Berliner Beiträge

zum Mathematikunterricht mit Computern

Heft 1

Mit Beiträgen von

Lutz Geist - Simone Enzenroß - Cordula Kollotschek
Matthias Müller - Walter Gussmann, Konrad Meyfarth, Walter Gross -
Eberhard Lehmann

Herausgeber
Eberhard Lehmann
mirza@snafu.de, www.snafu.de/~mirza

Unkostenbeitrag: 5 Euro

Vorwort

Die "Berliner Beiträge zum Mathematikunterricht mit Computern" sind mit Heft 1 erstmals im Mai 2004 erschienen. Die Idee zu dieser kleinen Zeitschrift entstand aus den Erfahrungen in den Berliner Computeralgebrasystem-Projekten.

1) CAS-Projekt, Sekundarstufe 1, 2001-2003: 5 Schulen mit insgesamt 15 Klassen der Klassenstufen 8-10 wurden mit dem Taschencomputer TI-92 ausgerüstet, zahlreiche Workshops dienten der Unterstützung der Lehrer.
2) CAS-Projekt, Sekundarstufe 2 (vorwiegend Grundkurse), seit 2003: 7 Schulen mit insgesamt ca. 15 Kursen arbeiten mit dem Taschencomputer Voyage 200. Auch hier werden diverse Workshops durchgeführt.

Darüber hinaus gibt es in Berlin seit 2002 einen CAS-Arbeitskreis, der sich im Jahr ca. fünfmal trifft. Durch intensive Fortbildungsveranstaltungen an diversen Schulen sind viele Mathematikfachbereiche in den Computereinsatz im Mathematikunterricht eingeführt worden. Inzwischen schreiben auch Kurse diverser Schulen Abiturprüfungen in Mathematik mit Hilfe von Computeralgebrasystemen, wie z.B. DERIVE oder mit dem TI-92.

In den Projekten, im Arbeitskreis und an anderen Stellen entstehen in Berlin interessante Unterrichtsbeispiele mit Computereinsatz. Die "Berliner Beiträge zum Mathematikunterricht mit Computern" geben nun interessierten Kollegen die Möglichkeit, solche Beiträge zu veröffentlichen und damit einem breiteren Leserkreis bekannt zu machen. Die Beiträge stammen also direkt aus dem Unterricht - häufig von Kollegen, die noch nicht lange mit einem Computer im Mathematikunterricht arbeiten. Die Beiträge sind daher auch besonders für Kollegen geeignet, die gerade ihre ersten Rechnererfahrungen machen.

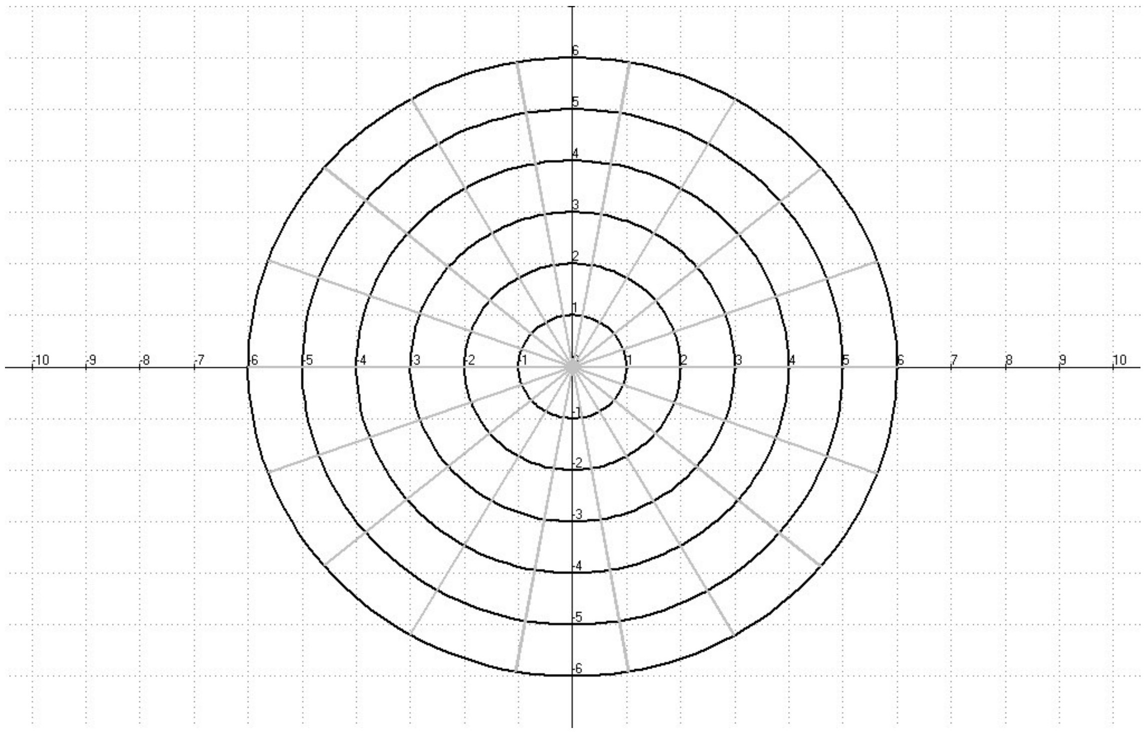
Gelegentlich werden auch "Gastbeiträge" zu lesen sein.

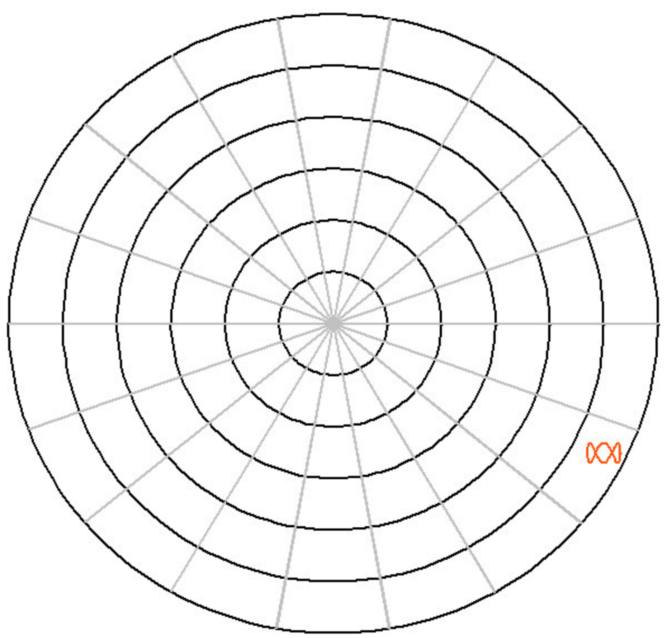
Berlin, d. 2.5.2004 Eberhard Lehmann, Herausgeber

Inhaltsverzeichnis zu Heft 1

Hinweis: Die kurzen Anmerkungen zu den Beiträgen stammen meistens vom Herausgeber.

Design einer Tellers





Eine
Ergänzung
zu Seite 21

Ein Teller aus Kreisen, Strecken und einem Markenzeichen (Lissajous-Kurve) - erstellt mit dem Programm ANIMATO - siehe Anhang des Heftes

f1: u*cos(t),u*sin(t)	Kreise mit dem Parameter u
f2: 6cos(t),6sin(t),-6cos(t),-6sin(t)	Strecken (Durchmesser)
f4: 0.3*cos(t)+5,0.2*sin(3t)-2.5	Einfügen eines Markenzeichens

Bericht über die ersten drei Wochen des Einsatzes des Taschencomputers Voyage 200 im Grundkurs Mathematik Klasse 12

Lutz Geist, OSZ Köpenick

Vorbemerkungen

Man will seinen Unterricht mit einem Computer-Algebra-System (CAS) gestalten. Wie geht man vor? Welche Erfahrungen wurden schon gesammelt? Man muss das Rad nicht noch einmal erfinden. - Eine gute Hilfestellung erhalte ich durch die Schriftenreihe von bk-teachware. (http://shop.bk-teachware.com). Ich beziehe mich hier auf das Heft „Integralrechnung mit dem TI-89/92/92+“ von Prugger, Prumetz und Schneider, erschienen in der bk-teachware Schriftenreihe (Nr. 24).

Für den Einstieg wurde ein physikalisches Problem gewählt. Die gewählten Beispiele setzen keine speziellen physikalischen Kenntnisse voraus. Weg, Zeit und Geschwindigkeit sind Größen des Alltags. Die Betrachtung der Fläche unterhalb der Kennlinie in einem Geschwindigkeits-Zeit-Diagramm als Maß für den zurückgelegten Weg wird im Physikunterricht nicht immer explizit behandelt.

Mit der Einführungsaufgabe 1.01 wird auf die Bedeutung der Fläche unter einem Graphen hingearbeitet. - Mit der Aufgabe 1.02, die als Hausaufgabe aufgegeben wurde, wird dieser Sachverhalt vertieft. Diese Aufgabe wurde von den Schülern unterschiedlich gelöst, da in der Aufgabenstellung weder ein Maßstab noch Geschwindigkeiten angegeben wurden. Dies bietet breiten Raum zu Diskussion über die einzelnen Lösungen. - Die Aufgabe 1.03 führt uns zum eigentlichen Problem: Die Berechnung der Fläche unter einem beliebigen Graphen. Nach der Betrachtung des stückweise definierten Graphen, können die ersten beiden Teilflächen mit Hilfe der Elementarmathematik gelöst werden. Bei der dritten Teilfläche muss erst die Funktionsgleichung des einschließenden Graphen ermittelt werden. **Hier kommt das CAS (Voyage 200) zum ersten Mal zum Einsatz**. **Die Schüler erkannten sehr schnell, dass eine Parameteraufgabe gelöst werden muss.** Sie waren begeistert, wie elegant dies mit dem CAS funktionierte. Auch erkannten Sie, dass die Denkarbeit ihnen der Rechner nicht abnimmt, sondern von ihnen eher mehr Denkarbeit erwartet wird. In der Diskussion wurden Möglichkeiten der Berechnung einer krummlinig begrenzten Fläche besprochen. Die Streifenmethode war eine mögliche unter den genannten. Diese wurde vertieft. - Als weitere Anwendung der Streifenmethode wurde die Aufgabe 1.06 (Westermann) ausgewählt. **Ein Rollenspiel in der Mathematik.** Eine neue gute Erfahrung für die Schüler und den Lehrer. Es haben sich schnell zwei Gruppen gefunden (Käufer und Verkäufer). Die beiden Gruppen haben selbstständig ihre Aufgabe weiter unterteilt und verteilt. Sie wählten selbst ihren „Verhandlungsführer“, der die Gruppe vertritt. Es war eine interessante Erfahrung zu erleben, wie geschickt, hartnäckig und ernst Schüler Verhandlungen führen können. Wichtig für die Verhandlung ist eine Zeitvorgabe und der Zwang zu einem positiven Verhandlungsergebnis. - **Die durchgeführten Übungen führten dann zur Definition des bestimmten Integrals**. Die bisher berechneten Flächen unter einem Graphen wurden jetzt mit dem Integral noch einmal berechnet. Die Ergebnisse wurden verglichen und diskutiert. Weiterführend wurde die Berechnung von Flächeninhalten zwischen dem Graphen einer nichtlinearen Funktion und der x-Achse untersucht.

Weitere Literatur:

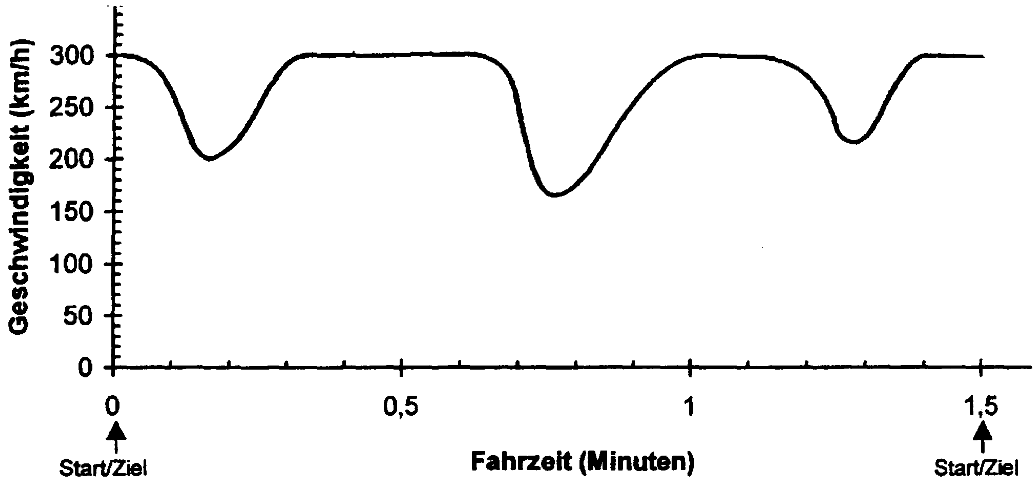
- mathe >open end< „Materialien für den Einsatz von Grafikrechnern und Computeralgebra“ Teil 2 : Integralrechung von Knechtel, Krüger, Kühl und Meyer bei Westermann, ISBN 3-14-112812-X

Datum, Stunde	**Angaben zum Thema und CAS-Einsatz**
19.08.03 Stunde 1+2	➢ Organisation des Unterrichts im Grundkurs ➢ Einführung in die Unterrichtseinheit ➢ Aufgabe zur Flächenberechnung unter einem Graphen auch in Teilintervallen, Bestimmung von Durchschnittswerten (Aufgabe 1.01) ➢ HA: Aufgabe 1.02: Ermittlung eines v-t-Diagrammes ohne Vorgabe von Geschwindigkeitswerten ➢ kein CAS-Einsatz ➢
21.08.03 Stunde 3	➢ Ausgabe des Voyage 200 ➢ Einführung in den Voyage und erste Übungen zur Handhabung ➢ CAS-Einsatz: ca. 30 min ➢
26.08.03 Stunde 4+5	➢ Besprechung der HA (Aufgabe 1.02) als Schülergespräch ➢ Flächenberechnung unter Funktionen, deren Graph eine Gerade ist. ➢ Problemstellung: Flächenberechnung unter Funktionen, deren Graph keine Gerade ist. (Aufgabe 1.03) ➢ CAS-Einsatz: sporadisch ➢
28.08.03 Stunde 6	➢ Aufgreifen der Problemstellung (Aufgabe 1.03): Interpretation der graphischen Darstellung, Unterteilung, Ermittlung der Funktionsgleichungen, für den dritten Abschnitt mit dem Voyage ➢ Anwendung der Streifenmethode auf den dritten Abschnitt ➢ HA: Aufgaben 1.05 und 1.07 ➢
02.09.03 Stunde 7+8	➢ Besprechung der HA ➢ weitere Übung zur Streifenmethode (Aufgabe 1.06) in Gruppen mit unterschiedlicher Streifenbreite, Auswertung ➢ Problemstellung: „Hilfe für den Gemeinderat“ (westermann) in Gruppen gelöst und im Rollenspiel dargestellt. ➢ HA: Strategie der Problemlösung schriftlich darlegen ➢ CAS-Einsatz: ca. 70 min ➢
04.09.03 Stunde 9	➢ Zusammenfassung Streifenmethode ➢ Bildung des Grenzwertes der Summe von unendlich kleinen Streifen führt zur Definition des Integrals ➢ Lösung der Aufgabe 1.03 mit Hilfe der Berechnung des Integrals mit dem Voyage (Black Box) ➢

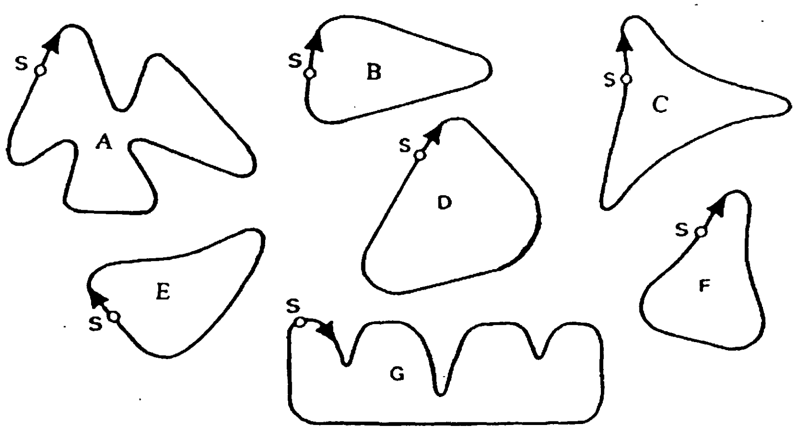
Anlage: Die verwendeten Arbeitsblätter → → →

Klasse: .... Name:	**Integralrechnung mit dem Voyage 200** Weg - Zeit - Geschwindigkeit	Berlin, den ....2003 Fach: Mathematik Blatt-Nr.: 1

Aufgabe 1.01 (nach Fischer/Malle 1985, S. 237)
Das folgende Zeit-Geschwindigkeits-Diagramm bezieht sich auf die Fahrt (zweite Runde) eines Rennwagens auf einem Rundkurs.



a) Um welchen der angegebenen Rundkurse A - G könnte es sich dabei handeln? Begründen Sie Ihre Entscheidung!



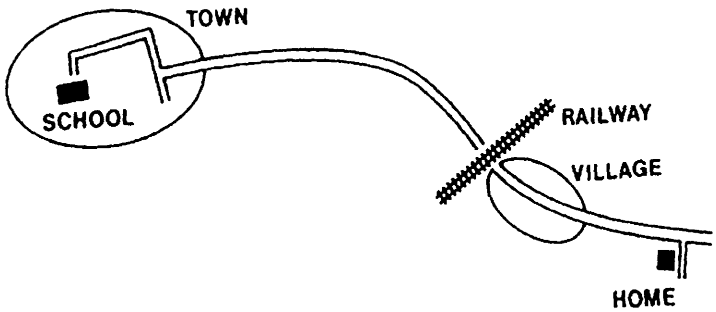
S: Start/Ziel

b) Ermitteln Sie anhand des Geschwindigkeit-Zeit-Diagrammes näherungsweise die in den Intervallen [0,3; 0,5] , [0,7; 0,8] und [0; 0,3] zurückgelegten Längen! (Hinweis: Es gilt: Weg s = Geschwindigkeit v · Zeit t. Versuchen Sie die durchschnittliche Geschwindigkeit in diesem Intervall abzuschätzen!)

c) Versuchen Sie die ungefähre Länge des Rundkurses zu ermitteln!

Aufgabe 1.02 (nach Fischer/Malle 1985, S. 236)

Im folgenden Diagramm ist Michis Schulweg maßstabsgetreu wiedergegeben.

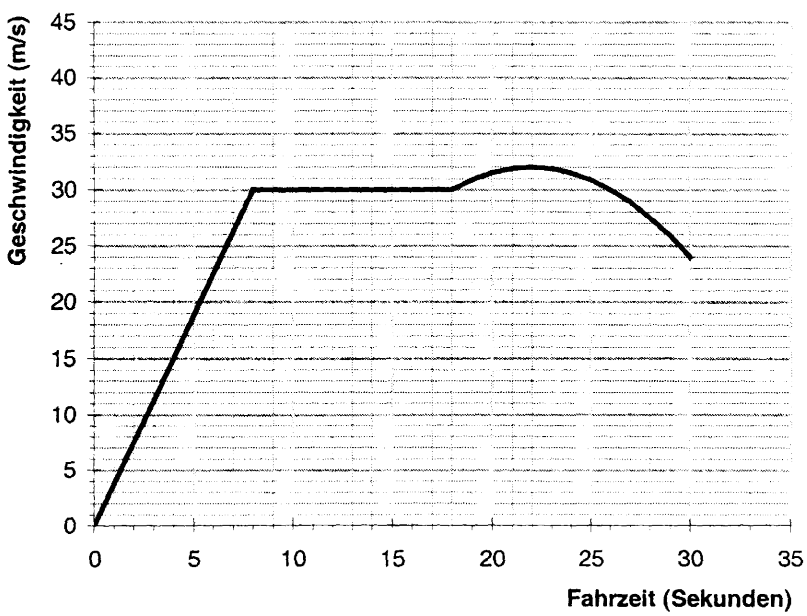


Michi wird von seinem Vater mit dem Auto von der Schule abgeholt und nach Hause gebracht. Die Fahrt dauert 14 Minuten, wobei der Vater bei der Kreuzung vor der Stadtausfahrt 30 Sekunden, vor dem Eisenbahnübergang 2 Minuten anhalten muss.

a) Zeichnen Sie ein mögliches Geschwindigkeit-Zeit-Diagramm für die Heimfahrt von der Schule!
b) Kann es sich bei dem in a) gezeichneten Graphen um den Graphen einer Funktion handeln? Begründen Sie!
c) Ermitteln Sie mit Hilfe der in a) gezeichneten Grafik die Länge von Michis Schulweg!

Aufgabe 1.03

Auf der firmeninternen Teststrecke in Wolfsburg wird ein neuer VW-Prototyp getestet. Die elektronischen Aufzeichnungen in den ersten 30 Fahrsekunden liefern für die Geschwindigkeit des Fahrzeugs folgendes Diagramm:



a) Beschreiben Sie in Worten die Entwicklung der Geschwindigkeit des Fahrzeugs in den ersten 30 Fahrsekunden!
b) Versuchen Sie die Entwicklung der Geschwindigkeit durch eine/mehrere Funktionsgleichung/en zu beschreiben!

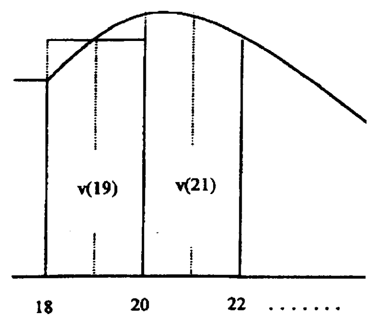
Klasse: .... Name:	**Integralrechnung mit dem Voyage 200** Weg - Zeit - Geschwindigkeit	Berlin, den ....2003 Fach: Mathematik Blatt-Nr.: 2

Lösungshinweis zu b):
Im Intervall [18; 30] scheint der Graph der Geschwindigkeits-Zeit-Funktion die Form einer Polynomfunktion zweiten Grades, Funktionsgleichung $v(t) = at^2 + bt + c$, zu haben und durch die Punkte P(18; 30), Q(30; 24) zu gehen. Im Punkt S(22; 32) scheint ein Maximum vorzuliegen.
Aus diesen Daten lässt sich eine Gleichung der Polynomfunktion zweiten Grades rechnerisch oder einfacher durch Eingabe der Werte in den Data-Matrix-Editor des Voyage 200 ermitteln:

- Öffnen Sie mit APPS den Data/MatrixEditor.
- Legen Sie ein neues Datenblatt an.

Die Ermittlung der Polynomfunktion erfolgt gemeinsam! Notieren Sie sich die notwendigen Schritte!

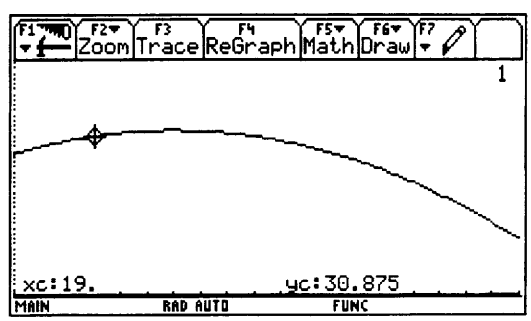
<u>Aufgabe 1.03c)</u> <u>(Fortsetzung von Aufgabe 1.03):</u>
Welchen Weg legt das Fahrzeug im Zeitintervall
i) [8;18] ii) [0;8] iii) [18;30] zurück?



Wir versuchen das Verfahren zu verbessern, indem wir das Intervall [18;30] in die sechs Teilintervalle [18;20], [20;22] ... [28;30] zerlegen. Für jedes dieser Teilintervalle ermitteln wir die Geschwindigkeit in der Mitte des Intervalls und berechnen damit näherungsweise die Länge des in diesem Teilintervall zurückgelegten Weges.

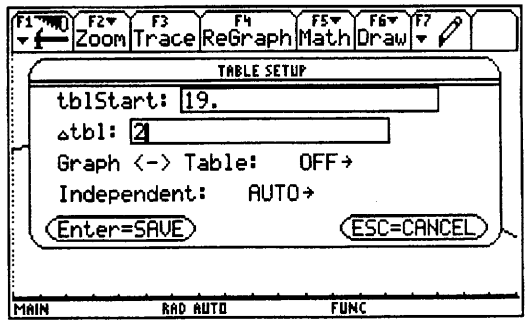
Die Ermittlung der Geschwindigkeiten kann dabei aus der Grafik erfolgen:
Aus der Gleichung der Geschwindigkeits-Zeit-Funktion $v(t) = -0{,}125t^2 + 5{,}5t - 28{,}5$ (vgl. Aufgabe 1.03b) kann der Graph der Funktion erstellt werden. Der gesuchte Funktionswert wird wie folgt ermittelt:

Zoomen des Graphen im Teilintervall [18; 20]
F3 Trace
Eingabe des x-Wertes der gesuchten Stelle:
xc:19.
Der Voyage 200 zeigt den dazugehörenden y-Wert an: yc:30,875



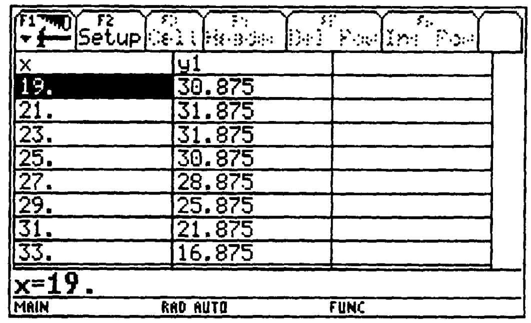
Dieses Vorgehen wird für die weiteren 5 Teilintervalle wiederholt.
Man erhält für die Teilintervalle folgende „durchschnittliche Geschwindigkeiten“:
30,875; 31,875; 31,875; 30,875; 28,875; 25,875

Die Ermittlung der Geschwindigkeit kann aber auch aus der Geschwindigkeits-Zeit-Funktion $v(t) = -0{,}125t^2 + 5{,}5t - 28{,}5$ erfolgen.
Man kann mit dem Voyage 200 zum Beispiel eine entsprechende Tabelle der Funktionswerte v(t) erstellen:



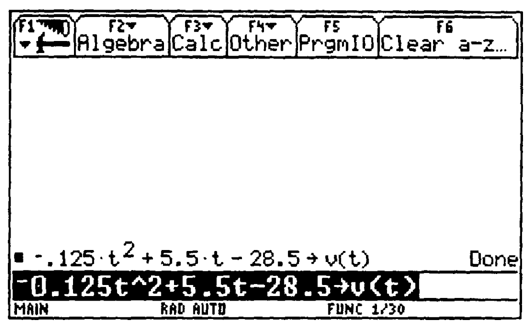
Eingabe der Geschwindigkeits-Zeit-Funktion im Y-Fenster.
Mit ♦-Tbl Set den Beginn der Tabelle definieren:
tblStart: 19
und die Schrittweite festlegen:
Δtbl : 2
Mit zweimaligem Drücken von ENTER bestätigen.

♦-TABLE liefert die gewünschte Tabelle:

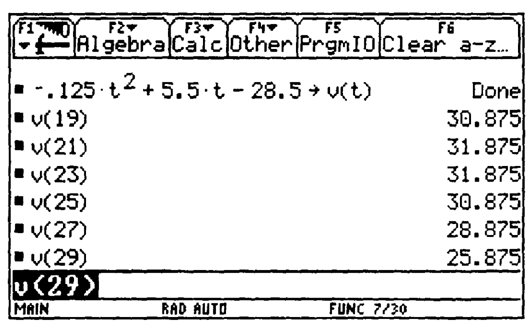


Man kann sich die gesuchten Funktionswerte aber auch direkt vom Voyage 200 ermitteln lassen:

Wir speichern die Geschwindigkeits-Zeit-Funktion im HOME - Fenster unter v(t) ab:
-0.125·t^2+5.5·t-28.5 STO v(t)



Für die Mitte der Teilintervalle wird der Funktionswert ermittelt:
v(19), v(21), ...



Klasse: .... Name:	**Integralrechnung mit dem Voyage 200** 1. Weg - Zeit - Geschwindigkeit	Berlin, den ....2003 Fach: Mathematik Blatt-Nr.: 3

Wir übernehmen die Werte für die Geschwindigkeiten v(t) und berechnen damit die gesamte Weglänge:

$s_1 + s_2 + s_3 + s_4 + s_5 + s_6 =$
$s(18;20) + s(20;22) + s(22;24) + s(24;26) + s(26;28) + s(28;30) \approx$
$v(19)\cdot 2 + v(21)\cdot 2 + v(23)\cdot 2 + v(25)\cdot 2 + v(27)\cdot 2 + v(29)\cdot 2 \approx$
$30{,}875\cdot 2 + 31{,}875\cdot 2 + 31{,}875\cdot 2 + 30{,}875\cdot 2 + 28{,}875\cdot 2 + 25{,}875\cdot 2 = 360{,}5$

Die gesuchte Weglänge beträgt somit ungefähr 360,5 m.

Wir wissen nicht, wie genau dieses Ergebnis ist, anschaulich ist aber klar, dass wir es weiter verbessern können, wenn wir in noch mehr Teilintervalle unterteilen.

Aufgabe 1.04

Ein Auto fährt mit einer Geschwindigkeit von 5 m/s und beschleunigt dann so, dass seine Geschwindigkeit gleichmäßig um 2 m/s zunimmt.

a) Geben Sie eine Gleichung jener Zeit-Geschwindigkeits-Funktion an, die die Geschwindigkeit des Autos ab dem Beginn des Beschleunigungsvorganges beschreibt!
b) Wie groß ist der in den ersten drei Sekunden (ab dem Beginn der Beschleunigung) zurückgelegte Weg?
c) Wie groß ist der in der dritten Sekunde (nach Beginn der Beschleunigung) zurückgelegte Weg?
d) Wie groß ist der im Zeitintervall $[t_1\ t_2]$ (nach Beginn der Beschleunigung) zurückgelegte Weg?

Aufgabe 1.05

Ein Auto fährt mit einer konstanten Geschwindigkeit von 45 m/s (= 162 km/h) und bremst dann so ab, dass sich die Geschwindigkeit gleichmäßig um 6 m/s verringert. Nach wie vielen Sekunden (nach Beginn des Bremsvorganges) kommt das Auto zum Stillstand und wie lang ist der Bremsweg?

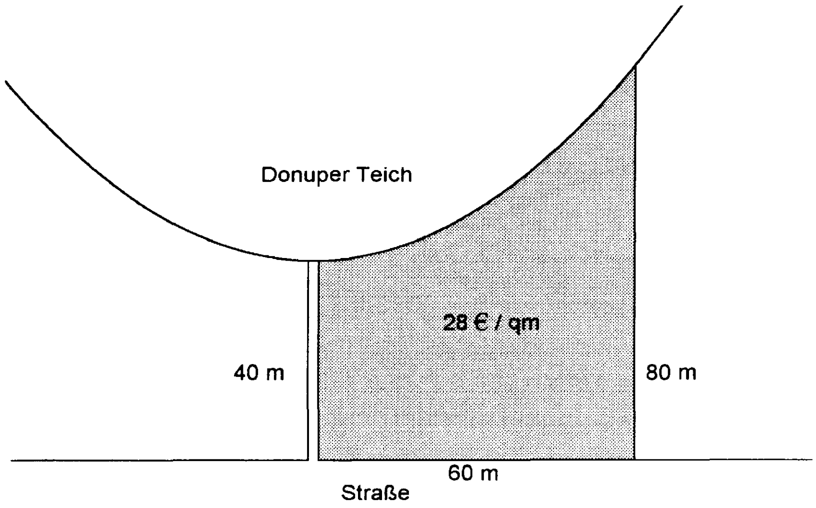
Aufgabe 1.06

Die Geschwindigkeit eines Körpers zum Zeitpunkt t sei durch $v(t) = 3\cdot t^2$ gegeben. Ermitteln Sie näherungsweise die Länge des Weges, den der Körper zwischen t = 0 und t = 10 zurücklegt!

Aufgabe 1.07

Die Geschwindigkeit eines Körpers zum Zeitpunkt t sei durch $v(t) = \frac{40}{t^2+8}$ gegeben. Welchen Weg legt der Körper im Zeitintervall [1;7] zurück?

Hilfe für den Gemeinderat



Der Rat der Gemeinde Weyhe braucht kompetente Hilfe.
Das Grundstück am Donuper Teich in der Gemeinde soll verkauft werden.
Der private Eigentümer als Verkäufer und die Gemeinde Weyhe als mögliche Käuferin müssen sich über den Kaufpreis einigen. Beide vereinbaren, die Größe des Grundstückes zu ermitteln und dabei eine Einteilung in Rechtecke vorzunehmen.

Reicht der im Haushalt kalkulierte Betrag in Höhe von 90.000 € zum Kauf des Grundstücks?

- Bilden Sie Gruppen von „Käufern“ und „Verkäufern“.
- Versuchen Sie, den Flächeninhalt des Grundstücks zu ermitteln. Achten Sie dabei darauf, dass Ihre eigenen Interessen gewahrt sind und ein Kompromiss dennoch möglich bleibt.
- Die „Kaufverhandlungen“ sollen in einem Rollenspiel durchgeführt werden. Bereiten Sie dieses Rollenspiel vor.

Arbeitsaufträge:
Verwenden Sie neben rein algebraischen Lösungsmethoden gleichrangig auch grafische und tabellarische Methoden.

a) Bestimmen Sie den Inhalt des Flächenstücks möglichst genau.
   Untersuchen Sie dabei auch immer die Genauigkeit Ihrer Berechnung.
b) Formalisieren und verallgemeinern Sie Ihre Ergebnisse.
c) Beschreiben Sie das Verfahren zur Flächenberechnung mit Worten in Form eines mathematischen Aufsatzes und gehen Sie dabei auch auf Vor- und Nachteile ein.

Kurvendiskussion ganzrationaler Funktionen 3.Grades Grundkurs

Simone Enzenroß, Martin-Buber-Gesamtschule

Gruppenarbeit:
Entdecken von Eigenschaften, Zusammenhängen und Sätzen mit dem TI – 92

1. Zeichnet die Graphen der eurer Gruppe zugeordneten Funktion f und der zugehörigen Ableitungsfunktionen f´ und f´´ mit eurem TI.
   (f´´- die zweite Ableitung von f - erhält man durch nochmaliges Ableiten von f´)
   Wählt ein geeignetes Graphikfenster – über WINDOW.

2. Übertragt die Graphen auf ein Poster (DIN A3; Graph von f in blau; Graph von f´ in rot und Graph von f´´ in grün). Kennzeichnet möglichst genau die „kritischen Punkte" der Graphen von f, f´ und f´´: Nullstellen, Extrempunkte (Minimum/Maximum). Tragt zusätzlich auf dem Poster die Funktionsgleichungen von f, f´ und f´´ zusammen mit den Nullstellen und Extremstellen in den passenden Farben ein.
   (Woher bekommt man die Punkte?: TRACE (F3) oder mit der Wertetabelle TABLE oder über F6(MATH): Nullstellen(2: Zero), Minimum (3:Minimum), Maximum (4:Maximum); Nullstellen könnt ihr natürlich auch in HOME berechnen)

3. Sucht Zusammenhänge zwischen dem Graph von f und den Graphen der Ableitungsfunktionen! (Es gibt viele davon!) Achtet hierbei besonders auf die kritischen Punkte der Graphen.
   Formuliert eure „Entdeckungen" möglichst genau als Satz. Findet ihr auch eine Begründung dafür? Versucht, auch diese zu formulieren! (im eigenen Hefter) Überprüft eure Vermutungen auch an den Graphen der anderen Gruppen (Poster)! Schreibt die Aussagen, die nach der Überprüfung immer noch wichtig und richtig erscheinen, möglichst verständlich und gut lesbar auf DIN A4 – Blätter auf und heftet diese an die Tafel.

4. Nun sichern wir eure Erträge!!! → Vergleich der gefundenen Zusammenhänge

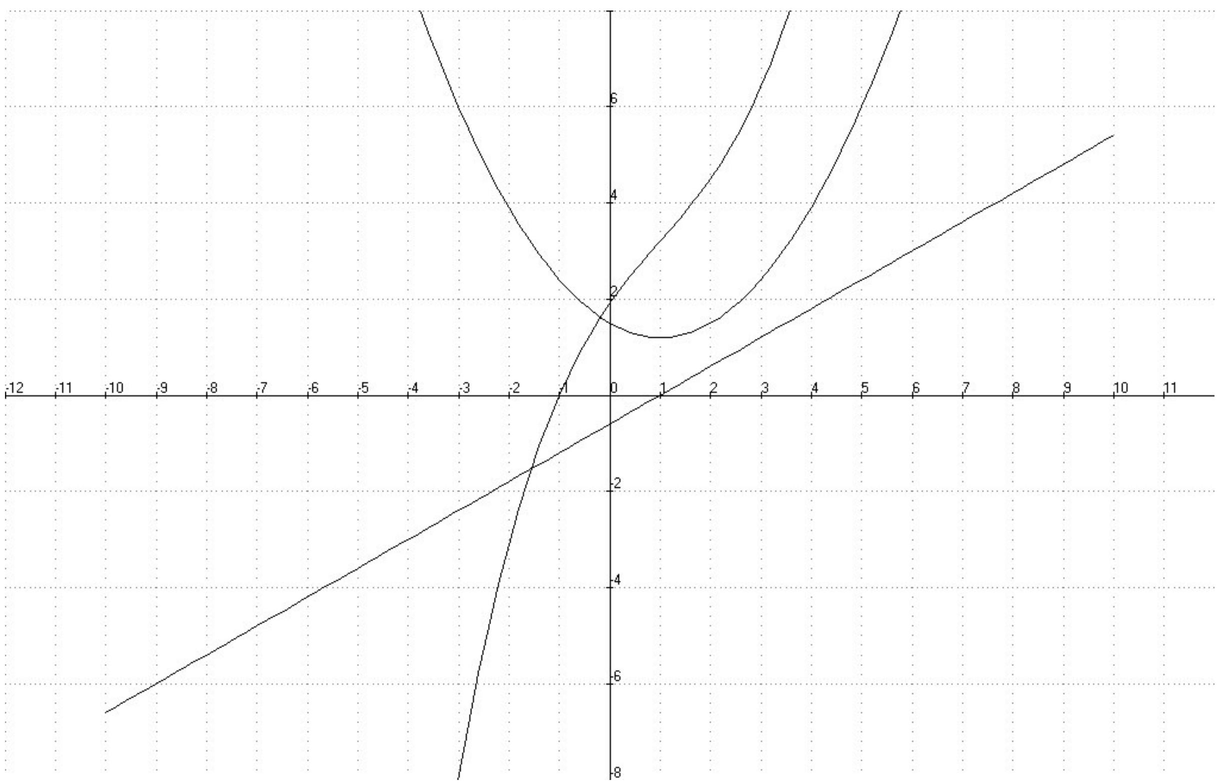
Die Funktionen für die Gruppen - wie im unten genannten Heft:

A: $f(x) = 4x^3-16x$	B: $f(x) = x^3-x^2-8x+12$
C: $f(x) = x^3-x^2-5x-3$	D: $f(x) = 0{,}1x^3-0{,}3x^2+1{,}5x+1{,}9$
E: $f(x) = 0{,}5x^3 +1{,}5x^2+1{,}5x+0{,}5$	F: $f(x) = 2x^3-8x+10$
G: $f(x) = 2x^3 + 8x$	

Anmerkung: *2 Funktionen haben keine Extrema. Die Anleitung im Beitrag von Günter Schmidt war mir zu detailliert - deshalb habe ich es für mich neu geschrieben. Aus Zeitgründen habe ich außerdem an dieser Stelle die Faktorisierung weggelassen. Die 90Minuten gingen auch so schnell genug vorbei. In der Klasse hat mehr als ein Drittel den TI erst seit der 11. Klasse, da kämpften zu der Zeit immer noch einige mit geeigneter WINDOW-Einstellung usw.*

Günter Schmidt: "Entdecken, Verstehen, Anwenden - Analysisunterricht mit dem TI-92", Stromberg 1998, herausgegeben von Texas Instruments

Eine Zusatzaufgabe von E. Lehmann



Zusatzaufgabe (zum Beispiel am Ende der Gruppenarbeit als Zusammenfassung oder von Anfang an als Umkehrung der Fragestellungen - bezogen auf die Funktionen A bis G):
Welche Funktionen werden in der Abbildung dargestellt? Beschreibe die Zusammenhänge.

Kurvendiskussion ganzrationaler Funktionen 3.Grades Grundkurs

Simone Enzenroß, Martin-Buber-Gesamtschule

Gruppenarbeit:
Entdecken von Eigenschaften, Zusammenhängen und Sätzen mit dem TI – 92

1. Zeichnet die Graphen der eurer Gruppe zugeordneten Funktion f und der zugehörigen Ableitungsfunktionen f´ und f´´ mit eurem TI.
   (f´´- die zweite Ableitung von f - erhält man durch nochmaliges Ableiten von f´)
   Wählt ein geeignetes Graphikfenster – über WINDOW.

2. Übertragt die Graphen auf ein Poster (DIN A3; Graph von f in blau; Graph von f´ in rot und Graph von f´´ in grün). Kennzeichnet möglichst genau die „kritischen Punkte" der Graphen von f, f´ und f´´: Nullstellen, Extrempunkte (Minimum/Maximum). Tragt zusätzlich auf dem Poster die Funktionsgleichungen von f, f´ und f´´ zusammen mit den Nullstellen und Extremstellen in den passenden Farben ein.
   (Woher bekommt man die Punkte?: TRACE (F3) oder mit der Wertetabelle TABLE oder über F6(MATH): Nullstellen(2: Zero), Minimum (3:Minimum), Maximum (4:Maximum); Nullstellen könnt ihr natürlich auch in HOME berechnen)

3. Sucht Zusammenhänge zwischen dem Graph von f und den Graphen der Ableitungsfunktionen! (Es gibt viele davon!) Achtet hierbei besonders auf die kritischen Punkte der Graphen.
   Formuliert eure „Entdeckungen" möglichst genau als Satz. Findet ihr auch eine Begründung dafür? Versucht, auch diese zu formulieren! (im eigenen Hefter) Überprüft eure Vermutungen auch an den Graphen der anderen Gruppen (Poster)! Schreibt die Aussagen, die nach der Überprüfung immer noch wichtig und richtig erscheinen, möglichst verständlich und gut lesbar auf DIN A4 – Blätter auf und heftet diese an die Tafel.

4. Nun sichern wir eure Erträge!!! → Vergleich der gefundenen Zusammenhänge

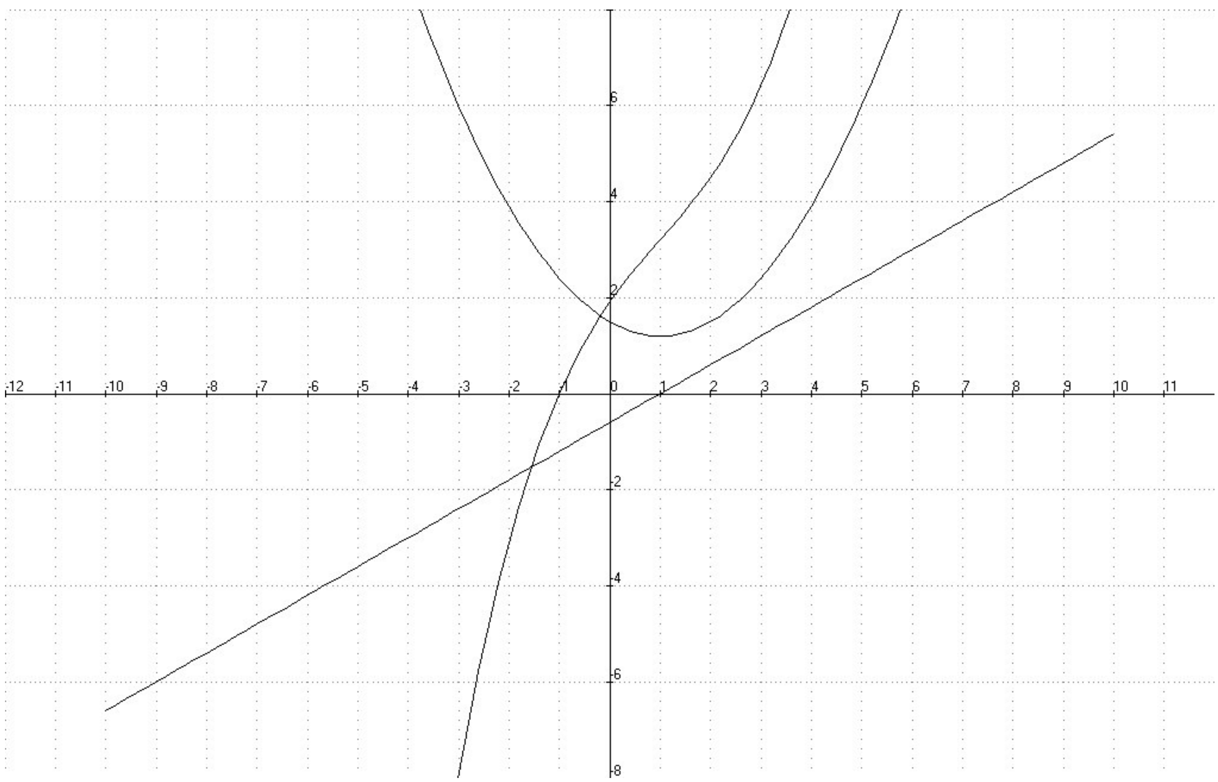
Die Funktionen für die Gruppen - wie im unten genannten Heft:

A: $f(x) = 4x^3-16x$	B: $f(x) = x^3-x^2-8x+12$
C: $f(x) = x^3-x^2-5x-3$	D: $f(x) = 0{,}1x^3-0{,}3x^2+1{,}5x+1{,}9$
E: $f(x) = 0{,}5x^3 +1{,}5x^2+1{,}5x+0{,}5$	F: $f(x) = 2x^3-8x+10$
G: $f(x) = 2x^3 + 8x$	

Anmerkung: *2 Funktionen haben keine Extrema. Die Anleitung im Beitrag von Günter Schmidt war mir zu detailliert - deshalb habe ich es für mich neu geschrieben. Aus Zeitgründen habe ich außerdem an dieser Stelle die Faktorisierung weggelassen. Die 90Minuten gingen auch so schnell genug vorbei. In der Klasse hat mehr als ein Drittel den TI erst seit der 11. Klasse, da kämpften zu der Zeit immer noch einige mit geeigneter WINDOW-Einstellung usw.*

Günter Schmidt: "Entdecken, Verstehen, Anwenden - Analysisunterricht mit dem TI-92", Stromberg 1998, herausgegeben von Texas Instruments

Eine Zusatzaufgabe von E. Lehmann



Zusatzaufgabe (zum Beispiel am Ende der Gruppenarbeit als Zusammenfassung oder von Anfang an als Umkehrung der Fragestellungen - bezogen auf die Funktionen A bis G):
Welche Funktionen werden in der Abbildung dargestellt? Beschreibe die Zusammenhänge.

Klasse 7: Einführung in das Thema ZUORDNUNGEN

Cordula Kollotschek, Gottfried-Keller-Gymnasium

Schuljahr 2003/4 - Projekt 7. Klassen

Klasse 7:
Zuordnungen am Beispiel von Somatogrammen aus dem Untersuchungsheft für Kinder(Kinderuntersuchungsheft des Bundesausschusses Ärzte und Krankenkassen)

Bemerkung:
Dieses Heft erhält jedes Kind bei der Geburt und es enthält 9 Untersuchungen U1 bis U9, die bis zum 64. Lebensmonat durchgeführt werden. Hierbei werden Größe, Gewicht und frontooccipitaler Kopfumfang des Kindes gemessen.
Somatologie ist die Lehre vom menschlichen Körper.

Beispiel 1:
Die Schüler und Schülerinnen (Sch.) geben im Data/Matrix-Editor des Taschencomputers (TC, hier TI-92) die Daten aus ihrem Untersuchungsheft ein. Dazu müssen sie die Untersuchungsergebnisse ablesen und in eine Tabelle einordnen. Da die einzelnen Untersuchungen in einem Zeitraum (z.B. zwischen dem 21. und 24. Lebensmonat) stattfinden können, muss die Zeitangabe und die geeignete Einheit erörtert werden. Die Angabe der Zeit erfolgt als Mittelwert aus dem für die einzelne Untersuchung U2-U8 vorgegebenen Zeitraum in Monaten (evtl. Diskussion über die Notwendigkeit der genauen Altersangabe).

Beispiel:

F1 | F2 Plot Setup | F3 Cell | F4 Header | F5 Calc | F6 Util | F7 Stat

DATA	alter	groes…	gewic…	kopf	
	c1	c2	c3	c4	c5
1	0.	50.	2850.	undef	
2	.333	50.	2810.	33.	
3	1.	51.	3610.	36.	
4	3.5	61.	5910.	40.	
5	6.5	67.	7270.	42.	
6	11.	75.	9230.	45.	
7	24.	90.	11730.	47.	

r1c1=0.

MAIN RAD APPROX FUNC

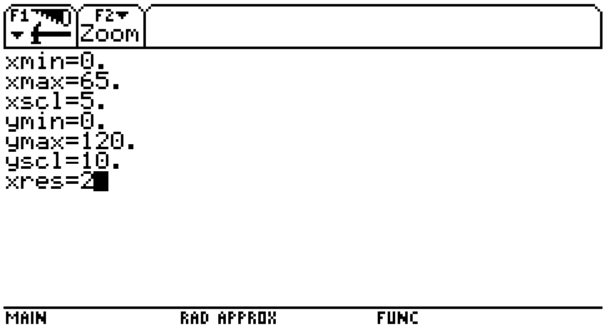
F1 | F2 Plot Setup | F3 Cell | F4 Header | F5 Calc | F6 Util | F7 Stat

DATA	alter	groes…	gewic…	kopf	
	c1	c2	c3	c4	c5
4	3.5	61.	5910.	40.	
5	6.5	67.	7270.	42.	
6	11.	75.	9230.	45.	
7	24.	90.	11730.	47.	
8	48.	98.	15700.	49.	
9	64.	105.	17000.		
10					

r10c1=

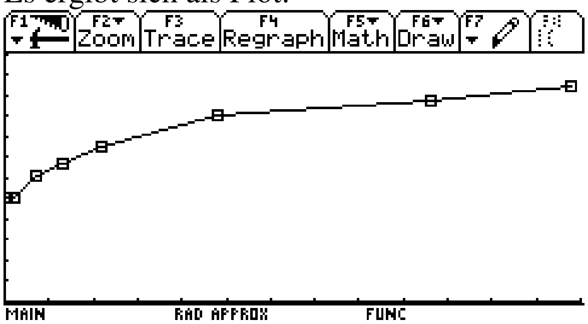
MAIN RAD APPROX FUNC

Um die Tabelle plotten zu können, muss in der Window-Einstellung eine entsprechende Einstellung vorgenommen werden, z.B. für die Zuordnung Alter (in Monaten)$\rightarrow$ Größe (in cm):



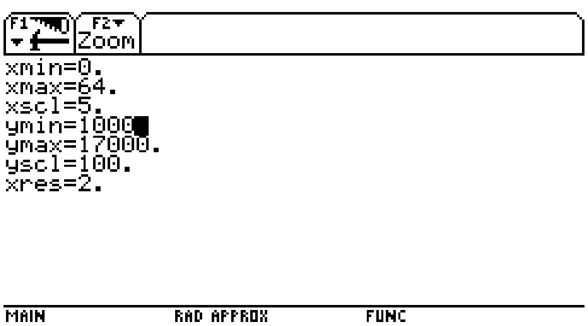
Die Frage , ob man die Punkte verbinden kann oder sollte, kann an dieser Stelle sinnvoll erörtert werden.

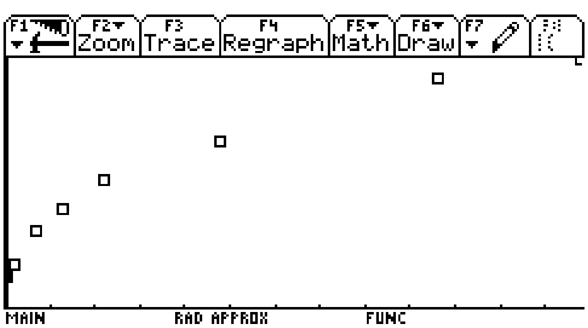
Es ergibt sich als Plot:



Der Graphenverlauf kann hier durch die Schüler interpretiert werden (Hinweis: Im Modus xy-line werden die Punkte linear verbunden). Eine Diskussion über die verschiedenen Darstellungsarten von Kurven schließt sich an. - Beim Vergleich mit dem im Untersuchungsheft aufgezeichneten Somatogramm sollte den Schülern auffallen, dass hier die Einteilung auf der waagerechten Achse nicht äquidistant ist und die senkrechte Achse nicht bei Null startet.

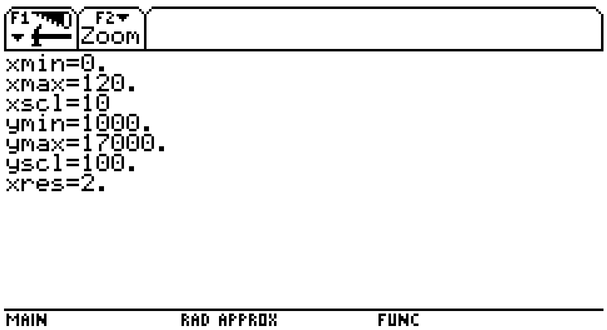
Beispiel 2:
Als zweites Beispiel kann die Zuordnung Alter → Gewicht von den Sch dargestellt werden:

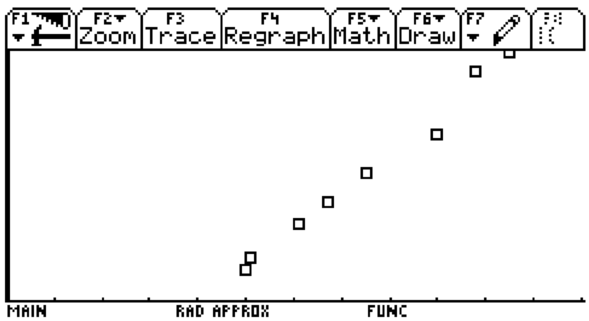




Diesmal wurden die Punkte nicht verbunden, da in der vorherigen Auswertung die Sinnhaftigkeit der Zwischenpunkte erörtert wurde.

Die dritte Zuordnung Größe → Gewicht ist ebenfalls im Untersuchungsheft dargestellt und kann wieder mit dem Plot verglichen werden.





Als Hausaufgabe bietet sich die Zuordnung vom Kopfumfang zur Größe des Kindes an. Diese sollte ohne TI händisch erfolgen.

Zusammenfassung

Die obigen Aufgabenstellungen sind aus meiner Sicht gut geeignet den Schülern an einem ganz persönlichen Beispiel den Sinn von Darstellungen bei Zuordnungen zu erläutern, graphische Darstellungen zu üben, zu interpretieren und zu vergleichen. Durch die nicht äquidistante Darstellung der Zuordnung im Untersuchungsheft ergibt sich für die Schüler eine bisher ungewohnte Darstellungsform eines angepassten Koordinatensystems.

Ableitung der Sinusfunktion

Matthias Müller - OSZ Köpenick

Diese Unterrichtsstunde soll den Schülern einerseits die Möglichkeit eröffnen, eine mathematische Regel zu entdecken und andererseits diese Regel unter Zusammenführung mehrerer im Unterricht erarbeiteter Zusammenhänge zu beweisen.

Der Unterricht beginnt mit der Darstellung der Sinusfunktion. Die Schüler sollen den Graphen beschreiben und markante Punkte nennen. Anknüpfend an ihr Wissen über Kurvendiskussionen von Polynomfunktionen sollen sie dann beschreiben wie z. B. die Hoch- und Tiefpunkte berechnet werden könnten. Dabei sollen die Schüler erkennen, dass ihnen zur Durchführung dieses mathematischen Kalküls noch eine wichtige Voraussetzung fehlt: Die Ableitung der Sinusfunktion.

Das graphische Differenzieren könnte von den Schülern auch an einem von ihnen erstellten Graph durchgeführt werden. Allerdings ist das Anlegen der geeigneten Tangenten an den Graphen manuell nicht ganz einfach. Außerdem müssten die Schüler dann von jeder eingezeichneten Tangente die entsprechende Funktionsgleichung ermitteln um die Steigung zu bekommen. Dieses Vorgehen erscheint mir einerseits sehr zeitaufwändig zu sein. Andererseits steckt in dieser Aufgabe auch kein Erkenntnisgewinn, da die Schüler Steigungen von Geraden sicher bestimmen können, nur dass es eben relativ aufwändig ist. Hier wird deshalb auf die Möglichkeiten des TI zurückgegriffen. Dieser kann sowohl den Funktionsgraphen als auch die Tangenten rasch darstellen. Zusätzlich zeigt er auch sofort die Funktionsgleichungen und damit auch die benötigten Steigungen der betreffenden Tangenten an. Die Schüler können diese dann ablesen und in die vorbereitete Tabelle übertragen.

Die Überprüfung der vermuteten Ableitungsregel mit Hilfe der Differentialquotienten bereitet einerseits den rechnerischen Beweis vor, da die Schüler hier schon einmal die mathematische Beschreibung der Behauptung formulieren müssen. Andererseits bestätigt diese Überprüfung mit dem TI erst einmal die Vermutung, so dass die Schüler auch einen Sinn darin sehen werden, ihre Vermutung zu beweisen, da diese offenbar stimmig ist und sie keinen Irrweg verfolgen.

Der eigentliche Beweis ist ja relativ komplex, er erfordert die Zusammenführung verschiedener Sachverhalte und einige "geschickte" Termumformungen. Daher gebe ich den Schülern einige Hinweise mit auf den Weg, so dass sie einen roten Faden verfolgen können, der sie dann hoffentlich zum Ziel führen wird.

Die einzelnen Aufgaben sind von mir zu einem Arbeitsbogen zusammengefasst worden, auf dem sich sowohl die Aufgabenstellungen als später dann auch die Sicherungen der Schüler befinden. Am Ende der Stunde sollten die Schüler dann eine zusammenhängende Darstellung des Unterrichtsgegenstandes vorliegen haben, die dann auch als Vorlage für die folgende Behandlung ähnlicher Fragestellungen dienen kann. Der Arbeitsbogen ist so gestaltet, dass die zu findende Ableitungsregel erst auf der Rückseite explizit auftaucht, so das die Schüler unvoreingenommen in die Entdeckungsphase gehen.

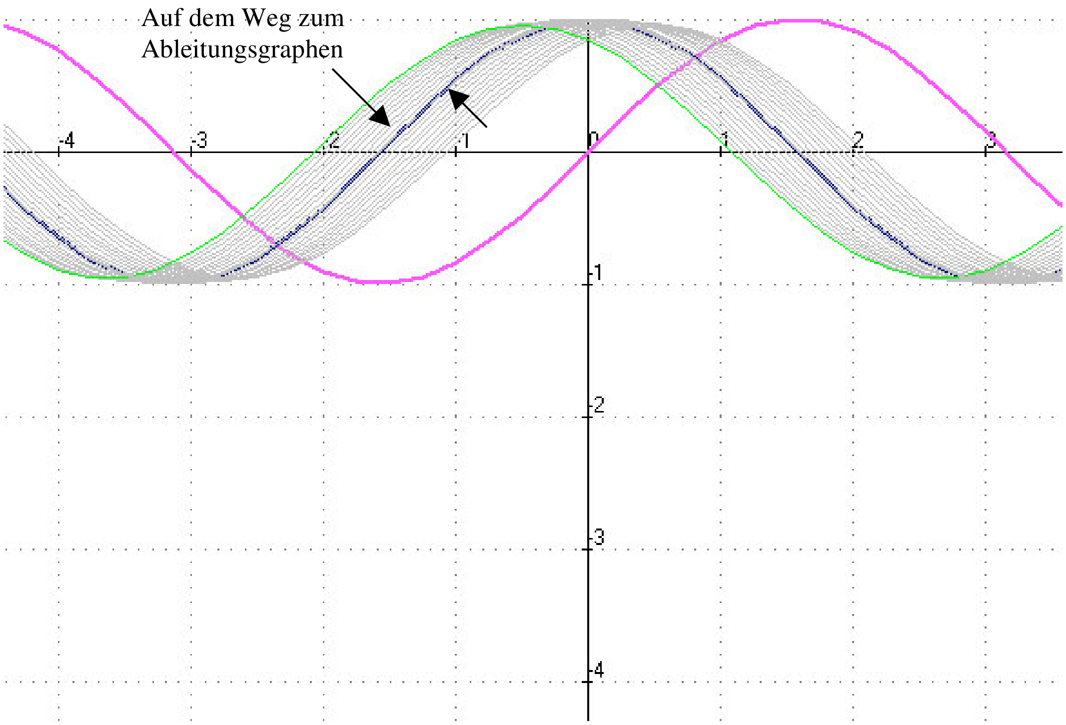
Die Sicherung der einzelnen Unterrichtsphasen soll durch die Schüler erfolgen. Ihnen stehen dafür sowohl das Overhead-Display des TI als auch vorbereitete OH-Folien zur Verfügung, die sich mit der Darstellung auf dem Arbeitsbogen decken. Bewährt hat sich die

Methode, einen Schüler die Arbeit am Overhead-Display durchführen zu lassen (Tangenten-Anlegestellen auf Zuruf), während ein anderer neben seinen Arbeitsbogen auch gleich die entsprechende Folie ausfüllt. Die Überprüfungs- und Beweisphase werden von den Schülern in Partnerarbeit durchgeführt. Das ergibt bei den Schülern die Notwendigkeit, sich über mathematische Inhalte zu unterhalten.

Matthias Müller
eMail: Mueller.OSZWiSov@Web.de

Anlagen:
- Arbeitsbogen
- Vorlage
- OH-Folie

Einfügung von E.Lehmann: Differenzenquotienten-Graphen zu y = sin(x)



f1: sin(a)	Ausgangsfunktion
f2: (f1(a+b)-f1(a))/b	Differenzenquotient mit 2 Parametern
f3: f2(x,1)	Differenzenquotient für a=x und b=1
f4: f2(x,u)	u läuft gegen 0 (von oben), f4 gegen den cos
f5: f2(x,-u)	-u läuft gegen 0 (von unten), f5 gegen den cos
f6: cos(x)	die tatsächliche Ableitungsfunktion

OSZ Wirtschaft und Sozialversicherung Gymnasiale Oberstufe - Kursphase	Mathematik Leistungskurs MA - 1 Ableitung der Sinusfunktion	Name: Datum:

Aufgaben:

1. Stellen Sie die Sinusfunktion mit Hilfe des TI graphisch dar.

Empfohlene Einstellungen für den Graphikbildschirm		
Xmin = -1	Ymin = -2	Xres = 1
Xmax = 7	Ymax = 2	
Xscl = 1	Yscl = 1	

Hinweis: Achten Sie darauf, dass Ihr Rechner auf Bogenmaß eingestellt ist.

2. Legen Sie nun an geeignete Stellen Tangenten an den Graph an (Menü F5 ➔ A:Tangente), lesen Sie die Steigungen ab und tragen Sie diese in die folgende Tabelle ein:

x_0							
$f'(x_0)$							

3. Übertragen Sie die so gewonnenen Punkte in das Koordinatensystem und verbinden Sie sie. - Stellen Sie eine Vermutung auf, welcher Graph auf diese Weise entsteht.

4. Überprüfen Sie Ihre Vermutung, indem Sie den entsprechenden Differentialquotienten in den TI eingeben und auswerten lassen.

x_0							
$f'(x_0)$							

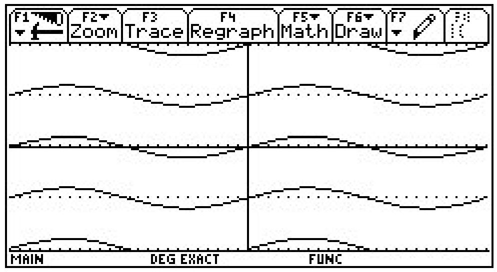
Hinweise:

- Verwenden Sie den Differentialquotienten nach der h-Methode.
- Es gilt das Additionstheorem $\sin(x+y) = \sin x \cdot \cos y + \cos x \cdot \sin y$.
- Nutzen Sie die Ihnen bekannten Grenzwerte
- $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\sin(h)}{h} = 1$ und $\lim\limits_{h \to 0} \frac{\cos(h) - 1}{h} = 0$ aus.

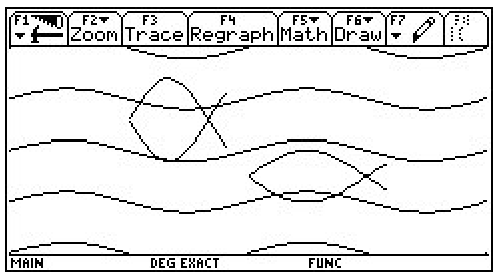
Bilder mit Sinus- und Kosinus-Funktionen

Walter Gussmann, Konrad Meyfarth, Walter Stoss, Paul-Natorp-Oberschule

1. Ergänze die TI-Eingabe y1= 0.2 sin(x) +c | c={ 2, 1, ...} für dieses Bild:

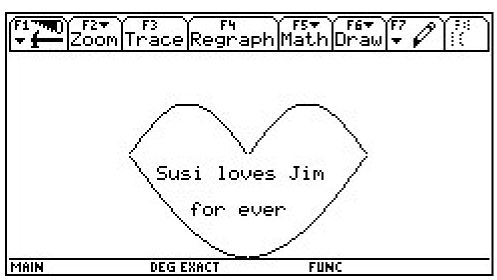


2. Ergänze die TI-Eingaben y2 = 0.5 sin (x)- 0.5 | x>0 and x<210
   Für y3 =
   Und y4 = 0.8 sin (1.5 (x+180)) + 0.6 | x> -180 and x< -30
   Für y5 =
   damit die Fische vollständig sind. Schalte dann noch die Achsen und das Raster aus.



Ergänze das Bild durch Fische, die nach rechts schwimmen!
Du kannst deine Graphen speichern: Graph / F1 / 2:Save copy as / Variable: „fish1“.
Du kannst deine Graphen zurückholen: Graph / F1 / 1:Open / „fish1“

3. Ergänze die Funktionen, damit dies Bild entsteht. Verwende „grid“ und „axes“.



y1 = - sin (x) | -180 < x and x < 0, y2 =
y3 = - 2 cos (0.5 x) | 0 < x and x< 180 y4 =

Konstruiere nun eigene Kunstwerke!

Entferne Achsen und Raster. Du kannst das Herz speichern unter « Herz1 ». Unter F7 / Text kannst du deine Liebeserklärung einsetzen. Aber nun kannst du dies nur noch als Bild speichern: Type. 2:Picture / „Herz2“.

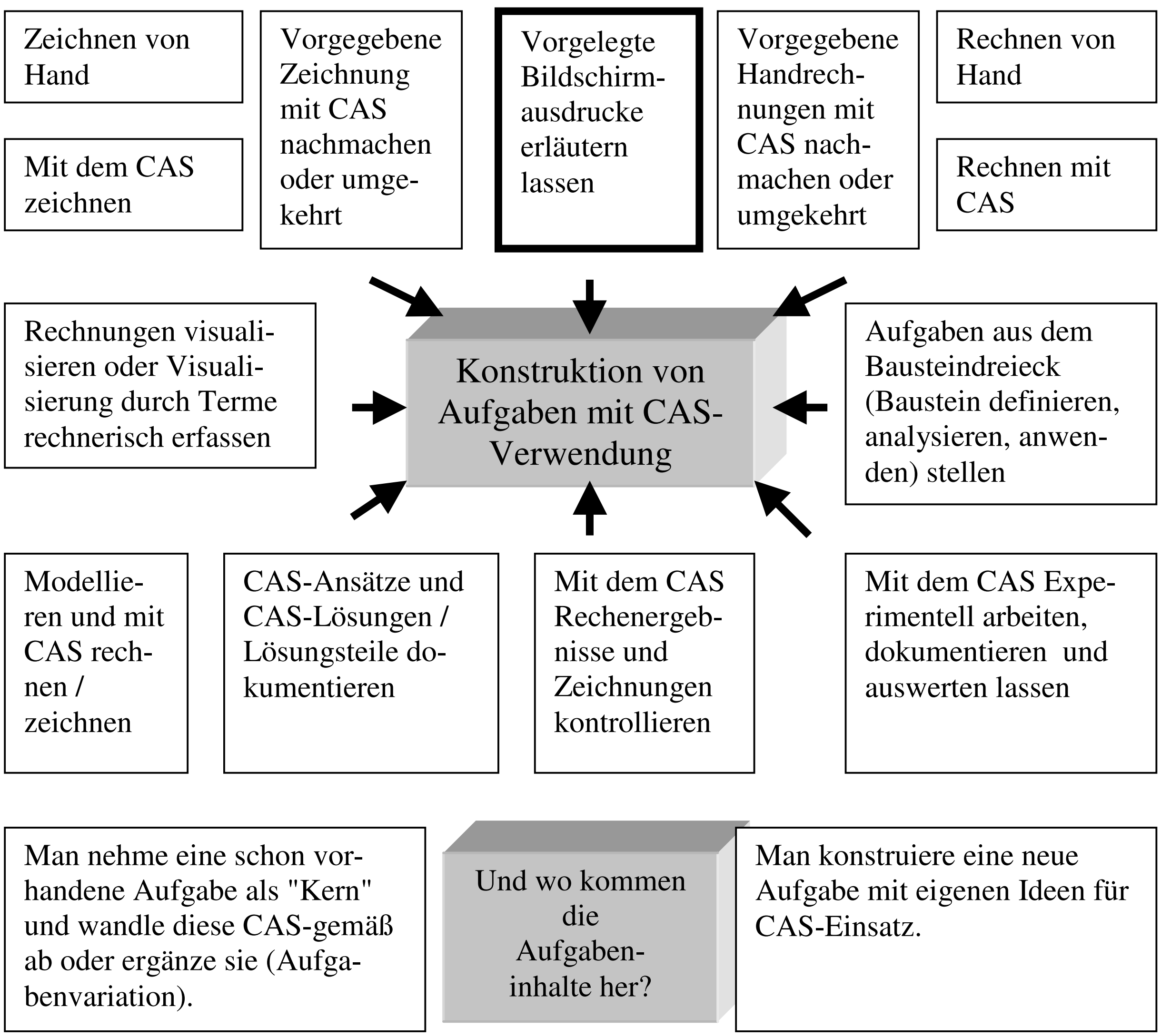
Tipps für Klassenarbeiten mit CAS - auch nützlich für den Unterricht

Eberhard Lehmann

Sie finden hier Tipps und zusätzliche Erläuterungen zu folgenden Aspekten:

- Visualisieren mit CAS-Hilfe
- Kontrollieren mit CAS
- Vorgelegte Zeichnungen oder Rechnungen ergänzen
- Aufgaben zur Dokumentation
- Das Bausteindreieck (definieren, analysieren, anwenden)
- Veränderte Aufgabekultur → offene Aufgaben
- CAS und Handrechnung
- Ansätze finden lassen - Modellbildung

Die folgende Abbildung fasst mögliche Aufgabenansätze zusammen:



Visualisieren mit CAS-Hilfe

Das Arbeiten mit Visualisierungen kann von verschiedenen Seiten aus erfolgen:

Rekonstruktion gegebener Abbildungen:
Die Rekonstruktion vorgegebener Abbildungen kann man als eine Standardaufgabe für Grafikrechner oder CAS ansehen. Der Lösungsweg wird in der Regel sein:

1) Den geeigneten Maßstab wählen und für den ausgewählten Graphen ablesbare Punkte suchen. Die Koordinaten ablesen.
2) Mit diesen Vorgaben kann die Funktionsgleichung aufgestellt werden.
3) Zeichnen des Graphen.
4) Kontrolle des Graphen (charakteristische Punkte vergleichen).
5) Entsprechend wird mit allen Graphen verfahren.
6) Gesamtbild kontrollieren.

Um zur Rekonstruktion einer Zeichnung zu kommen, muss der Schüler den *Zusammenhang* zwischen Funktionsgleichung und Graph (z. B. lineare Funktionen und Geraden) *verstanden haben*. Er liest zum Beispiel bei Geraden m und n oder 2 Punkte aus dem Graphen ab, ermittelt die Funktionsgleichung und zeichnet erneut. Dabei muss er noch die Fenstergröße und den Maßstab beachten.

Je nach Kenntnisstand der Schüler und bei komplexeren Abbildungen kann diese Aufgabenstellung einen guten Zugang zum experimentellen Arbeiten mit dem Rechner geben.

Kontrollieren mit CAS

Das CAS kann auf verschiedene Arten zu Kontrollarbeiten eingesetzt werden. Es schafft damit Sicherheit für den Schüler.

- Eigene oder vorgelegte Handrechnungen überprüfen
- Zeichnungen überprüfen
- Vermutungen überprüfen
- Vorgelegte Lösungen verifizieren

Aufgaben zur Dokumentation

a) Allgemeine Bemerkungen

Dokumentationserwartungen:
Die Erwartungen an die Dokumentation von Computerarbeit entwickelt sich im Verlaufe des Vertrautwerdens der Schüler mit dem Programm und den mathematischen Inhalten.

Die jeweilige Dokumentation ist situationsabhängig und softwareabhängig!

- Welchen Rechner-Kenntnisstand haben die Schüler?
  Ist es eine Neueinführung?
  War bisher eine
  - nur kurze Benutzungsdauer,
  - mittlere Benutzungsdauer,
  - bereits lange Benutzungsdauer?

Einige Parameter zu Dokumentationsarbeiten

- Welche Software wird benutzt? Welche Verknüpfungsmöglichkeiten mit anderer Software (z.B. mit Textverarbeitung sind möglich und erwünscht)
  Handelt es sich um CAS, DGS, Tabellenkalkulation, sonstige spezielle M-Software?
- Welche Dokumentationsmöglichkeiten sind in dem jeweiligen Kurs überhaupt möglich?
  In welcher Situation? – Hausarbeit, Unterrichtsarbeit, Klassenarbeit, Klausur, Abiturarbeit

Daraus folgt:
Es lassen sich nur einige wenige allgemeine Grund-sätze aufstellen und einige Tipps zur Dokumentation von Computerarbeit geben. Es ist nötig, sich die jeweiligen Situationsparameter bewusst zu machen.

b) Dokumentationstipps für Schüler und Lehrer

Hinweise an Schüler zum Übernehmen von Zeichnungen vom Computerbild
- Auf kariertem Papier mit Bleistift zeichnen,
- charakteristische Punkte möglichst genau eintragen (z. B.: Schnitte mit den Achsen, Extremwerte, ...), sonstige Auffälligkeiten beachten,
- wichtige Zahlenwerte (gerundet) eintragen (Rechner-Koordinatenanzeigen verfolgen),
- in der Regel maßstabsgetreu zeichnen.

Hinweise an Schüler zur Dokumentation von Termen
- Für einen Vorgang (Bildschirmarbeit) ein Rechteck geeigneter Größe als Bildschirmabbild benutzen. Im Rechteck stehen Eingaben, Ausgaben und Erläuterungen dazu. Durch das Rechteck werden Texte zur Rechnerarbeit abgegrenzt von dem anderen Text.

Eingabe:	m*x+n → gerade(x,m,n)
ggf. Erläuterungen:	Hier wird ein Baustein für die Geradenform y = mx+n definiert
Ausgabe:	done
ggf. Erläuterungen:	der Baustein wurde gespeichert
Eingabe	gerade(x, 3,4) Der Baustein wurde aufgerufen mit m=3 und n=4
Ausgabe	3x+4 für m und n wurden die Werte eingesetzt, so entsteht der ausgegebene Term

Hinweis: Diese ausführliche Form empfiehlt sich zu Beginn einer entsprechenden Unterrichtssequenz.

- **Bildschirm abschreiben:**

solve(x^2+3x+2=0, x)	x = –1 or x = –2
usw.	

Hat den Vorteil, dass man im Schülertext sofort die TI-Arbeit erkennt. Fehleingaben werden nicht notiert!

- Man kann die Teile der Bildschirmarbeit auch farbig markieren lasssen.

c) Komplexe Terme, längere Rechnungen

Bei komplexen Termen und längeren Rechnungen sollte man mit Zwischenergebnissen arbeiten. Diese werden geeignet bezeichnet und können in der darauf folgenden Arbeit wieder verwendet werden. Häufig empfiehlt sich dabei auch die Berücksichtigung der auftretenden Variablen als Parameter.
Beispiel: Die Gleichung m*x+2 = 3*x-2 wird abgekürzt mit gleich(x,m). Also
m*x+2 = 3*x-2 → gleich(x,m). Damit steht dieser Baustein ab jetzt zur Verfügung.

Teilergebnisse vorgeben

Bei komplexeren Aufgaben trägt ein Vorgeben von Teilergebnissen (Zahlenergebnisse, Terme, Zwischenzeichnung) zu einer Vorstrukturierung bei und ermöglicht Kontrollen, die den Schüler bei seiner Arbeit bestätigen. Auf diese Weise können schwierigere Aufgaben "entschärft" werden.

d) Umfang der Bearbeitungen

Dieser kann recht unterschiedlich sein. So kann man z.B. einige Zeilen der Abbildungen durch zusätzliche Heftskizzen oder weitere Anwendungen eines definierten Bausteins erläutern.

Vorgelegte Zeichnungen oder Rechnungen ergänzen oder nachvollziehen

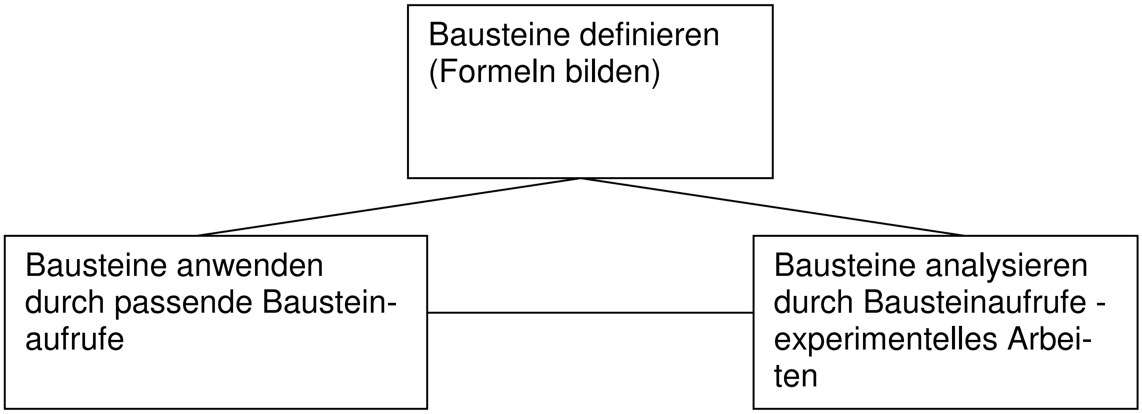
Formulierung von Aufgaben zu gegebenen Bildern

1) Ein Schüler hat mit der Abstandsformel folgendermaßen gearbeitet
   (gegebene Bildschirmausdrucke).
   Erläutere seinen Weg mit Hilfe eines Textes und ggf. auch durch zusätzliche Skizzen.
2) Formuliere Aufgaben zum Inhalte der beiden Bilder.
3) Schreibe einen mathematischen Aufsatz zu den beiden Abbildungen.
4) Ohne das Vorgeben der beiden Abbildungen: Veranschauliche das Problem „Abstand eines Punktes von einem Graphen” mit Hilfe des CAS und erläutere dein Vorgehen.

Die Anforderungen steigen von 1) nach 4).

Das Bausteindreieck

Dem Leser wird aufgefallen sein, dass in vielen Klassenarbeitaufgaben das Bausteinprinzip verwendet wurde. Hierfür ergeben sich diverse Aufgabenstellungen und Ansätze, indem man das **"Bausteindreieck"** beachtet.



Für Aufgaben mit Geraden sind z. B. folgende Bausteine geeignet:

m*x+n → gera(x,m,n)
a*x+b*y=c → glei(a,b,c)
a*x+b*y=c → glei2(x,y,a,b,c)

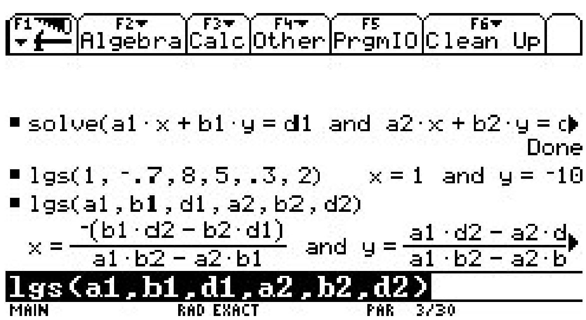
unter zusätzlicher Benutzung von SOLVE

Das Bausteinprinzip

Arbeitet man z. B. viel mit linearen Gleichungssystemen, so empfiehlt sich die Definition einer Bausteins:

- SOLVE(a1*x+b1*y=c1 and a2*x+b2*y=c2, {x,y})→ lgs(a1,b1,c1,a2,b2,c2)

- Der Aufruf lgs(1,-0.7,8,5,0.3,2) liefert dann Lösungen zu einem speziellen LGS:
- Der Aufruf lgs(a1,b1,c1,a2,b2,c2) liefert sogar die Formeln für x und y. Siehe Voyage-



Veränderte Aufgabekultur → offene Aufgaben

Die veränderte Aufgabenkultur wird in vielen der vorgelegten Klassenarbeiten deutlich in
- einer Betonung des Findens von Ansätzen,
- den Aufträgen, vorgegebenes Material weiter zu verarbeiten,
- einer Vermischung händischen Rechnens mit CAS- und Grafikanteilen,
- Verständnisfragen zur verwendeten Mathematik,
- der Aufforderung zur Wahl eigener oder mehrerer Lösungswege.

Veränderte Aufgabenkultur - ohne und mit CAS

CAS und Handrechnung

Grundlegende Algorithmen müssen im Unterricht auch von Hand beherrscht werden - allerdings nicht mehr in dem Umfang und der Tiefe, wie noch häufig praktiziert. Aufgabenkaskaden können entfallen. Wenn die Terme komplizierter werden, ist der Einsatz des CAS angesagt! Um dieses verständig einzusetzen, muss auf das Verstehen des Algorithmus großen Wert gelegt werden:

Weniger rechnen - mehr verstehen!

Weiterhin muss bei den Entscheidungen zwischen Hand- und Computerrechnung immer beachtet werden, ob es sich um langfristig zu sichernde Algorithmen handelt. Kurzfristig kann von Schüler mehr Handrechnungen erwartet werden, als bei länger zurückliegenden Algorithmen.

Diese Ansätze können auch in Klassenarbeits- und Klausuraufgaben berücksichtigt werden:
- Einfache Rechnungen von Hand durchführen,
- Kontrolle von Handrechnungen mit dem CAS,
- Handrechnungen mit dem CAS simulieren,
- Nachrechnen von vorgelegten CAS-Rechnungen auf Bildschirmausdrucken durch Handarbeit,
- komplizierte und aufwendige Rechnungen an das CAS geben.

Ansätze finden lassen - Modellbildung

In verstärktem Umfang kann es nun auch in Klassenarbeiten / Klausuren um das Modellbilden aus einem Text heraus und das Bearbeiten der dann notwendigen Algorithmen mit einem CAS gehen. Anschließend erfolgt eine verständige Auswertung der vom CAS erzeugten Ergebnisse und ggf. eine Korrektur der Ansätze.