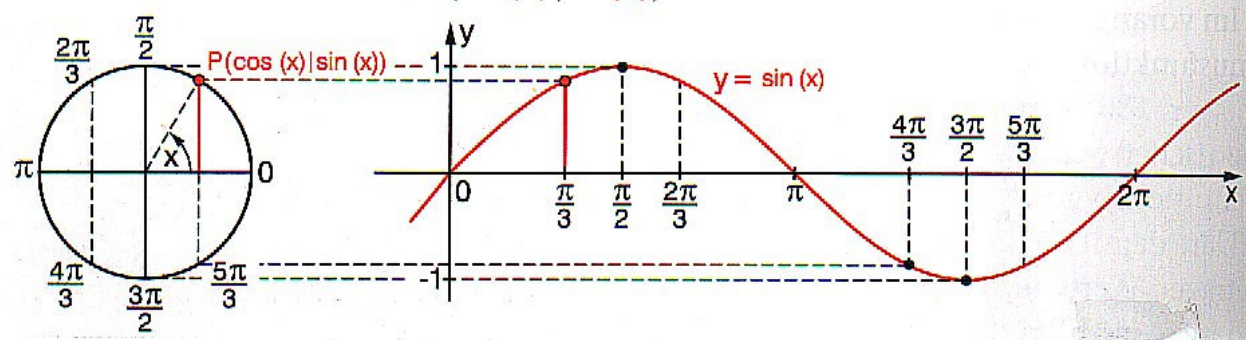
+ Animationen erläutern können
+ Mathematische Inhalte und Sachverhalte besser verstehen
+ Den Einsatz mathematischer Kenntnisse (an interessanten Aufgabenstellungen) üben
+ Entwurfsüberlegungen anstellen und realisieren
+ Mathematische Sachverhalte und ihre Abläufe visualisieren und elementarisieren können

Abbildungen aus Schulbüchern

Basiswissen

Wenn man die Winkel im Bogenmaß angibt, so erhält man Funktionen mit Definitionsmenge aus ℝ.

Mithilfe des Einheitskreises um den Koordinatenursprung können die trigonometrischen Funktionen für beliebige Winkelgrößen definiert werden.
Dreht man den Radius entgegen dem Uhrzeigersinn um den Winkel x, so trifft er auf dem Einheitskreis den Punkt P(cos(x) | sin(x)).



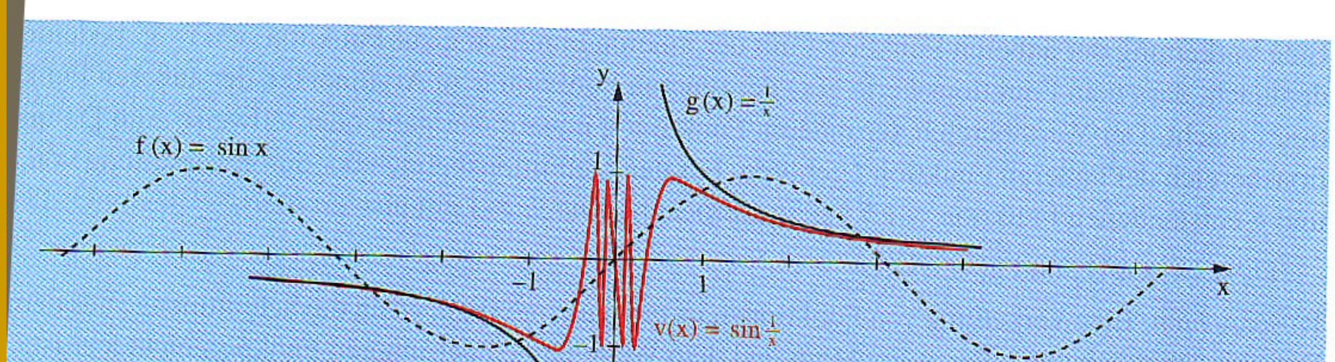
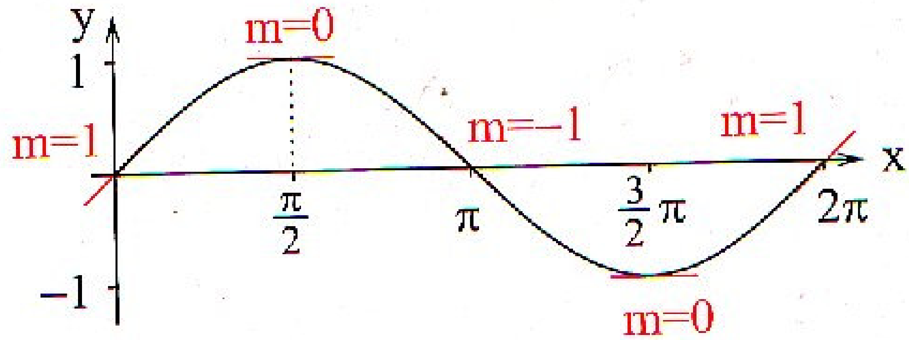
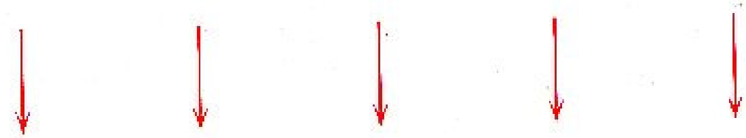
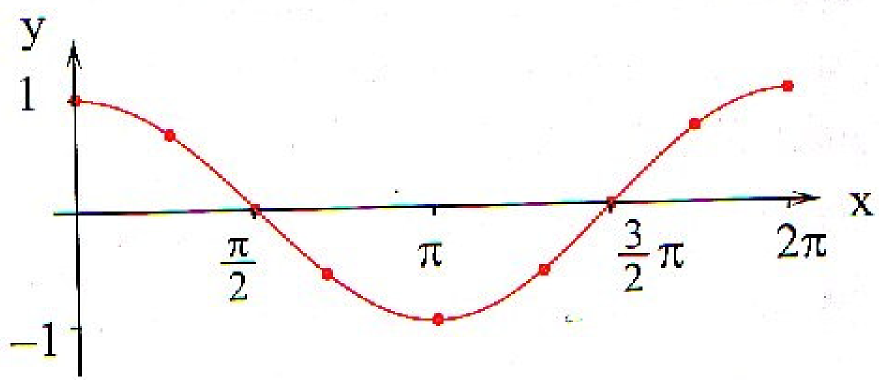


Fig. A 40

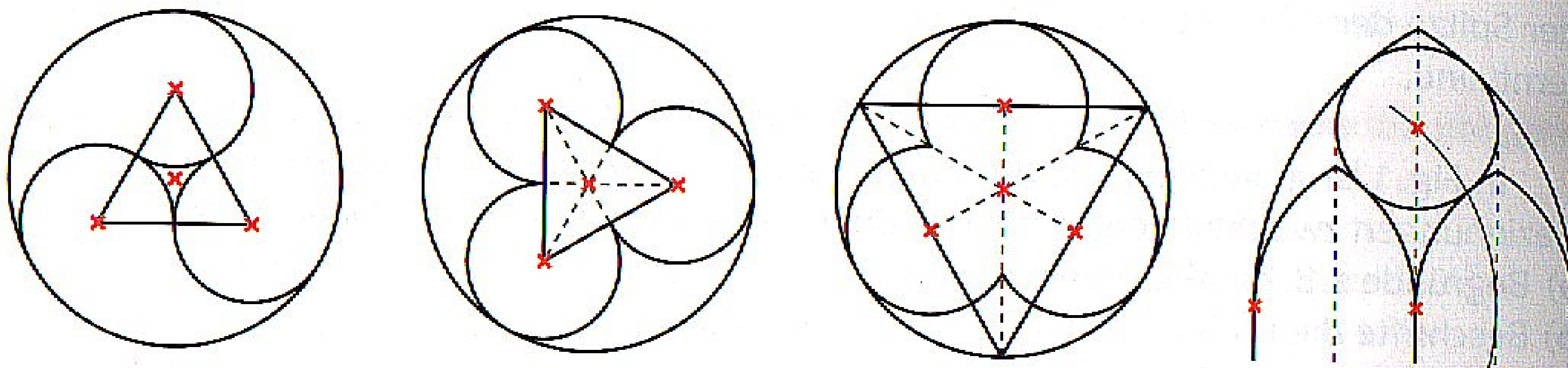




Die Ableitung von f(x) = sin x:



14 Die Abbildungen stellen Muster dar. Gib eine Konstruktion an und führe sie aus.



Kroll, Analysis, Band 1, Dümmler 1985

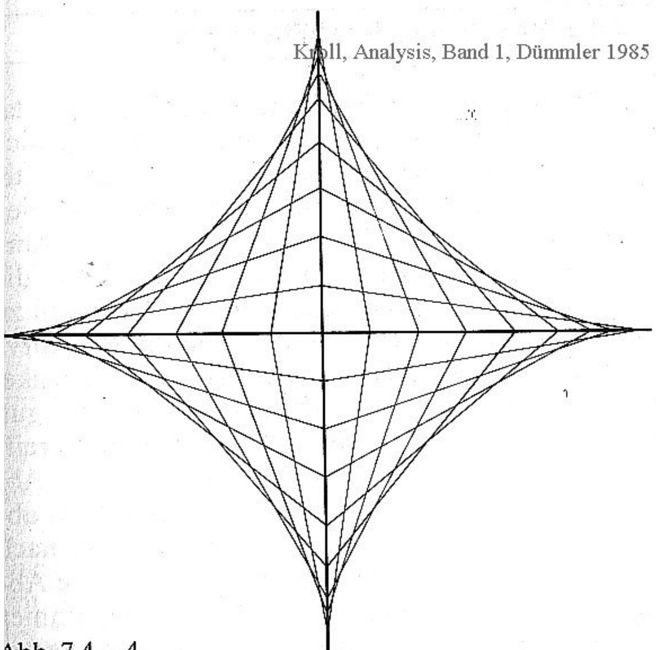


Abb. 7.4. – 4

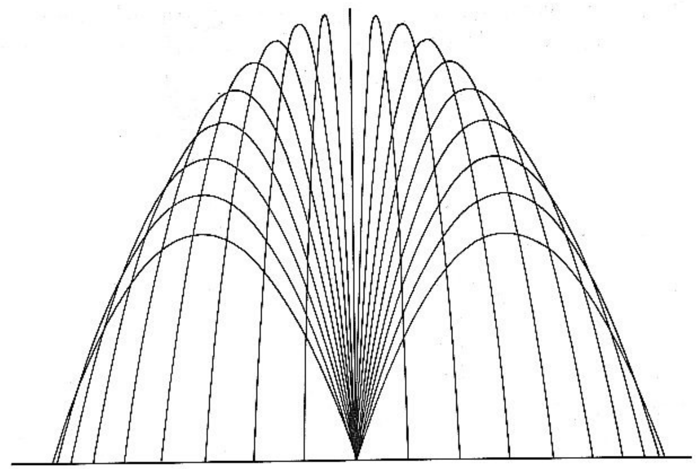


Abb. 7.4. – 6

bilden eine *Brennlinie* oder *Katakaustik*. Abbildung 7.4. – 5 zeigt links eine Fotographie und rechts den Strahlengang für paralleles Licht, das von einem zylindrischen Spiegel reflektiert wird. Dabei entsteht

Animations-Beispiele

Sinus am Einheitskreis

Sinus-Ableitung vermuten

Abbildung mit Matrizen

Differenzenquotienten

Kandinsky-Kreise

Kurvendiskussion animieren

Kurven mit Ableitungen

Sinus und 1/x verketten

Zufallsbaustein transformieren

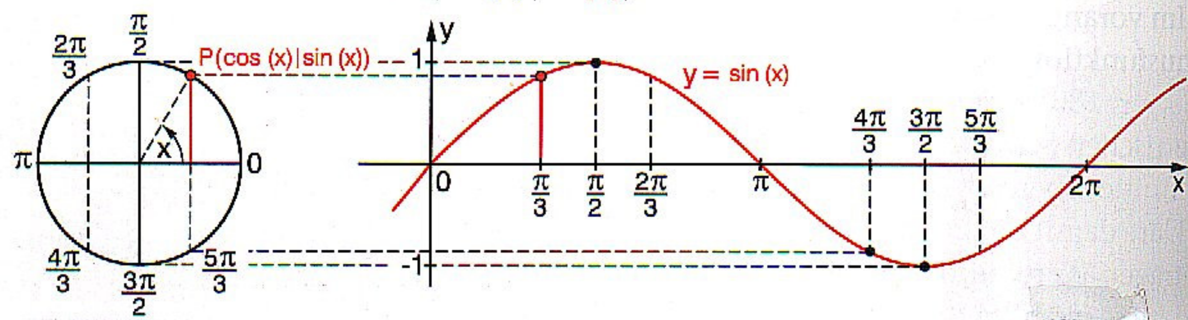
Achsenspiegelung

Astroide

Basiswissen

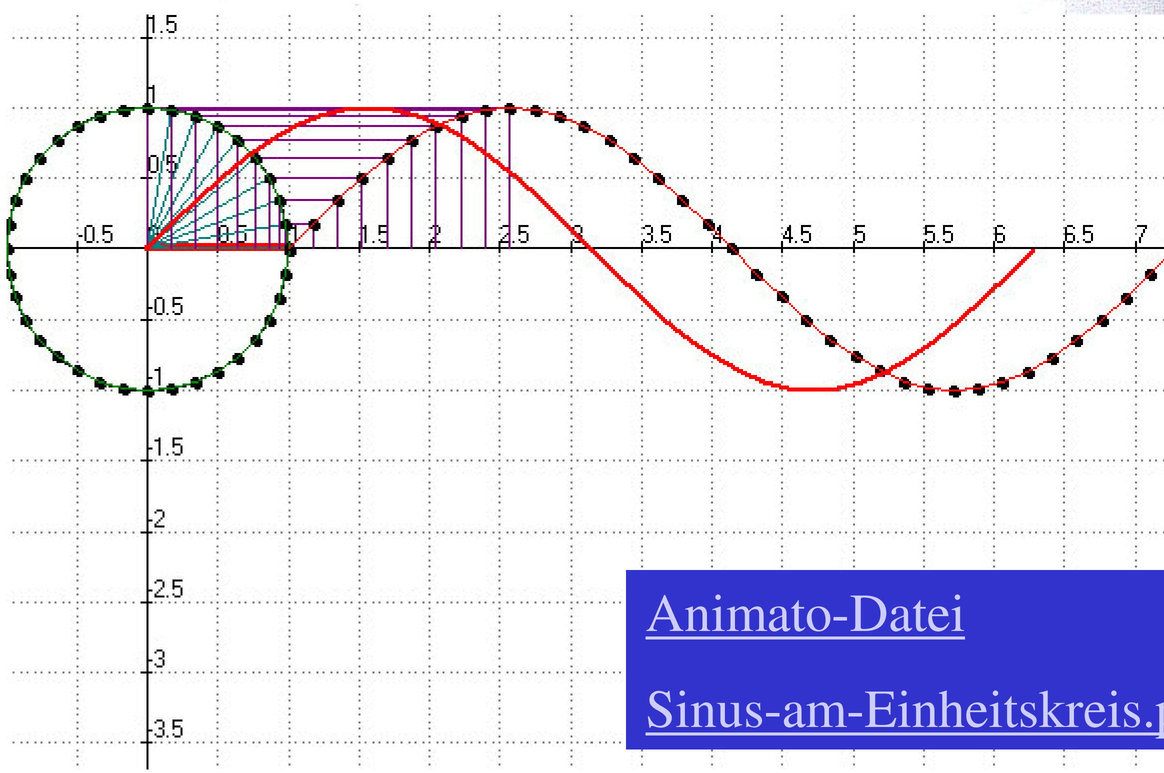
Wenn man die Winkel im Bogenmaß angibt, so erhält man Funktionen mit Definitionsmenge aus $\mathbb{R}$.

Mithilfe des Einheitskreises um den Koordinatenursprung können die trigonometrischen Funktionen für beliebige Winkelgrößen definiert werden.
Dreht man den Radius entgegen dem Uhrzeigersinn um den Winkel x, so trifft er auf dem Einheitskreis den Punkt P(cos(x) | sin(x)).



Neue Wege 10
Schroedel-Verlag

Sinus am Einheitskreis



Animato-Datei

Sinus-am-Einheitskreis.pl2

Die dahinter stehende Mathematik

Der Einheitskreis

Punkte auf dem Einheitskreis (cos(t), sin(t))

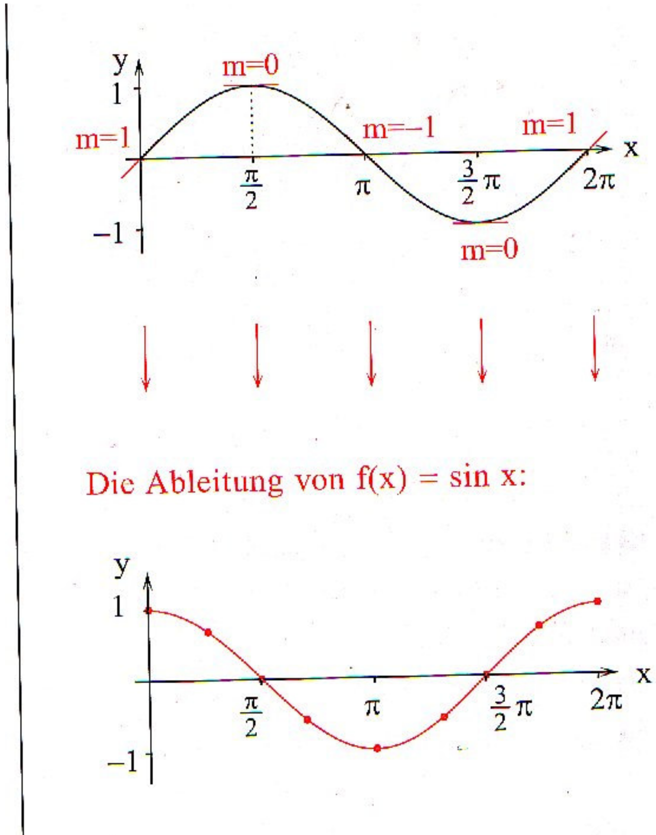
Positionieren von Strecken

Winkel in Bogenmaß

Entstehungsprozess der Sinuskurve

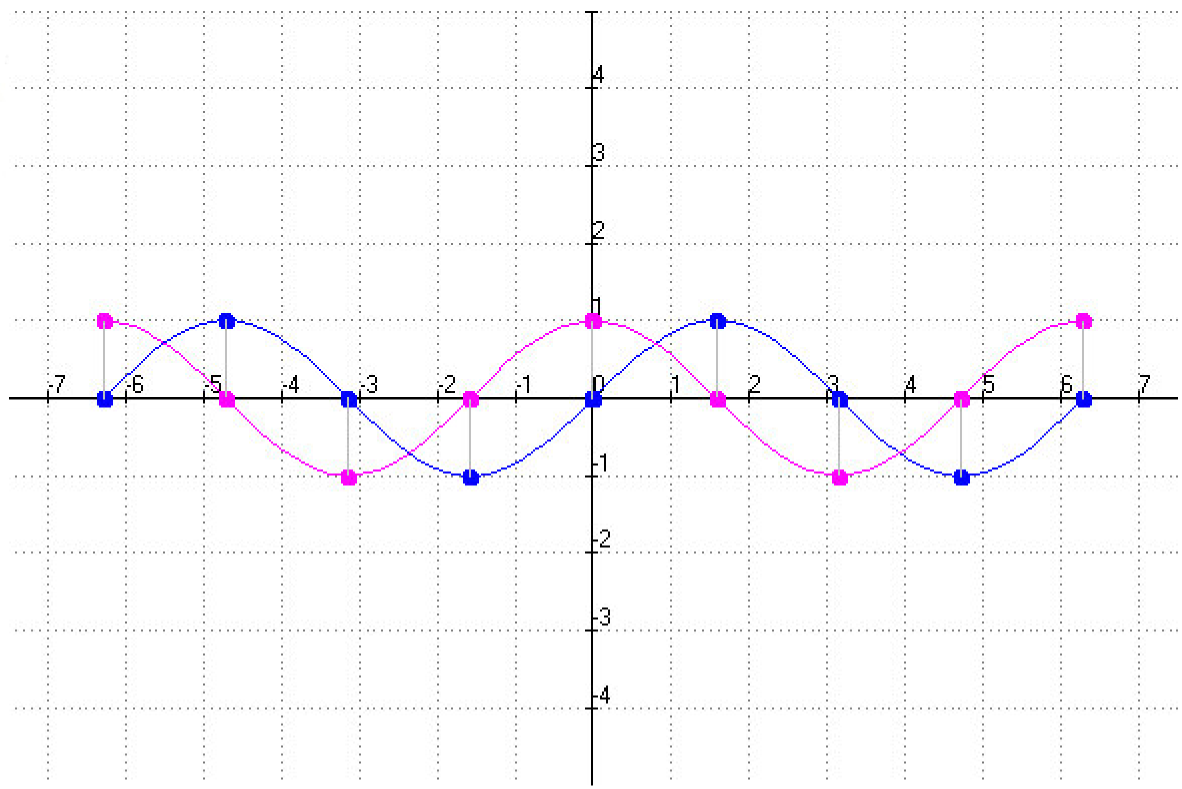
Verschieben der Sinuskurve

f1: cos(x),sin(x)
f2: 0,0,cos(x),sin(x)
f3: cos(x),0,cos(x),sin(x),x+1,sin(x)
f4: x+1,0,x+1,sin(x)
f5: x+1,sin(x)
f6: sin(x)
f7: 0,0,1,0



Elemente ... Kl.11
Schroedel-Verlag

Sinus-Kurve, Erarbeitung der Ableitungskurve



[Animato-Datei](#)

[Sinus-Ableitung.pl2](#)

Die dahinter stehende Mathematik

Sinusfunktion – Sinuskurve

Steigungswerte der Sinuskurve an ausgewählten Stellen feststellen

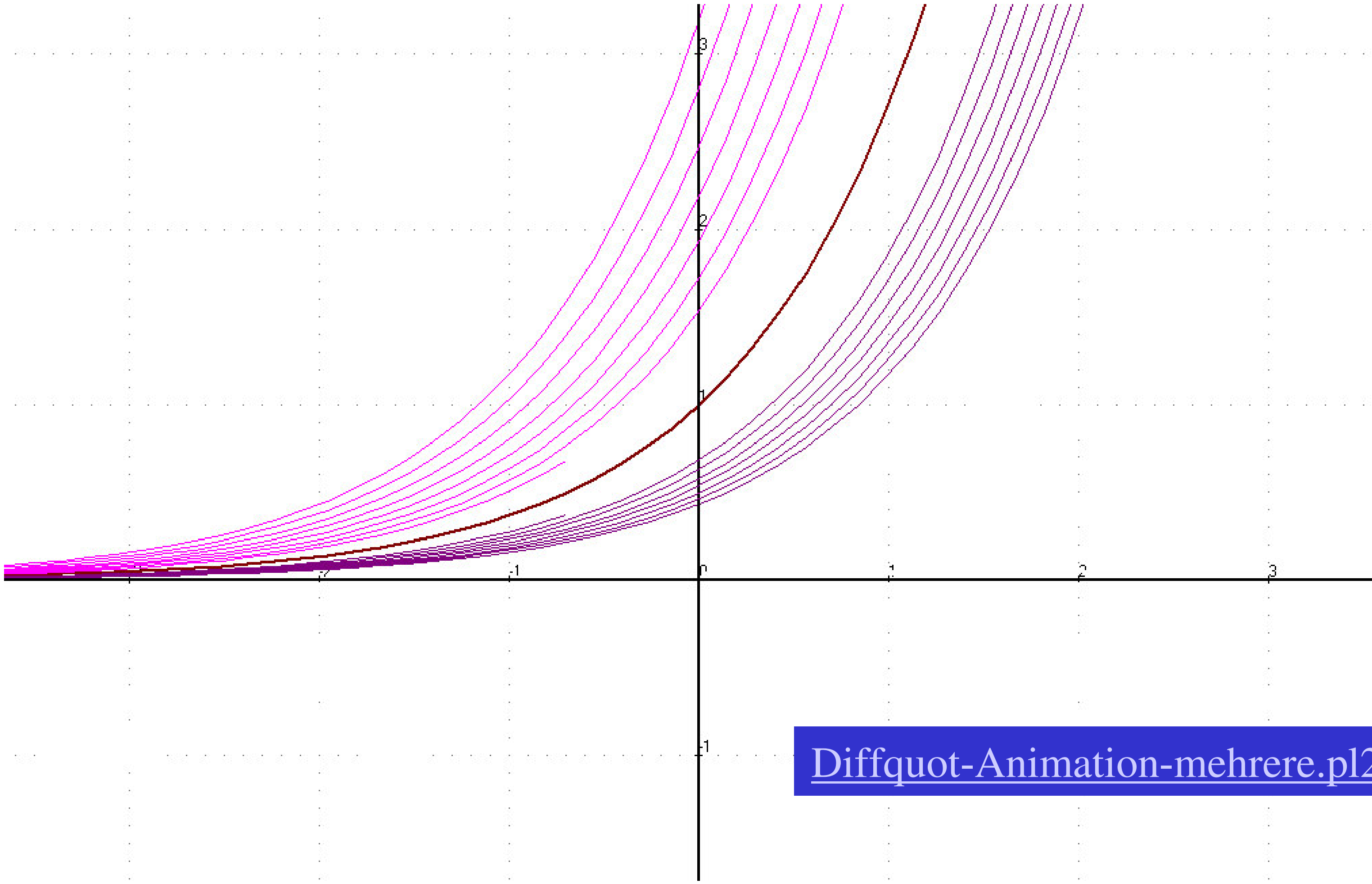
Graph der Ableitungskurve entstehen lassen

Sin´(x)= cos(x) vermuten

f1: sin(a)
f2: (f1(a+0.001)-f1(a))/0.001
f3: pi/2
f4: x,f1(x),x,f2(x)

Animationsschritte erklären

Animation des Übergangs vom Differenzenquotienten zur Ableitung



Diffquot-Animation-mehrere.pl2

Differenzen-Quotient-Demo

Es wird für mehrere Funktion die Annäherung an die Ableitungsfunktion demonstriert

f2: sin(a)
f3: (f2(t+u)-f2(t))/u
f4: (f2(t-u)-f2(t))/(-u)
f5: cos(t)

f7: e^a
f8: (f7(t+u)-f7(t))/u
f9: (f7(t-u)-f7(t))/(-u)
f10: e^t

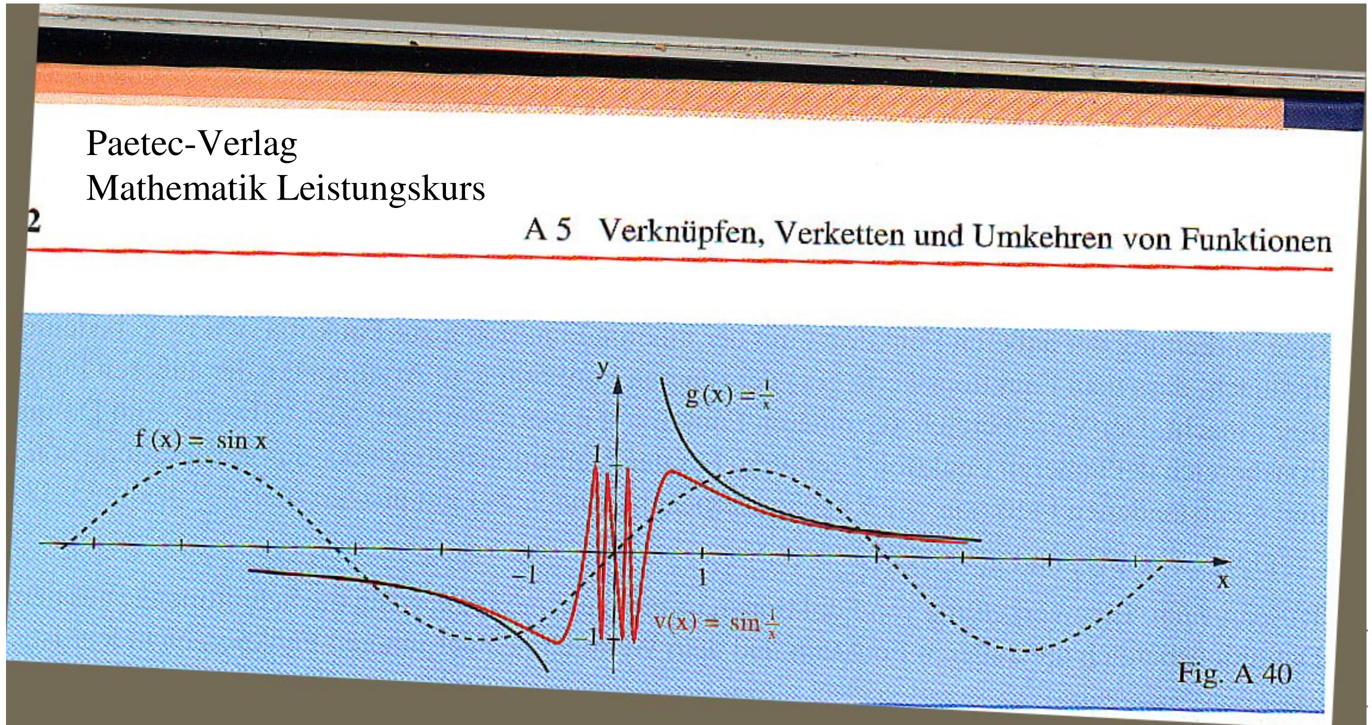
f12: a^3
f13: (f12(t+u)-f12(t))/u
f14: (f12(t-u)-f12(t))/(-u)
f15: 3t^2

f17: int(x),0 Nachziehen der Achsen
f18: 0,int(x)

Die dahinter stehende Mathematik

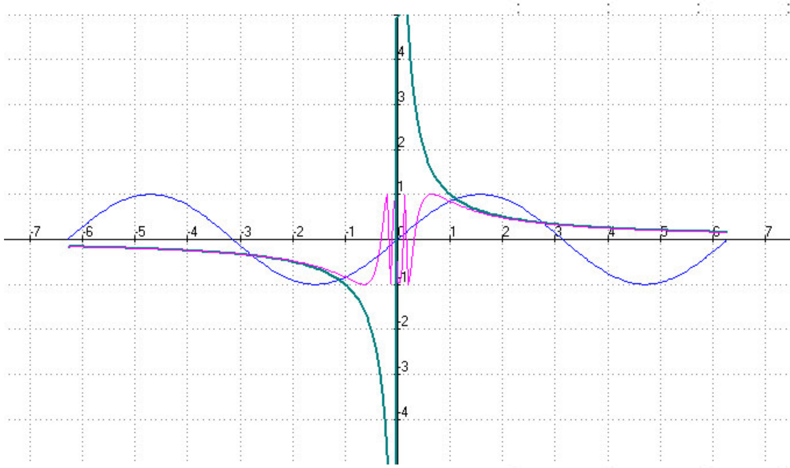
Der gleiche Weg für viele Funktionen – ein neues methodisches Vorgehen!

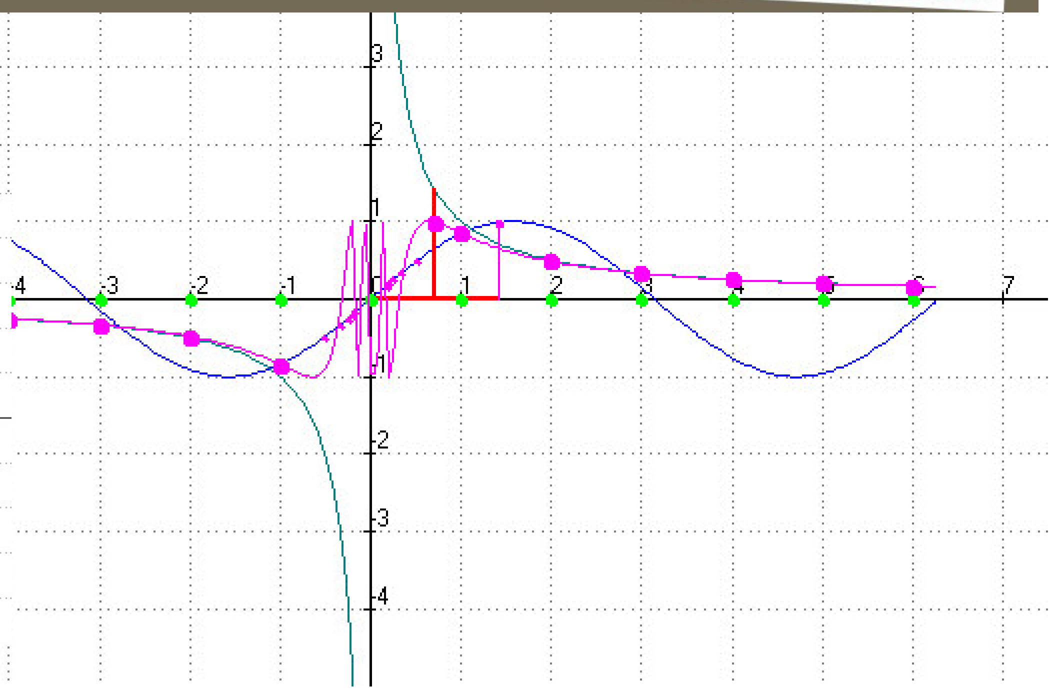
Sinus und Hyperbel verketten



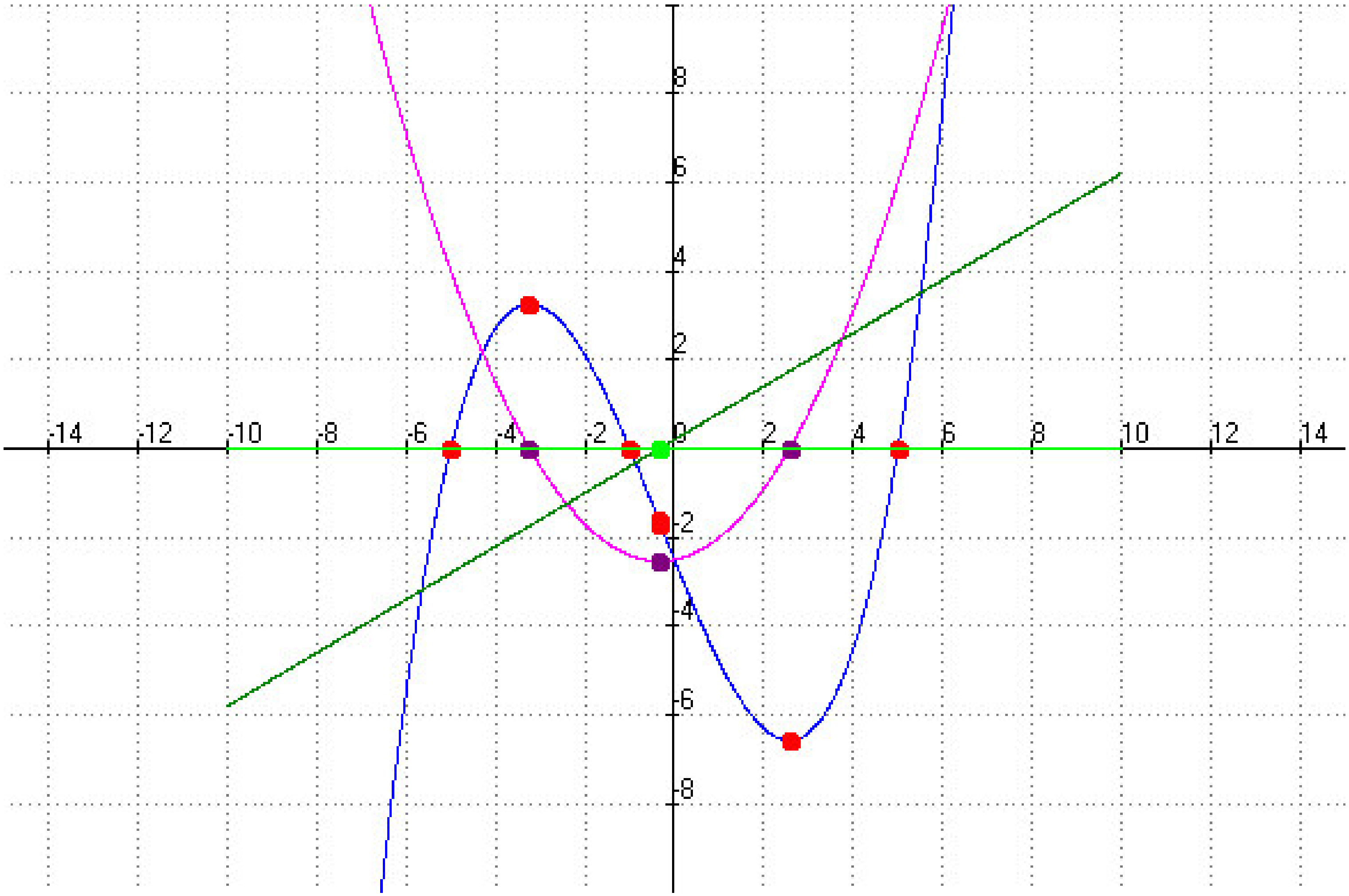
[Animato-Datei](#)

[Sinus-verketten-2.pl2](#)





Animation von Kurvendiskussionen



Kurvendiskussion1.pl2

Die dahinter stehende Mathematik

```
f1: 0.1*(a+5)*(a+1)*(a-5)     // Ausgangsfunktion
f2: {abs(f1(a))<0.01:a}       // Nullstellen suchen
f3: f2(a),f1(a)               // Nullstellen markieren
f4: 0.1*(a+5)*(a+1)*(a-5)
f5: (f1(a+0.001)-f1(a))/0.001    // 1.Ableitung näherungsweise
f6: {abs(f5(a))<0.01:a}          // Nullstellen von f5 suchen (Extremwerte von f1)
f7: f6(a),f5(a)                  // Nullstellen von f1´=f5 markieren
f8: f6(a),f1(a)                  // Extremwerte von f1 markieren
f10: (f5(a+0.001)-f5(a))/0.001   // 2.Ableitung näherungsweise
f11: {abs(f10(a))<0.01:a}
f12: f11(a),f10(a)               // vermutliche Nullstellen von f´´
f13: f11(a),f5(a)                // vermutliche Extremwerte von f´
f14: f11(a),f1(a)                // vermutliche Wendepunkte von f
f16: x,0
```

Astroiden

[Animato-Datei LEITER.pl2]

[Astroiden.pl2]

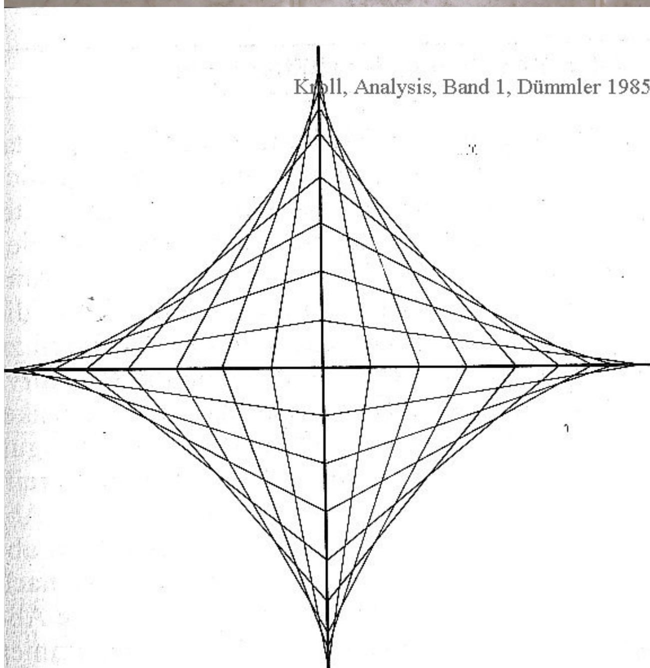
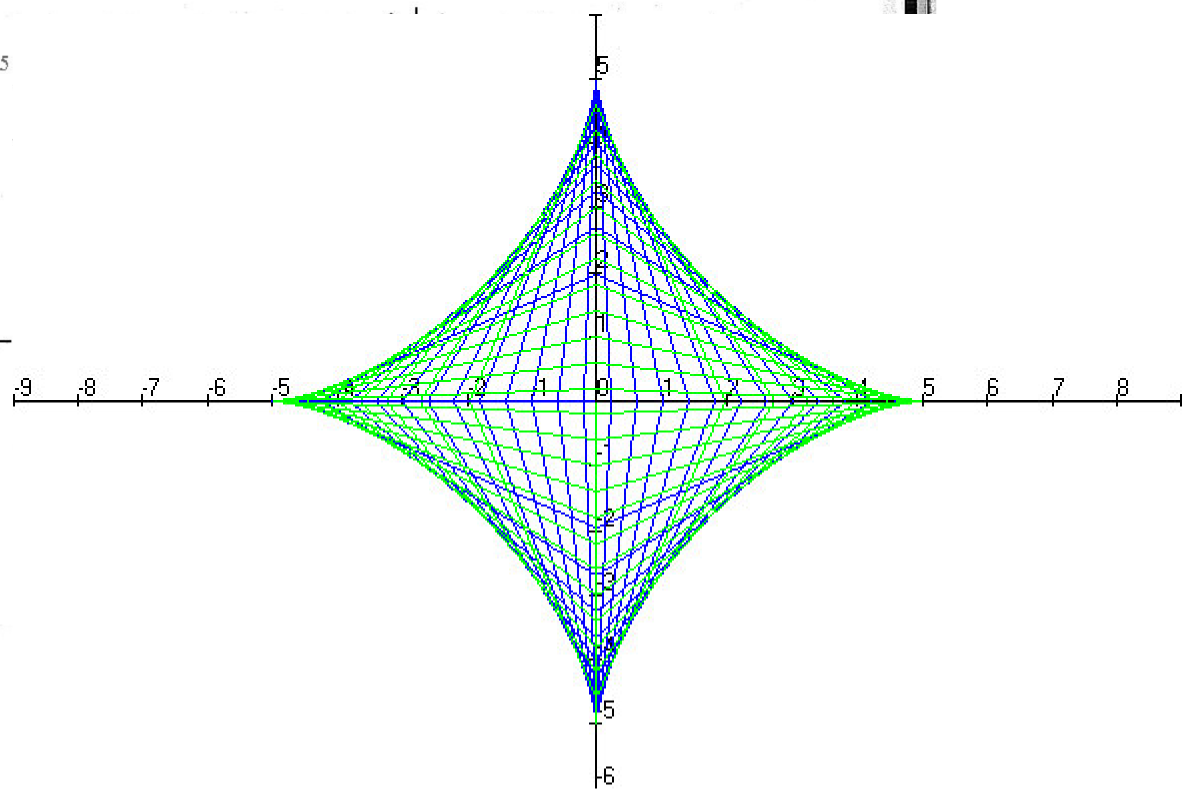


Abb. 7.4. – 4

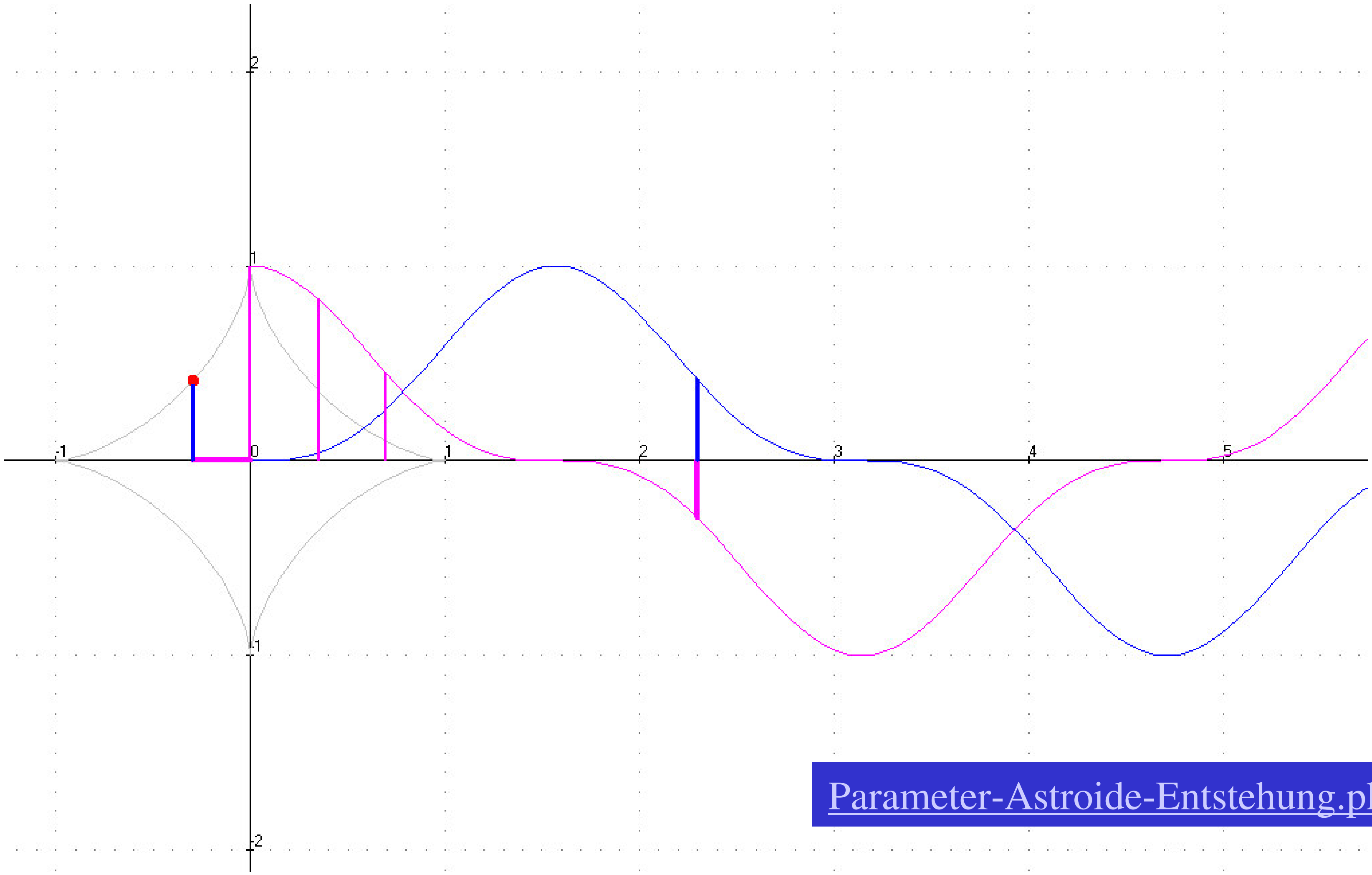


Die dahinterstehende Mathematik

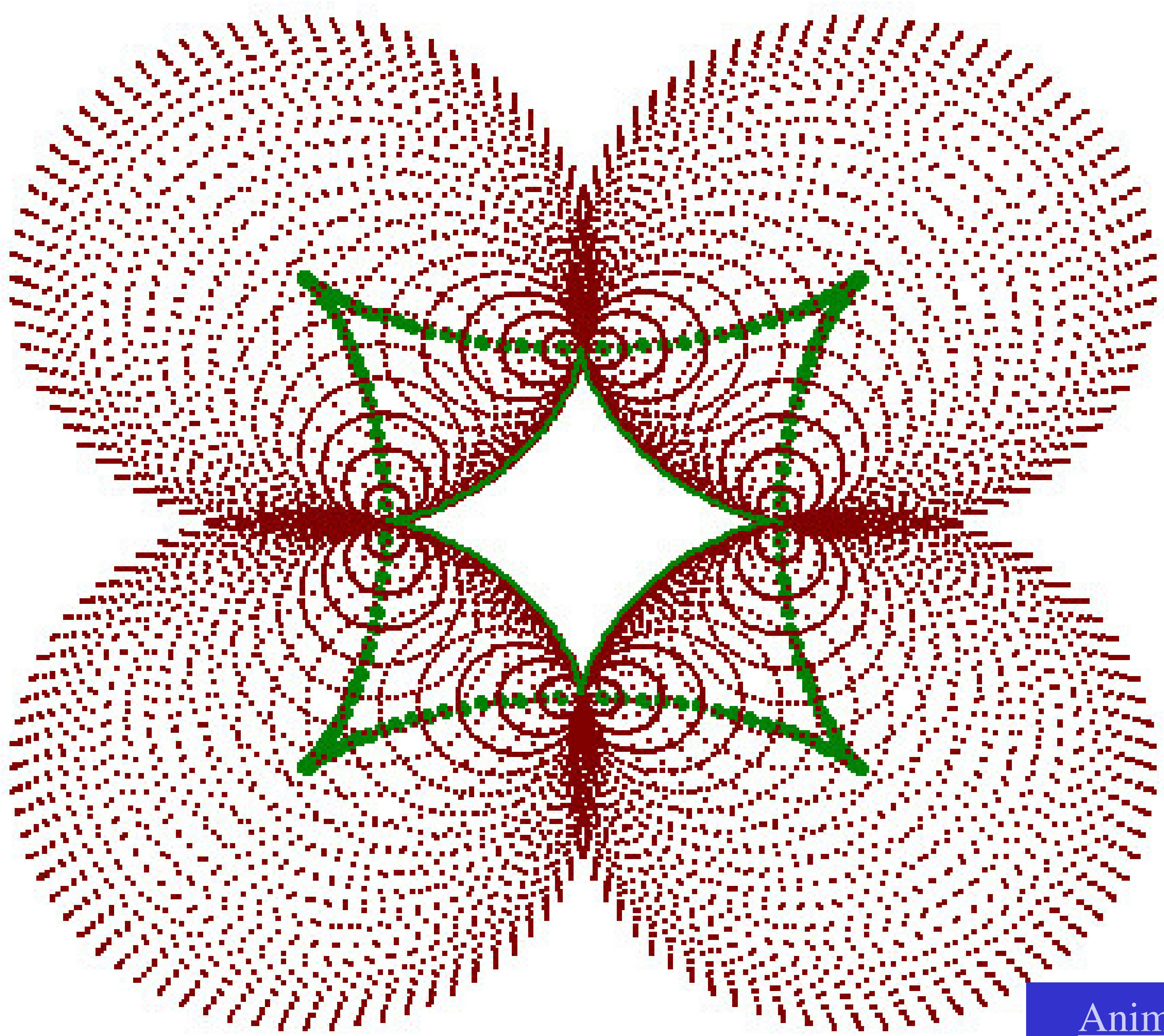
Abhängigkeit zwischen a und b auf rutschender Leiter
Strecke zwischen den Punkte (a,0), (0,b) zeichnen unter Beachtung von **a^2+b^2=c^2, b=sqrt(c^2-a^2);**
a kann maximal =c sein, z.B. für Länge const=5 liegen a und b zwischen 0 und 5

f1: **a,0,0,sqrt(5^2-a^2)** **Strecke zwischen (a,0) und (0,b)**
f2: a,0,0,-sqrt(5^2-a^2)
f4: 0,a,sqrt(5^2-a^2),0
f5: 0,a,-sqrt(5^2-a^2),0

Animation der Entstehung einer Astroide aus den Gleichungen für x(t) und y(t)



Parameter-Astroide-Entstehung.pl2



Astroide mit Krümmungskreisen (KK) und KK-Mittelpunkten

Animato-Datei

Astroiden.pl2

Die dahinter stehende Mathematik – Parameterdarstellungen

f1: **Astroidengleichung**, hier für a=2
f2: x'(t)   f3: y'(t)   f4: x''(t)   f5:y''(t) **Partielle Ableitungen**
f6: Krümmungskreismittelpunkt xM=x-(x'^2+y'^2)/(x'y''-y'x'')y'
f7: Krümmungskreismittelpunkt yM=y+(x'^2+y'^2)/(x'y''-y'x'')x'
f9: Bahnkurve der Mittelpunkte= **Evolute** für a=2.
f8: Krümmung k=(x'y''-y'x'')/(x'^2+y'^2)^(3/2), Krü-Radius R=1/k
f10: Krümmungsradius als Funktion von t, f10=1/f8(2)
f10: **Krümmungskreis** 1/f8(2)*cos(t)+f6(2),1/f8(2)*sin(t)+f7(2) ?

f1: 2*cos(t)^3,2*sin(t)^3
f2: -3*a*cos(t)^2*sin(t)
f3: 3*a*cos(t)*sin(t)^2
f4: -3*a*(-2sin(t)^2*cos(t)+cos(t)^3)
f5: 3*a*(2sin(t)*cos(t)^2-sin(t)^3)
f6: a*cos(t)^3-(f2(a)^2+f3(a)^2)/(f2(a)*f5(a)-f3(a)*f4(a))*f3(a)
f7: a*sin(t)^3+(f2(a)^2+f3(a)^2)/(f2(a)*f5(a)-f3(a)*f4(a))*f2(a)
f8: (f2(a)*f5(a)-f3(a)*f4(a))/(f2(a)^2+f3(a)^2)^(1.5)
f9: f6(2),f7(2)
f10: 1/f8(2)*cos(u)+f6(2),1/f8(2)*sin(u)+f7(2)

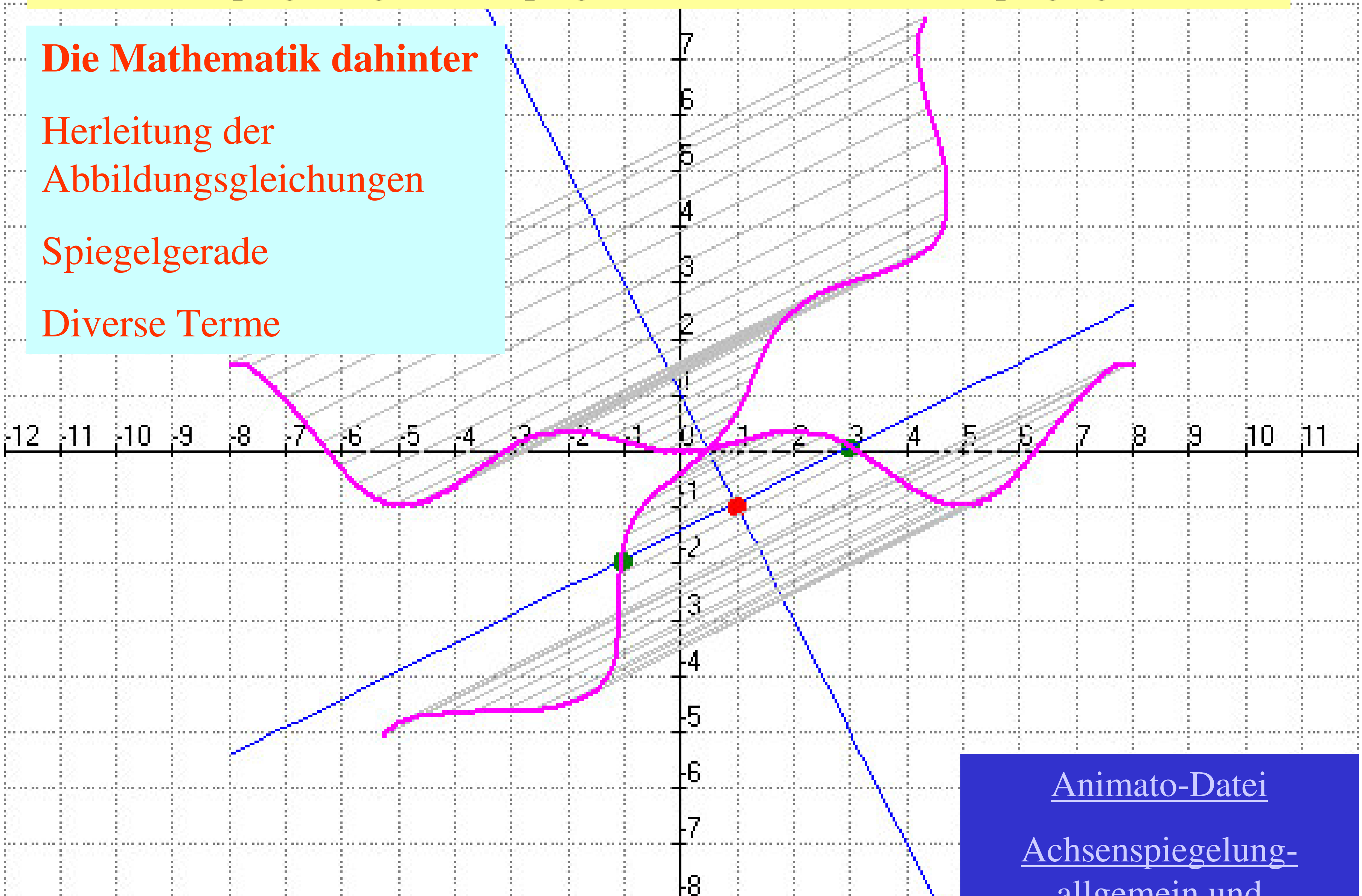
Achsenspiegelung durch Spiegeln von Punkten an der Spiegelgeraden

Die Mathematik dahinter

Herleitung der Abbildungsgleichungen

Spiegelgerade

Diverse Terme



Animato-Datei

Achsenspiegelung-allgemein und animiert.pl2

Herleitung der benötigten Terme und der Abbildungsgleichung

Wir wiederholen das Problem: Eine Figur soll an einer beliebigen Achse gespiegelt werden!

1) Gegeben sind die Spiegelachse g mit der Gleichung y = ax+b und eine Funktion f mit der Gleichung y = f(x). Wir suchen den Term der an g gespiegelten Funktion h.

2) Lösungsidee

Zunächst Errechnung des Punktes M (x_m, y_m) auf g durch Schnitt von g mit der Lotgeraden L zu g von einem Punkt P(x,y) auf dem Graphen von f, siehe Abbildung 1 :

Für den Schnittpunkt M gilt :

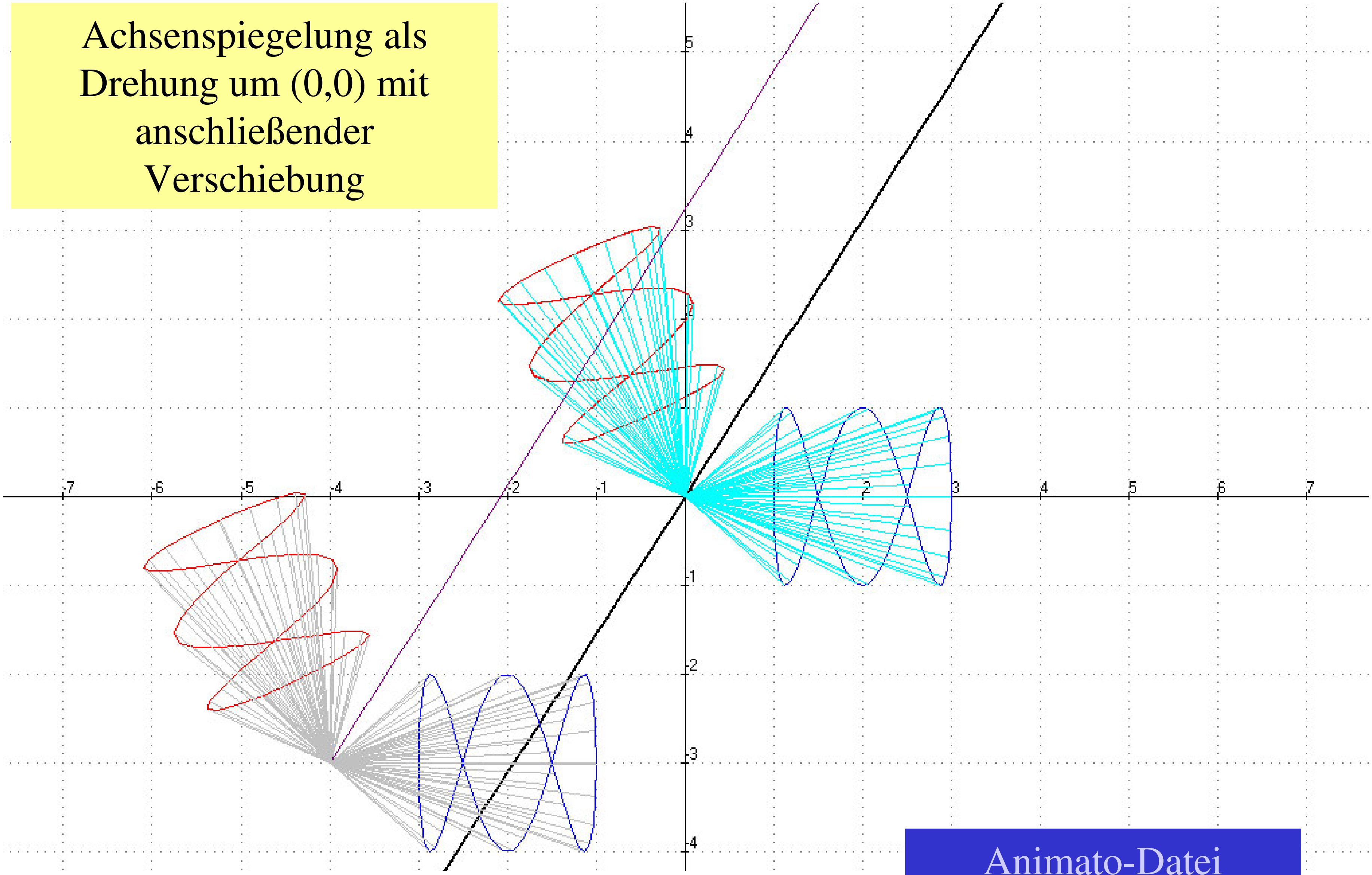
$$ax_M + b = y_P - \frac{1}{a}(x_M - x_P), \text{also } x_M(a + \frac{1}{a}) = y_P - b + \frac{1}{a}x_P \text{ und damit } x_M = \frac{ay_P - ab + x_P}{a^2 + 1}.$$

Andererseits ist $x_m = \frac{x_P + x_P'}{2}$, also $x_P' = 2x_M - x_P = 2\left(\frac{ay_P - ab + x_P}{a^2 + 1}\right) - x_P$.

Und für y_P' wird

$$y_m = \frac{y_P + y_P'}{2}, \text{ also } y_P' = 2y_M - y_P = 2(ax_M + b) - y_P = 2\left(a\frac{ay_P - ab + x_P}{a^2 + 1} + b\right) - y_P.$$

Achsenspiegelung als Drehung um (0,0) mit anschließender Verschiebung



[Animato-Datei Achsenspiegelung mit Drehmatrix.pl2]()

Die dahinter stehende Mathematik

f1: cos(t)+2 **Parameterdarstellungen**

f2: sin(3t)

f3: f1,f2 Gleichung einer Lissajous

f4: t,tan(u)*t Spiegelgerade durch)0,0)

f5: cos(2*u)*f1-sin(2*u)*f2, sin(2*u)*f1+cos(2*u)*f2 Drehung um (0,0) mit 2u Drehmatrix

f6: 0,0,f1,f2

f7: 0,0,cos(2*u)*f1-sin(2*u)*f2, sin(2*u)*f1+cos(2*u)*f2

f8: 0,0,f14,f15

f9: f1+f14,f2+f15 Lissajous verschieben

f10: t+f14,tan(u)*t+f15 Spiegelgerade verschieben

f11: cos(2*u)*f1-sin(2*u)*f2+f14, sin(2*u)*f1+cos(2*u)*f2+f15 Drehen (spiegeln), verschieben

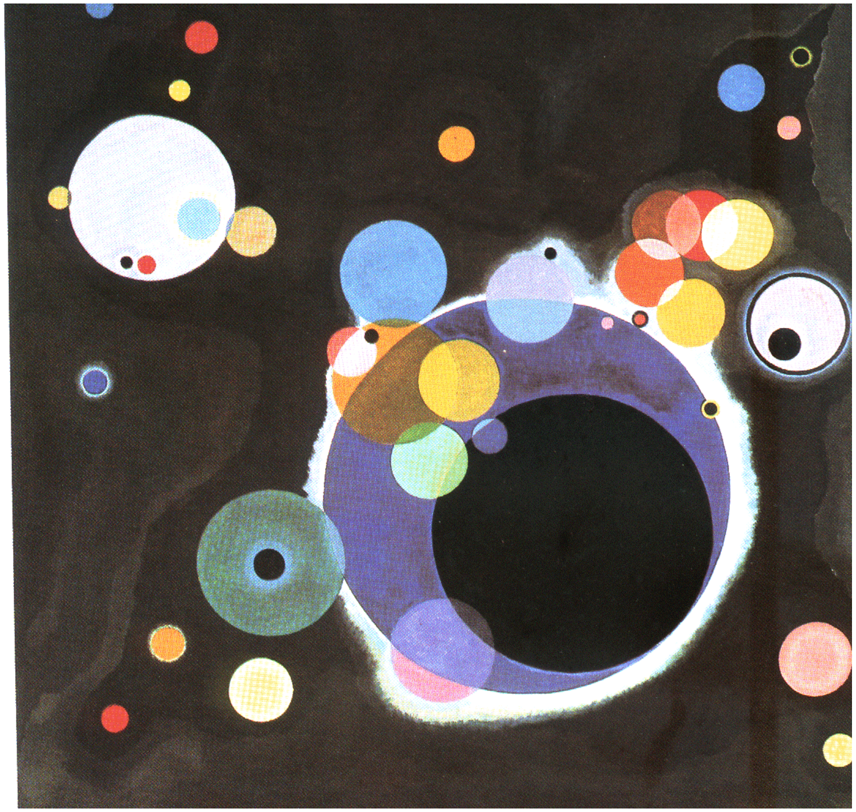
f12: f14,f15,f1+f14,f2+f15

f13: f14,f15,cos(2*u)*f1-sin(2*u)*f2+f14, sin(2*u)*f1+cos(2*u)*f2+f15

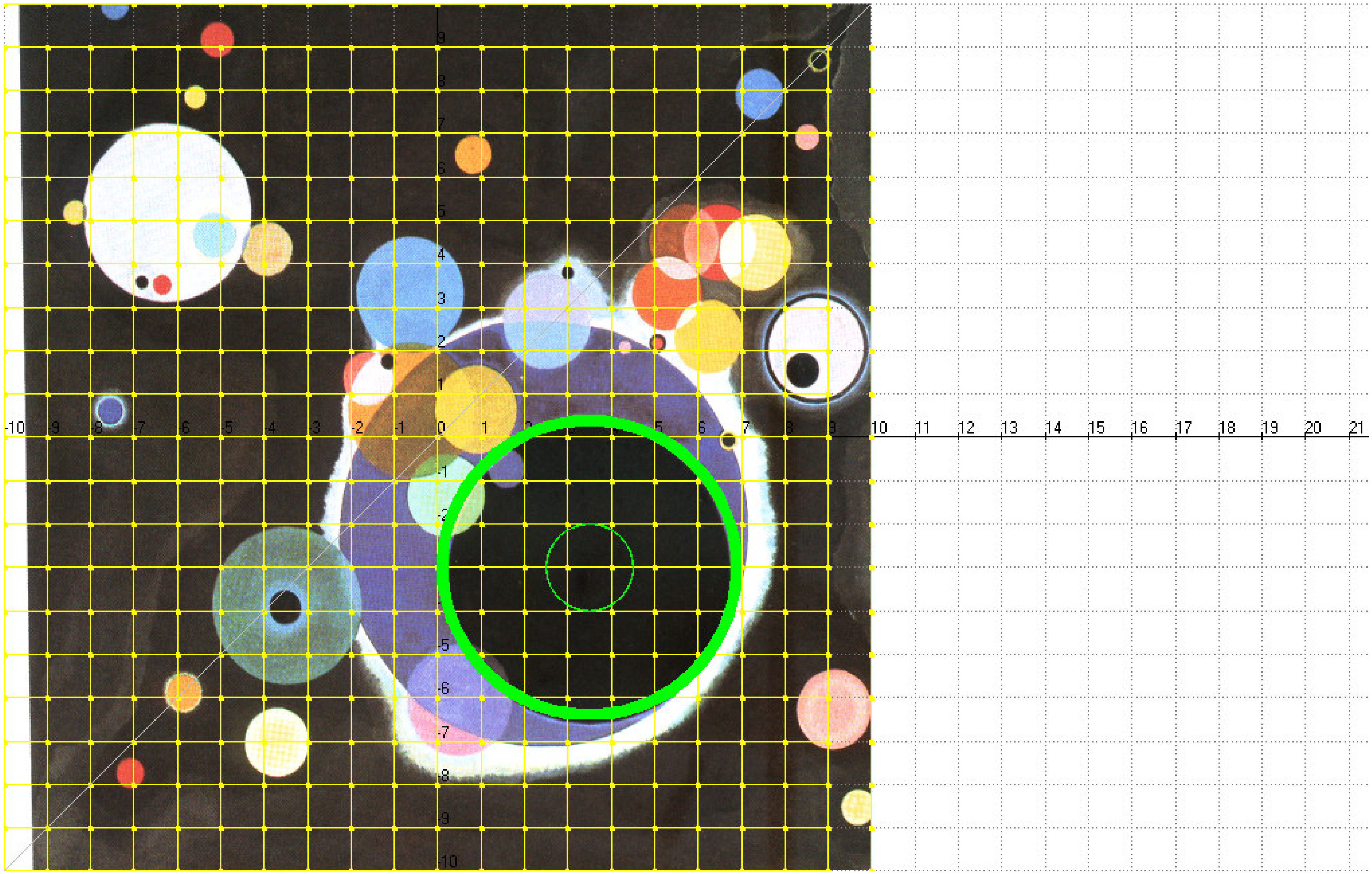
f14: -4 // Verschiebungsvektor (-4,-3)

f15: -3

Kandinskybild als Hintergrund



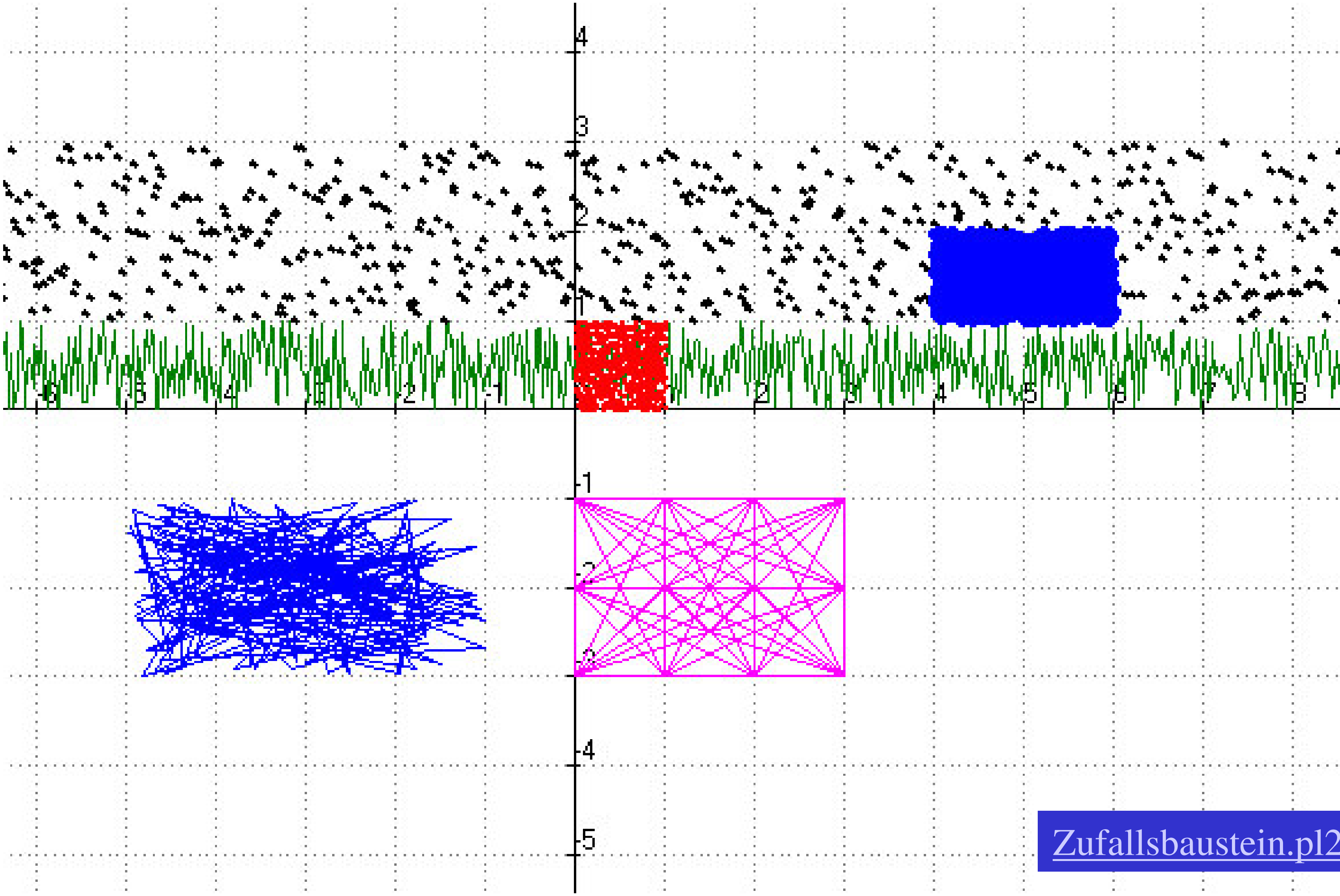
Kandinsky-Kreise-Bausteine.pl2


-10 -9 -8 -7 -6 -5 -4 -3 -2 -1 0 1 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 19 20 21
9 8 7 6 5 4 3 2 1 -1 -5 -6 -7 -8 -9 -10

Die dahinter stehende Mathematik

f1: t	
f2: sin(t)+3.5, cos(t)-3	ein Kreis
f3: 3.4*sin(t)+3.5,3.4*cos(t)-3	noch ein Kreis
f4: v*sin(t)+3.5,v*cos(t)-3	Kreisscheibe
f6: a*cos(b*t)+c	**Kreisbaustein**
f7: a*sin(b*t)+c	
f8: f6(3.4,1,3.5),f7(3.4,1,-3)	Bausteinaufruf
f9: -6.2,5.2	ein Punkt
f10: f6(v,1,-6.2),f7(v,1,5.2)	Bausteinaufruf

Animation der Transformation von Zufallszahlen



Zufallsbaustein.pl2

Die dahinter stehende Mathematik

f1: a*random+b+0*t, ein Baustein für den Zufall

f2: f1(2,1) // entspricht 2*random+1, Werte zwischen 1 und 3

f3: f1(-2,6),f1(1,1), Zufallspunkte im Rechteck
x-Bereich zwischen 4 und 6,
y-Bereich zwischen 1 und 2

f4: f1(1,0), f1(0,random), Zufallspunkte im Einheitsquadrat

f6: int(4*random),int(-3*random)-1,int(4*random),int(-3*random)-1

Die integer-Funktion führt zu Punkten mit ganzzahligen Koordinaten

Further examples A

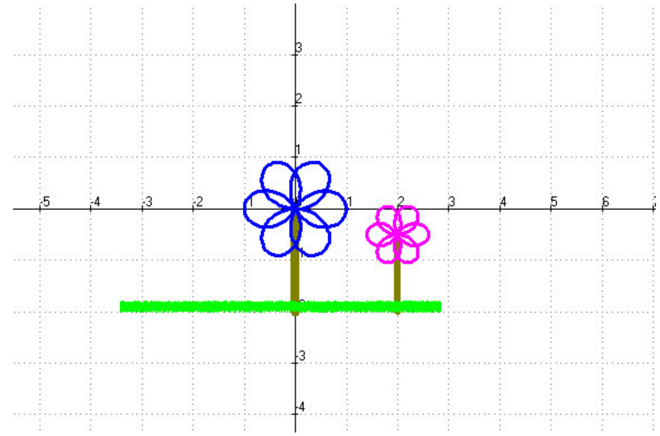
Modelling in the garden –

a flower-module

Mathematics in the garden – with modules

The same structure!

reality | the first modell | the second modell



Film

Our way to a flower-module

The flower-module

f2: a*(cos(b*t)+cos(t))/2+c **x(t)**

f3: a*(sin(b*t)-sin(t))/2+c **y(t)**

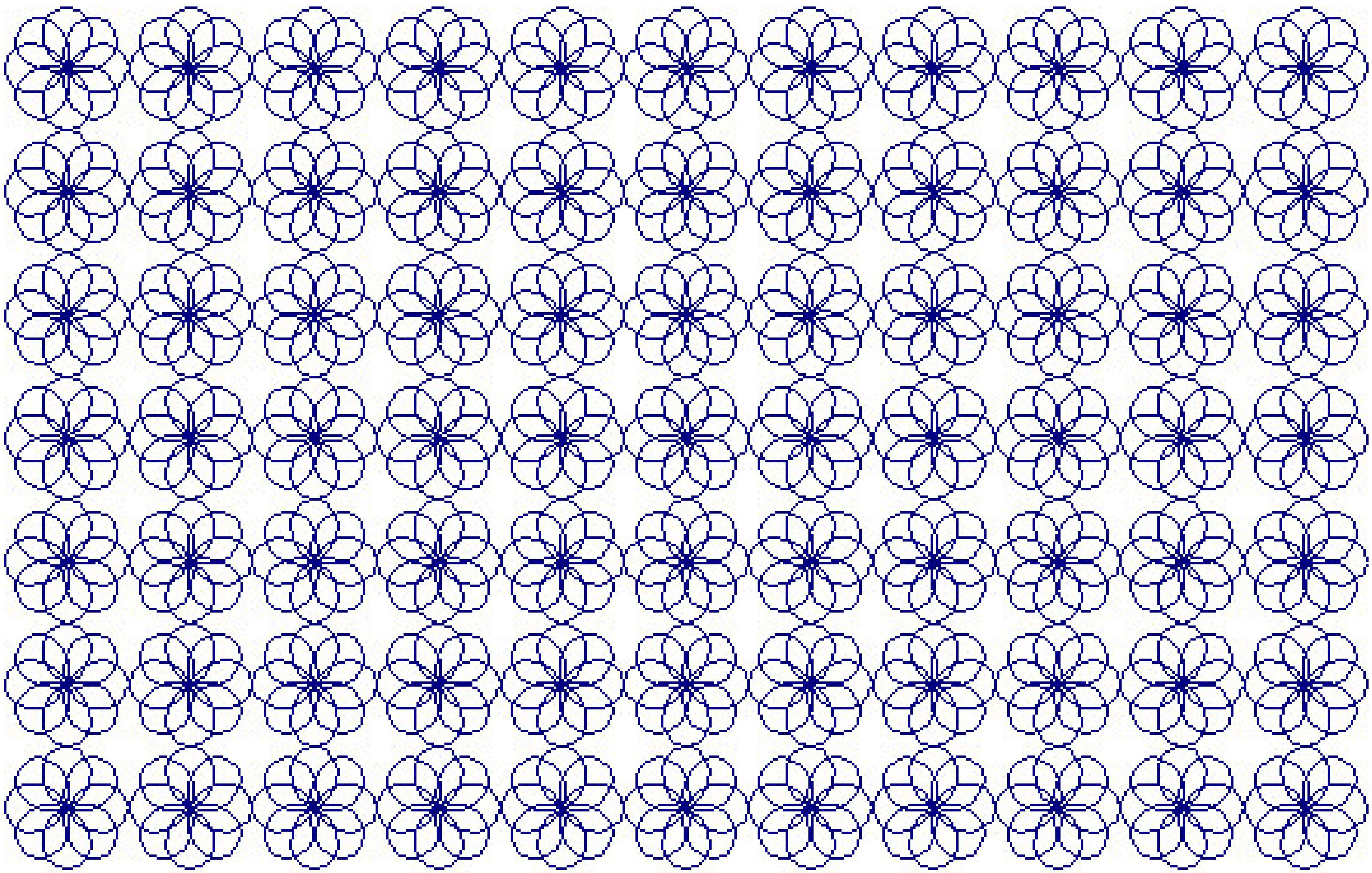
Module-calls

f4: f2(1,5,0),f3(1,5,0) a special flower

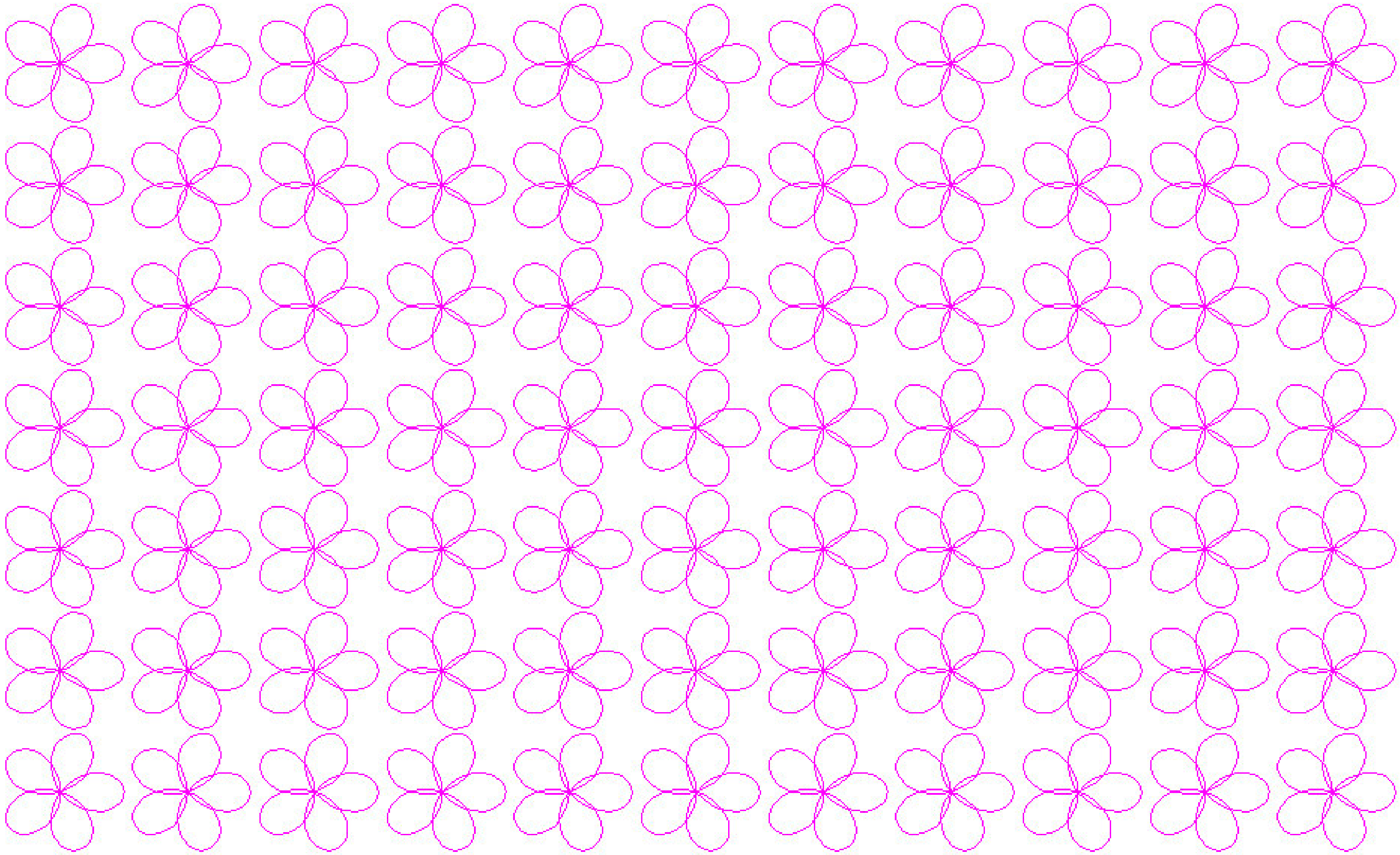
f5: f2(0.6,5,2),f3(0.6,5,-0.5) another special flower

f6: f2(0.5,4,u),f3(0.5,4,v) the first flower-field

Application 1 of our module



Application 2 of our module



and so on → a look to my flower-field

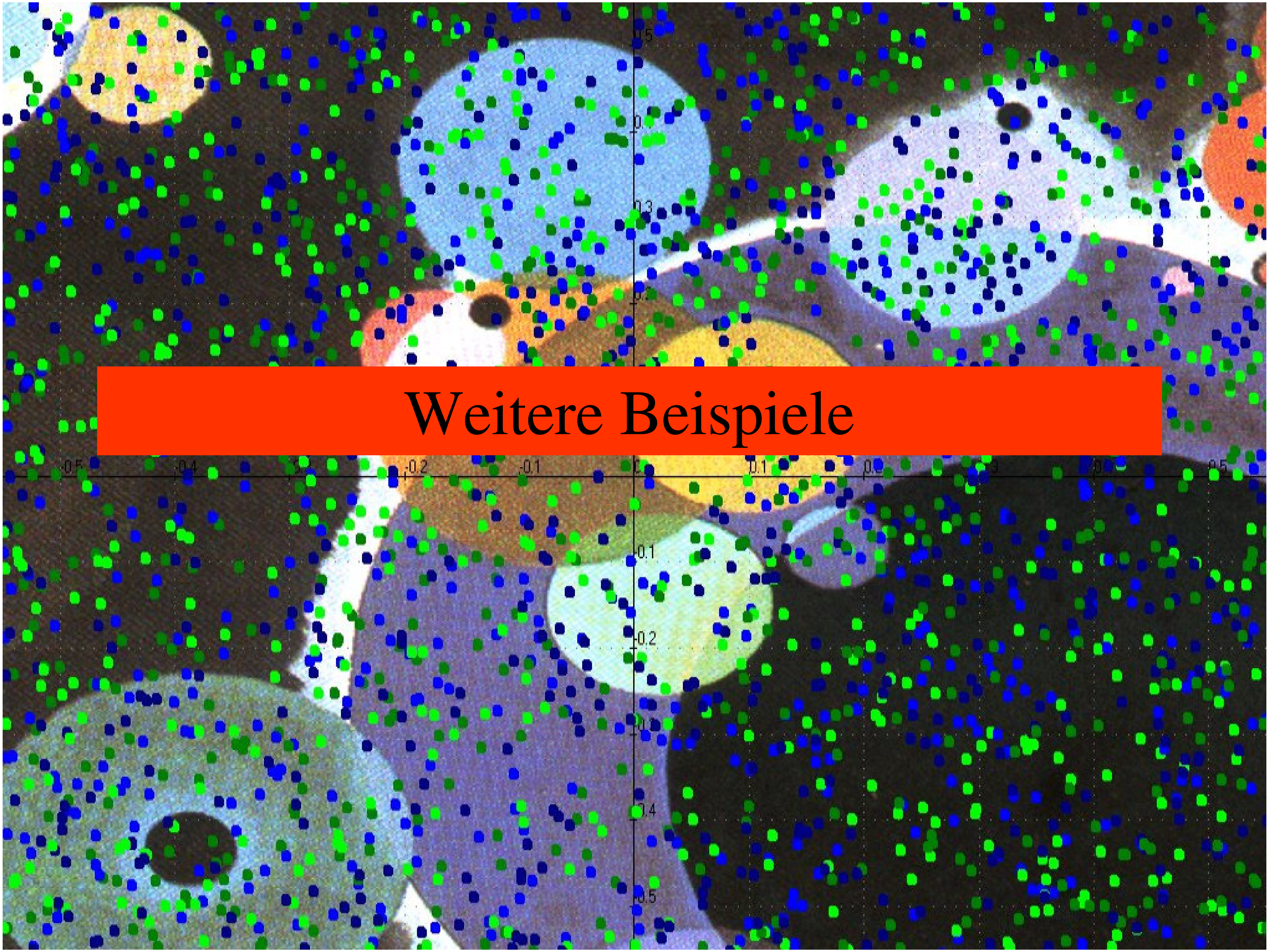
Animato-Datei: Blütenmeer.pl2

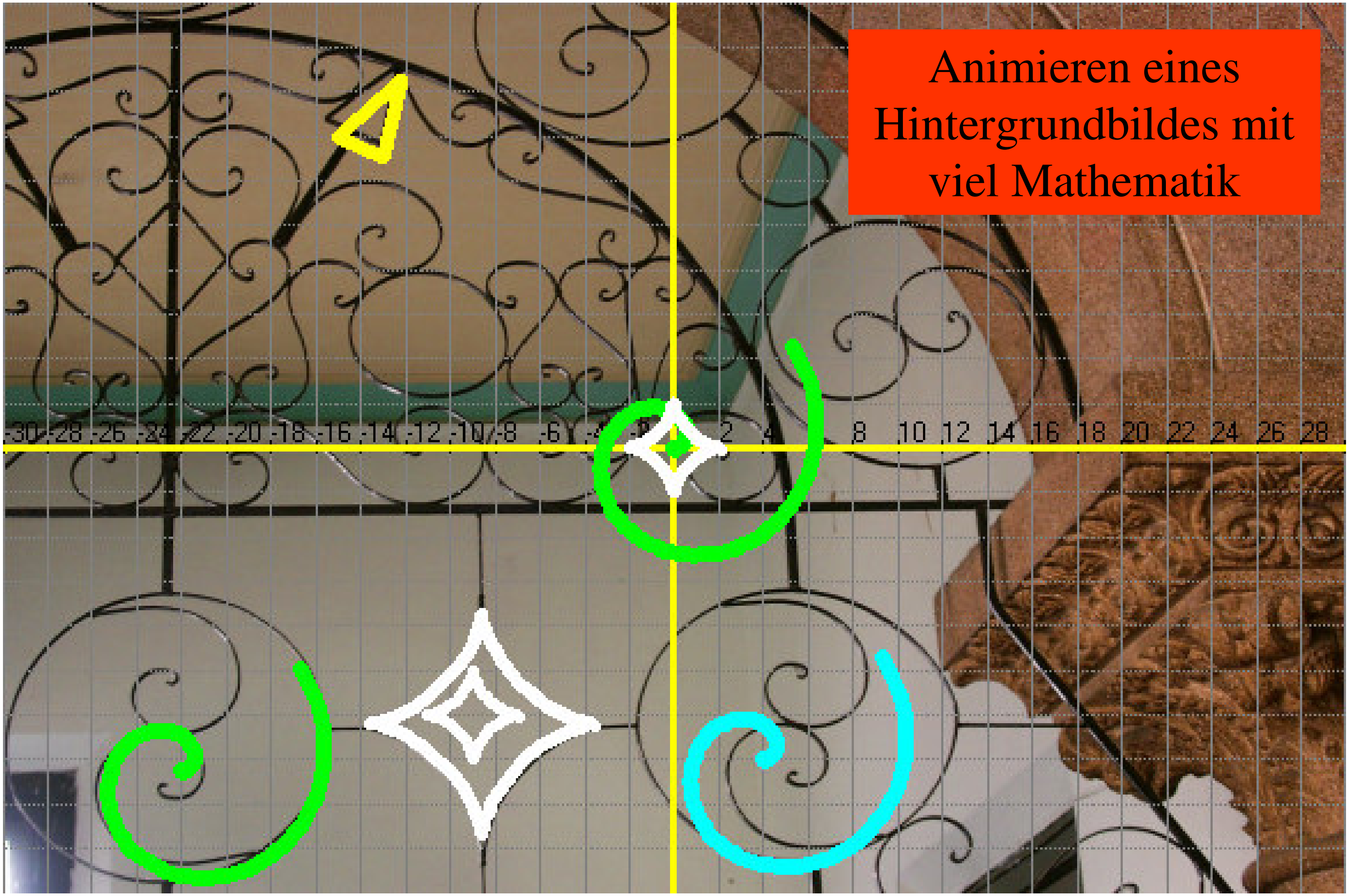
Application:

A pattern of flowers on tile in Portugal

Das (mathematische) Bild	Aktionen der Schülerinnen und Schüler
Das Bild liegt fertig vor.	Das Bild • ansehen • interpretieren und analysieren • Fragen, wie das Bild erzeugt wurde
Das Bild entsteht dynamisch.	• Den Entstehungsvorgang sehen • Zusammenhänge besser erkennen • den Entstehungsprozess gedanklich nachvollziehen
Das Bild wird variiert.	• in den Entstehungsprozess eingreifen, z.B. durch - Parametervariation und - Änderung von Einstellungen
Das Bild wird eigenständig hergestellt und animiert.	• Das Bild und den Erzeugungsprozess eigen- ständig entwerfen und dabei - die mathematischen Zusammenhänge selbst finden und - den Ablauf gestalten (mathematisch, künstlerisch)

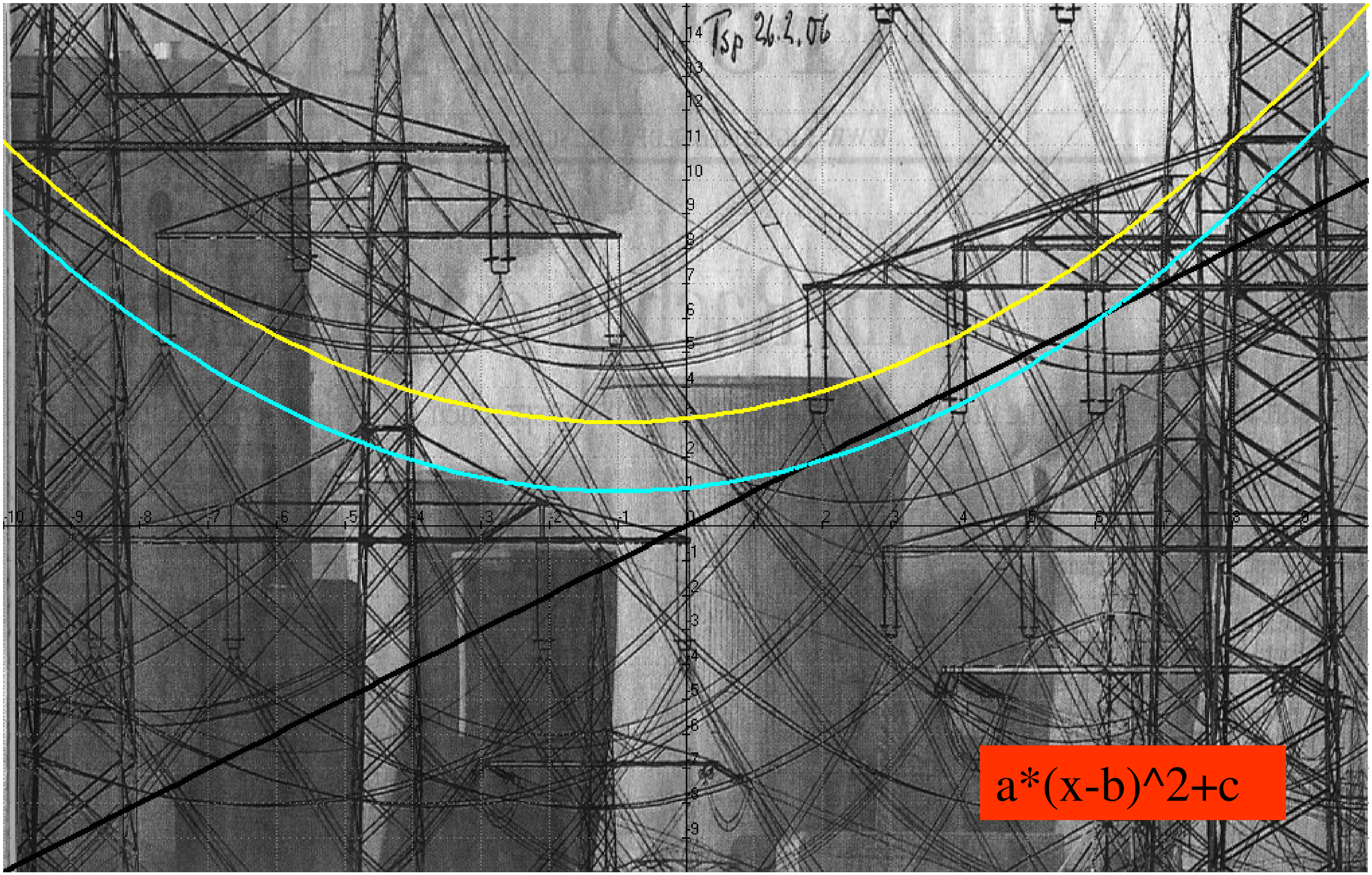
Weitere Beispiele





Spiralen-Rekonstruktion.pl2

Industrielandschaft – viele Parabeln – ein Modul lohnt



Mathematatik animieren

Zusammenfassung

Was bringen Animationen im Unterricht?

a) Fertige Animation als Arbeitsgrundlage benutzen

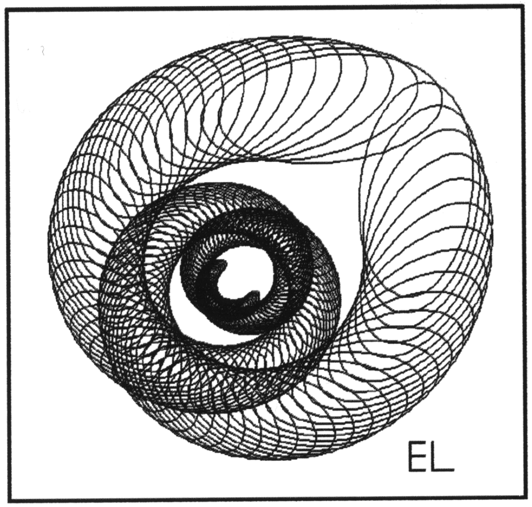
b) Entwurf von Animationen durch die Schüler – auch zu Hause

Allgemeine Kompetenzen – fachliche Kompetenzen

+ Animationen erläutern können
+ Mathematische Inhalte und Sachverhalte besser verstehen
+ Den Einsatz mathematischer Kenntnisse (an interessanten Aufgabenstellungen) üben
+ Entwurfsüberlegungen anstellen und realisieren
+ Mathematische Sachverhalte und ihre Abläufe visualisieren und elementarisieren können

Mathematik animieren

Dresden, DES-TIME 2006

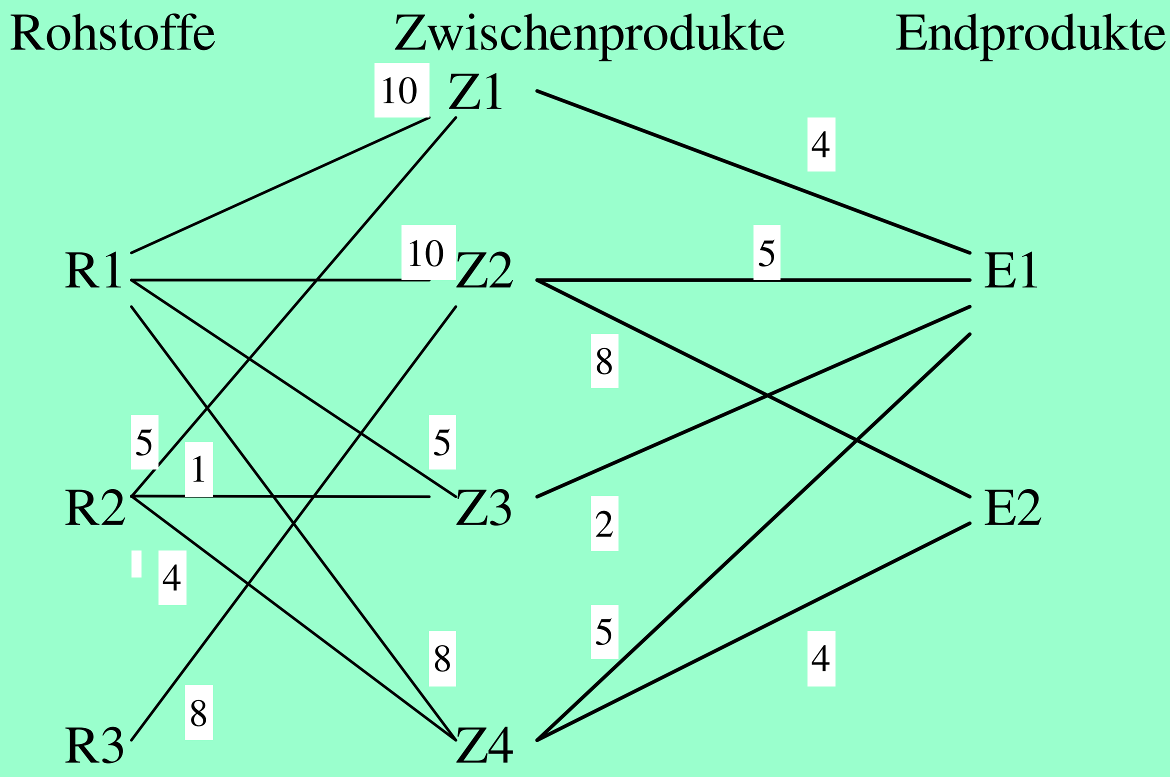


Software:
- Animato -

Dr. Eberhard Lehmann, Berlin

mirza@snafu.de --- www.snafu.de/~mirza

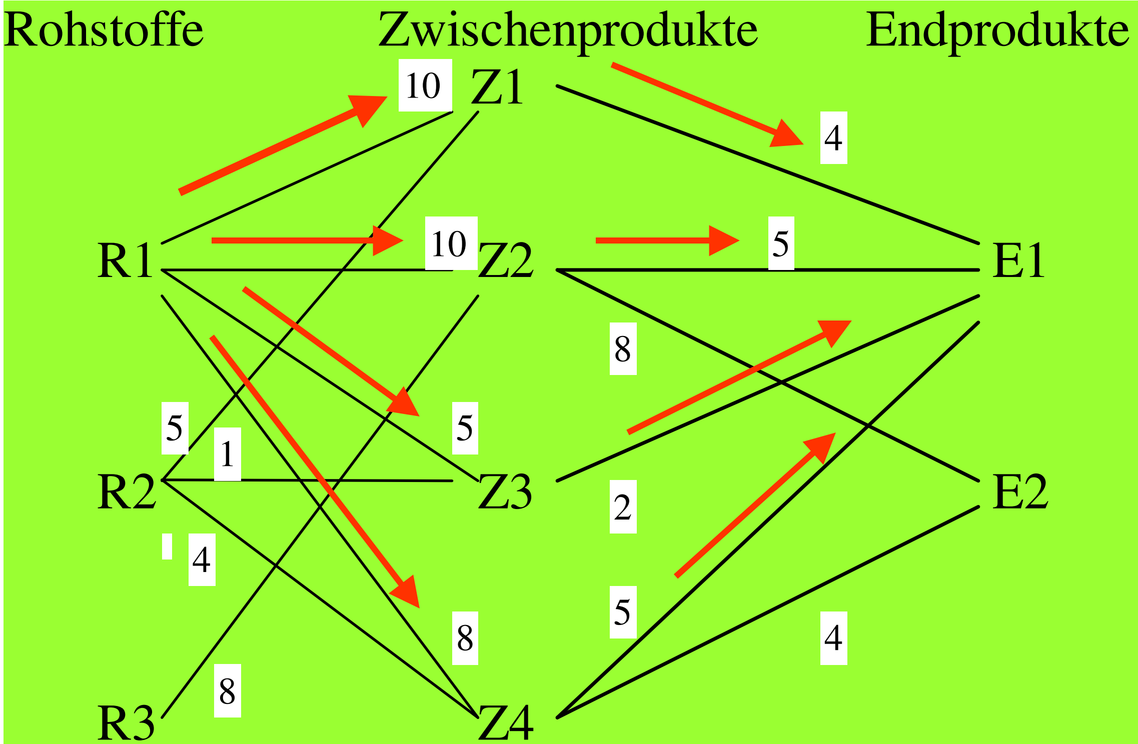
Gegeben ist der durch die folgende Abbildung bekannte Bedarf an Material.



Materialverflechtung - eine Anwendung von Matrizenrechnung

Zum Beispiel werden zur Herstellung von Zwischenprodukt Z2 8 Einheiten von Rohstoff 3 benötigt.

Aufgabe: Wieviel Rohstoffeinheiten werden zur Herstellung *einer* Einheit E1 bzw. E2 benötigt? - Wie ändert sich die Anzahl der Rohstoffeinheiten, wenn *20* Einheiten von E1 und 30 Einheiten von E2 bestellt werden?



Vom Graphen zur Rechnung

Einführung der Matrizenmultiplikation

Das Problem:

Wieviel Einheiten von Rohstoff R1 werden gebraucht zur Herstellung von einer Einheit des Endprodukts E1?

	E1	E2
Z1	**4**	0
Z2	**5**	8
Z3	**2**	0
Z4	**5**	4

Von R1 nach E1

	Z1	Z2	Z3	Z4
R1	**10**	**10**	**5**	**8**
R2	5	0	1	4
R3	0	8	0	0

140	**112**
c	d
e	f

Von R1 nach E1

a=10*4+10*5+5*2+8*5= 140

E1	20
E2	30

<<< Bestellung

	E1	E2		
R1	**140**	112		6160
R2	42	16		1320
R3	40	64		2720

>>> Vergleich mit der LGS-Lösung!

Das Materialverflechtungsproblem kann also mit einem LGS

oder mit Matrizenmultiplikation gelöst werden.

Aufgabe: Wieviel Rohstoffeinheiten werden zur Herstellung *einer* Einheit E1 bzw. E2 benötigt? - Wie ändert sich die Anzahl der Rohstoffeinheiten, wenn *20* Einheiten von E1 und 30 Einheiten von E2 bestellt werden?

Lösungsansatz über ein LGS (für die zweite Frage):

$$
\begin{array}{lllllllllll}
(G1) & r_1+ & & & -10z_1 & -10z_2 & -5z_3 & -8z_4 & & & = 0 \\
(G2) & & r_2+ & & -5z_1 & & -1z_3 & -4z_4 & & & = 0 \\
(G3) & & & r_3+ & & 8z_2 & & & & & = 0 \\
(G4) & & & & z_1 & & & & & -4e_1 & = 0 \\
(G5) & & & & & z_2 & & & -5e_1 & -8e_2 & = 0 \\
(G6) & & & & & & z_3 & & -2e_1 & & = 0 \\
(G7) & & & & & & & z_4 & -5e_1 & -4e_2 & = 0 \\
(G8) & & & & & & & & e_1 & & = 20 \\
(G9) & & & & & & & & & e_2 & = 30
\end{array}
$$

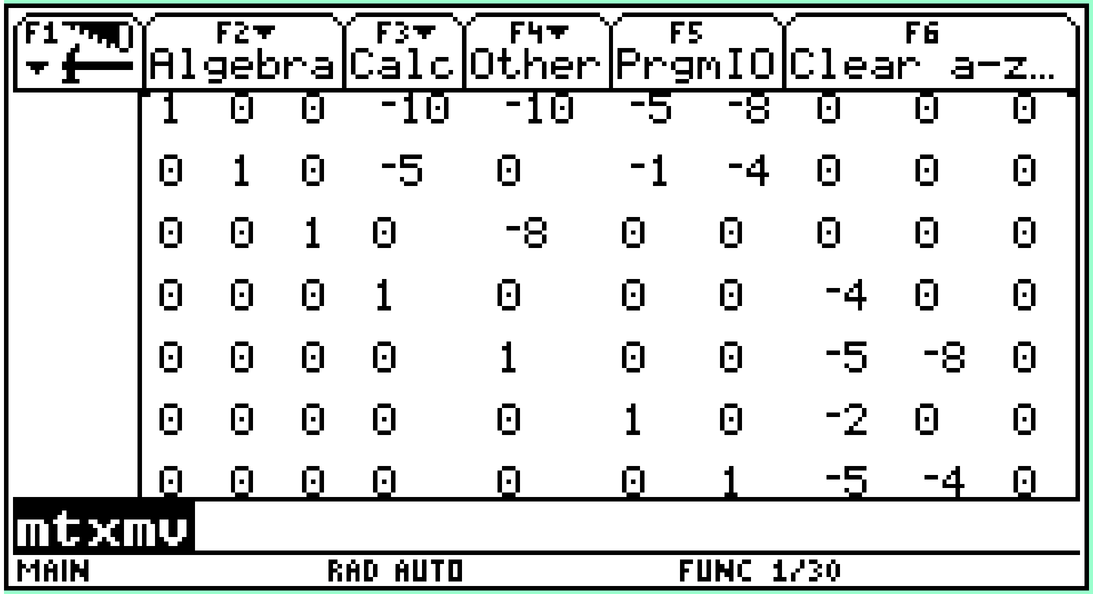
Begründung von Gleichung (1):
Rohstoff 1 (benötigte Menge r1) wird verbraucht durch die Zwischenproduktmengen $10z_1,10z_2,5z_3,8z_4$. Die für die Zwischenprodukte bereitszustellende Menge r_1 ergibt sich also gerade aus der Summe $(10z_1+10z_2+5z_3+8z_4)$, also
$r_1 = (10z_1+10z_2+5z_3+8z_4)$ oder $r_1-(10z_1+10z_2+5z_3+8z_4) = 0$.

Wir haben ein LGS mit n=9 Variablen ($r_1,r_2,r_3,z_1,z_2,z_3,z_4,e_1,e_2$) und m=9 Gleichungen vor uns.
In Matrizen-Kurzschreibweise**:** $\mathbf{A_{(9,9)}x_{(9,1)} = b_{(9,1)}}$ und ausführlich:

$$\begin{array}{c}
\begin{array}{ccccccccc} r_1 & r_2 & r_3 & z_1 & z_2 & z_3 & z_4 & e_1 & e_2 \end{array} \\
\left[\begin{array}{ccccccccc}
1 & 0 & 0 & \boldsymbol{-10} & \boldsymbol{-10} & \boldsymbol{-5} & \boldsymbol{-8} & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & \boldsymbol{-5} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{-1} & \boldsymbol{-4} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{-8} & \boldsymbol{0} & \boldsymbol{0} & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \boldsymbol{-4} & \boldsymbol{0} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \boldsymbol{-5} & \boldsymbol{-8} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \boldsymbol{-2} & \boldsymbol{0} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & \boldsymbol{-5} & \boldsymbol{-4} \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1
\end{array}\right]
\end{array}
*
\left[\begin{array}{c} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \\ z_1 \\ z_2 \\ z_3 \\ z_4 \\ e_1 \\ e_2 \end{array}\right]
=
\left[\begin{array}{c} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 20 \\ 30 \end{array}\right]$$

eine (9,9)-Matrix (9.1)-Matrix (9,1)-Matrix

Das ist ein sehr bemerkenswertes LGS, "Wunschtraum" des LGS-Lösers! Warum? Betrachten Sie Gleichung (9), dann Gleichung (8) usw..



Bearbeitung mit dem Taschencomputer Voyage 200

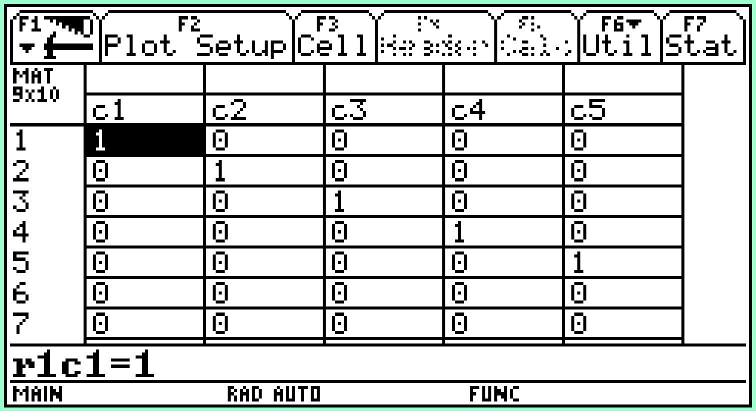
Die Eingabe der Matrix erfolgt im Tabelleneditor

Die ganze Matrix einschließlich der rechten Seiten des LGS wurde unter dem Namen „mtxmv“ gespeichert. Mit der Anweisung *rref(mtxmv)* wird der Gauß-Algorithmus auf die Matrix mtxmv angewendet. Das vollständige Ergebnis kann man sich dann in dem Matrix/Tabellen-Editor durch Hoch-/runter- bzw. Rechts/links-blättern ansehen.

Die Lösung erfolgt mit rref(mtxmv), also hier mit einer Black Box, die man aber auch als Ausgangssituation für die Herleitung des Gauß-Algorithmus nehmen kann (Unterrichtssituation 1) **oder** der GA ist schon bekannt (Unterrichtssituation 2)

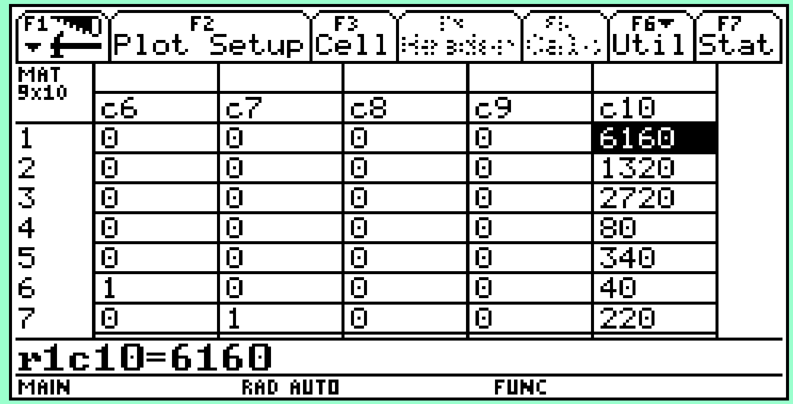
Die Spalte unter c10 zeigt uns die gesamte Lösungsmenge. Wir lesen ab:

r1 = 6160 r2 = 1320 r3 = 2720 z1 = 80 z2 = 340 z3 = 40
z4 =220 e1 = 20 e2 = 30


F1 F2 Plot Setup F3 Cell F6 Util F7 Stat

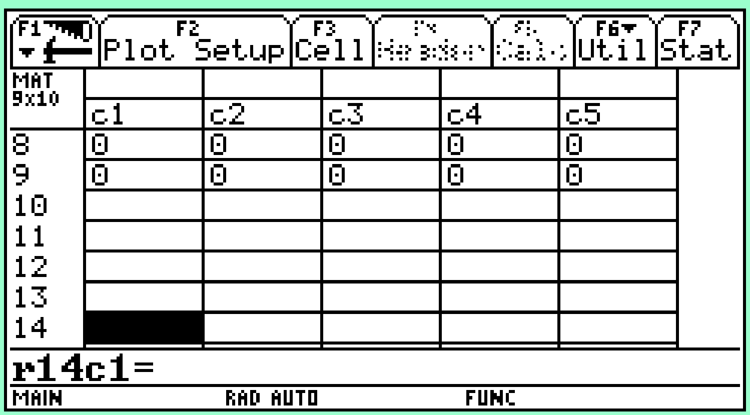
MAT 9x10	c1	c2	c3	c4	c5
1	1	0	0	0	0
2	0	1	0	0	0
3	0	0	1	0	0
4	0	0	0	1	0
5	0	0	0	0	1
6	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0

r1c1=1
MAIN RAD AUTO FUNC


F1 F2 Plot Setup F3 Cell F6 Util F7 Stat

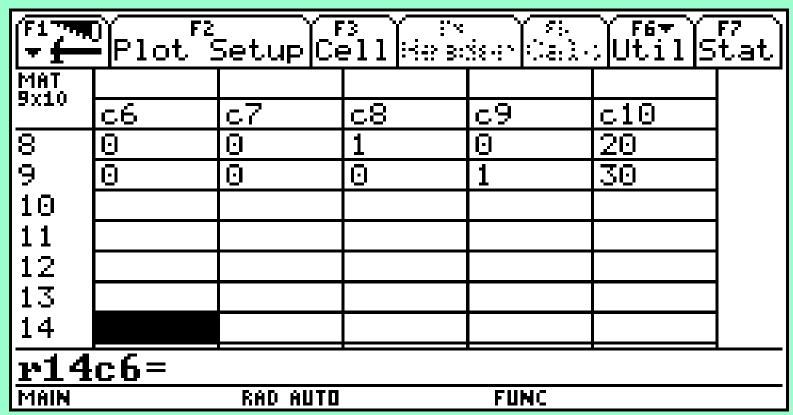
MAT 9x10	c6	c7	c8	c9	c10
1	0	0	0	0	6160
2	0	0	0	0	1320
3	0	0	0	0	2720
4	0	0	0	0	80
5	0	0	0	0	340
6	1	0	0	0	40
7	0	1	0	0	220

r1c10=6160
MAIN RAD AUTO FUNC


F1 F2 Plot Setup F3 Cell F6 Util F7 Stat

MAT 9x10	c1	c2	c3	c4	c5
8	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0
10					
11					
12					
13					
14					

r14c1=
MAIN RAD AUTO FUNC


F1 F2 Plot Setup F3 Cell F6 Util F7 Stat

MAT 9x10	c6	c7	c8	c9	c10
8	0	0	1	0	20
9	0	0	0	1	30
10					
11					
12					
13					
14					

r14c6=
MAIN RAD AUTO FUNC