Grundlagen von Projektarbeit

Eberhard Lehmann

1. Einleitung

Projekt (lat.) bedeutet *Plan, Vorhaben* oder auch *Entwurf.*

Der Projektbegriff ist damit so allgemein, dass er in den verschiedensten Zusammenhängen außerhalb und innerhalb der Schule verwendet werden kann, wovon dann auch in Büchern, Zeitschriften, Zeitungen usw. reichlich Gebrauch gemacht wird.

Hierzu einige Beispiele:

- Erst verkaufen, dann wieder mieten - Senat beschließt Modellprojekt (Tspg.23.4.98)
- Was spricht gegen einen Landtagsneubau? - Brandenburgs Finanzministerin Wilma Simon zu Projekten (Tspg.23.4.98)
- Ist der Klärwerksneubau eine Geldverschwendung?- Finsterwalder Projekt umstritten (Tspg. 23.4.98)
- Europa läßt neue IT (Informationstechnik)-Projekte liegen (Computerzeitung 23.4.98)
- Jeans-Projekt (Name eines Geschäftes in Hambung)
- Großes Gezerre um das Jahrhundertprojekt - Die Macher beim Sender ABC kämpfen um die aufwendigste Nachrichtensendung in der Geschichte des Fernsehens (Tspg. 4.5.98)

In dem vorliegenden Heft geht es um Projektarbeit an Schulen. Bekanntlich findet auch dort Projektarbeit in sehr unterschiedlichen Ausprägungen statt. Genannt seien z.B. Projekttage, Projektwochen, Projekte über ein Kurssemester, Projekte über mehrere Unterrichtsstunden hinweg - fachbezogen oder fachübergreifend.

In der Regel geht es bei Projekten um für den jeweiligen Bereich komplexe Aufgabenstellungen, die dann im Gegensatz zu Routineaufgaben auch mit besonderen Organisationsformen und Methoden bearbeitet werden müssen.

Die obigen Bemerkungen zeigen bereits, dass es wenig fruchtbar ist, den Projektbegriff genauer zu definieren. Wir werden uns für unsere schulischen Projekte vielmehr darauf beschränken, besondere Intentionen von Projektarbeit zu benennen, um so eine Abgrenzung gegenüber dem sonstigen Unterricht vorzunehmen zu können.

2. Projekte im Mathematikunterricht

2.1 Ziele

Im Mathematikunterricht überwiegt in der Regel die relativ eng an den Inhalten des Lehrplans ausgerichtete Arbeit. Die behandelten Themen haben meistens eine geringe Weite, problemorientierte, offene Ansätze sind selten. Die vorherrschende Unterrichtsform ist das Unterrichtsgespräch. Ein mathematisches Projekt, in dem ein Team an einem komplexen Problem (häufig realitätsnah, aber auch innermathematisch) arbeitet, setzt ein entsprechendes Engagement des Lehrers voraus und erfordert einigen Mut desselben.

Mut

- zur Abweichung von engen Lehrplanvorgaben
- zu einem großzügigen Zeitrahmen
- zu einer anderen, aufwendigeren Unterrichtsform
- sich neuen Anforderungen didaktisch-methodischer Art zu stellen
- einen möglicherweise ungewissen Ausgang zu erleben
- zur Bewältigung überraschender Situationen und Probleme

Die Erfahrung zeigt, dass Projektunterricht für die Beteiligten besonders interessant sein kann. Er bringt aber auch etliche Schwierigkeiten mit sich - auf diese wird unten näher eingegangen. Wir formulieren zunächst einige Intentionen von Projektunterricht, die nicht nur auf den Mathematikunterricht zutreffen, werden diesen dabei aber besonders berücksichtigen.

Projektunterricht ist eine besondere Arbeitsform ist, die ihre eigenen Ziele hat. Mit der Projektarbeit werden neben den mathematischen Zielen allgemeine Ziele angestrebt, u.a.:

- Teamfähigkeit entwickeln
- einzeln und im Team Entscheidungen treffen können
- Kritikfähigkeit zu eigener und fremder Arbeit entwickeln
- Artikulationsfähigkeit entwickeln
- Notwendigkeit und Sinn von Arbeitsteilung einsehen
- selbständig arbeiten können
- Erlangen von Planungskompetenz
- Diverse Arbeitsmittel benutzen und zur Verfügung stehende Ressourcen richtig einschätzen können
- Gewinnung und Auswertung von Informationen üben
- Integration gemeinsam gewonnener Arbeitsergebnisse
- Bewußtmachen des Lern- und Arbeitsprozesses in einer sozialen Gruppe
- Bewußtmachen der benutzten Arbeitsmethoden
- Erzeugung von Produkten zur eigenen Verwendung oder zur Benutzung durch andere Personen bzw. Lerngruppen
- Überwindung des Auseinanderfallens von Theorie und Praxis sowie festgelegter schulischer Fächergrenzen durch Berücksichtigung fächerübergreifender Aspekte

Auf den Anwendungsbereich oder die Realität bezogene Ziele

- Komplexität realer Problemstellungen erkennen
- die Auswirkungen unterschiedlicher Designentscheidungen erkennen.

Ergänzend seien für die Informatik noch einige weitere Ziele genannt, die auf die Software-erstellung bezogen sind:

- *unterschiedliche Interessenlagen von Auftraggeber, Hersteller, Anwender und von der Anwendung Betroffenen erkennen*
  Interdisziplinarität des Herstellungsvorgangs erkennen und bewältigen,
- *die Methodik der Softwareerstellung als Mittel zur Bewältigung inhaltlich und organisatorisch komplexer Probleme begreifen und erfahren,*
- *Methoden der Softwarekonstruktion anwenden können.*

Die obigen Zielsetzungen für Projekte im Mathematikunterricht werden gerade zur Zeit besonders unterstützt durch die Forderungen nach einer offenen Unterrichts- und Aufgabenkultur im Mathematikunterricht, wie sie in den Modulen des BLK-Projekts „Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts" sichtbar werden, siehe Abb.1. Viele der genannten Module gewinnen ihre Relevanz auch durch projektartigen Unterricht. Modul CO wird hier in den Mittelpunkt gesetzt, da moderner Mathematikunterricht heutzutage nicht mehr ohne Einsatz von Medien denkbar ist – ein Aspekt, der bei der Initiierung des Modellversuches nicht genügend berücksichtig wurde.

Projektunterricht unterstützt in Intentionen des BLK-Modellversuchs in besonderem Maße!

Modul 1 Weiterentwicklung der Aufgabenkultur im math.nat.Unterricht	Modul 2 Naturwissenschaftliches Arbeiten (experimentelles Arbeiten)	Modul 3 Aus Fehlern lernen
Modul 4 Sicherung von Basiswissen - verständnisvolles Lernen auf unterschiedlichen Niveaus	Modul 5 Zuwachs von Kompetenz erfahrbar machen: Kumulatives Lernen	Modul 6 Fächergrenzen erfahrbar machen: Fachübergreifendes und fächerverbindendes Lernen
Modul 7 Förderung von Mädchen und Jungen	***Computer-Modul*** *(das im Projektansatz nicht erwähnte Modul)* ***Einsatz neuer Medien:*** *Computeralgebrasysteme (CAS), Computergrafik (CGK), weitere Unterrichtssoftware, Internet (WWW)*	Modul 8 Entwicklung von Aufgaben für die Kooperation von Schülern
Modul 9 Verantwortung für das eigene Lernen stärken	Modul 10 Prüfen: Erfassen und Rückmelden von Kompetenzzuwachs	Modul 11 Qualitätssicherung innerhalb der Schule und Entwicklung schulübergreifender Standards

Abb. 1 Weiterentwickung der Unterrichtskultur - offene Unterrichtsformen
Module im BLK-Modellversuch „Steigerung der Effizienz der mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts“ und Modul CO (Computer)

2.2 Der Ablauf eines (mathematischen) Projekts

Der im Folgenden angebotene Projektablauf muß aus den oben genannten Gründen nicht für jedes Projekt gelten. Dennoch nennt die Abbildung wichtige Aspekte für viele Projekte.

Phase 0: Projektvorbereitung (Vorkenntnisse, organisatorischer Rahmen, vorhandene Software, ... siehe 2.10)

Phase 1:

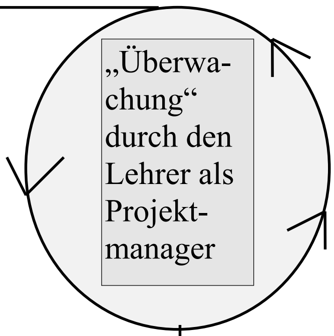
Offene (komplexe) Problemstellung (meistens durch den Lehrer, möglichst gebietsübergreifend oder fachübergreifend)

Brainstrorming

Ordnen: Zerlegung des Problems in Teilprobleme

Auswahl von Teilproblemen zwecks Bearbeitung, Präzisierungen

Festlegung der Teamstruktur, Gruppeneinteilung



Phase 2: Arbeit in den Gruppen

(ggf. Lehrerhilfe)

- Materialbeschaffung
- Benutzung von Hilfsmitteln (Computer,...)
- Kommunikation mit anderen Gruppen
- Dokumentationsarbeiten

Zwischenzusammenfassungen

- Berichte, Kritik
- neue Direktiven vom Team bzw. dem Lehrer

Phase 3: Integration der Arbeitsergebnisse

- Endberichte
- Vorlegen der Dokumentationen, Ergänzungen, Zusammenstellung
- Beurteilung und Wertung, Kritik
- Ordnen

Phase 4: Der mathematische Ertrag (stärkere Lehrerhilfe)

- Ordnen der mathematischen Ergebnisse, Lehrplanbezug
- Einordnen in größere Zusammenhänge

Abb. 2: Ablauf eines mathematischen Projekts

2.3 Produktorientierung

Projekte sollten produktorientiert sein, in der Regel ist nur so der Antrieb für die Schüler vorhanden, um ein Projekt durchzustehen. Dabei geht es u.a. um die Dokumentation der Projektarbeit und das Aufbereiten der Ergebnisse, z.B. mit Textverarbeitung und Grafik.

Mathematikprojekte
Für Mathematikprojekte (Entsprechendes gilt für alle Fächer) sind z.B. folgende Formen der „Veröffentlichung“ möglich:

(1) Aushang von Projektergebnissen auf Tafeln im Klassenraum oder an anderen geeigneten Stellen in der Schule oder auch bei auswärtigen Veranstaltungen.

(2) Zusammenfassung der Ergebnisse in einem kleinen „Projektbuch“, das jeder Projektteilnehmer erhält. Das Projektbuch kann aber auch noch zur Präsentation andernorts dienen oder gar gegen ein kleines Entgelt (Auffrischung der Klassenkasse) abgegeben werden.

(3) Benutzung des Projektbuches in anderen Lerngruppen.

(4) Veröffentlichung einer Projektbeschreibung in der Schülerzeitschrift, vielleicht sogar in einer Fachzeitschrift.

(5) Die Erfahrungen zeigen, dass sich die Schüler zur Dokumentation des Projektes in zunehmendem Maße der neuen Medien bedienen:
- Benutzung eines Textverarbeitungsprogramm,
- Scannen von Bildern,
- Herstellen von Grafiken mit Grafikprogrammen usw.

Diese Ansätze führen dann auch dazu, dass beispielsweise
- Ergebnisse in das Internet gestellt werden
- Dokumentationen (und eventuell Programme) auf eine Diskette oder eine CD gebracht werden.

Informatikprojekte

Für Informatikprojekte gilt noch zusätzlich:
(6) Es kann sich bei dem Produkt um Software handeln, deren Einsatz in anderen Schulfächern vorgesehen ist. Dann sind die Lehrer dieses Faches und ihre Schüler die Benutzer.

(7) Die Software kann etwa auch für die ITG (Informationstechnische Grundbildung) als Grundlage einer projektartigen Unterrichtsreihe vorgesehen sein. Dann sind jüngere Schüler, die Grundlagen der DVA und ihre Anwendung an einem ausgewählten Thema kennenlernen, die Nutzer.

(8) Die Software kann aber auch in der Informatik selbst als Studienobjekt eingesetzt werden, etwa bei der sogenannten Software-Analyse, u.a. mit dem Ziel der Wartung eines Produkts. Das beinhaltet dann auch Änderungen, also fungieren die Schüler als Systembetreuer.

(9) Denkbar ist auch die Weitergabe der Software an andere Schulen oder an schulnahe Institutionen.

2.4 Die Rolle des Lehrers bei Projektarbeit

Aus größeren Projekten, etwa auch aus dem Informatikunterricht, ist der Begriff des Projektmanagements bekannt. Er erweist sich als nützlich, wenn es darum geht, die hier gegenüber normaleren Unterrichtsformen andersartigen Aufgaben des Lehrers zu verstehen. So ergibt sich eine erweiterte Sichtweise.

Ein **Projektmanager** hat die Aufgabe, das Projekt zu führen und zu verwalten. In der Schule wird der Projektmanager in der Regel der unterrichtende Lehrer sein.

Er ist verantwortlich für die Organisation und Vorgehensweise der Projektgruppe und muß in der Lage sein, Probleme zu erkennen, sich um sie zu kümmern und sich mit seinen Mitarbeitern um systematische, konstruktive Lösungen zu bemühen.

Bei mathematischen Projekten hat der Lehrer insbesondere folgende Aufgaben zu übernehmen:

- Auswahl des Projektthemas, jedenfalls in den meisten Fällen
- Aufteilung in Gruppen, ggf. in Zusammenarbeit mit den Schülern
- Leitung bei der Präzisierung von Aufgabenstellungen
- Leitung gemeinsamer Diskussionen
- Organisation von Zwischenberichten
- Bereitstellung von den Schülern nicht bekannten mathematischen und anderen Hilfsmitteln
- Bereitstellung von Medien
- Hilfestellung

- durch Hinweise auf geeignete Computerprogramme und Bedienungshin weise
- beim Finden schwieriger Ansätze
- in mathematischen Detailfragen
- bei der Dokumentation

2.5 Die Rolle der Schüler

Auch die Schülerrolle verändert sich gegenüber dem ihnen sonst geboteten Unterricht. Man darf deshalb nicht erwarten, dass der in einer Lerngruppe erstmalige Einsatz von Projektunterricht von den Schülern sofort in der gewünschten Weise praktiziert werden kann. Umso wichtiger ist es, den Schüern bei ihrem Projekt das Besondere dieser Arbeitsform zu verdeutlichen.

In einer Befragung nach einem mathematischen Projekt in Klasse 11 über Abbildungsgeometrie mit Matrizen [ ] schreibt ein Schüler zu den Aspekten

- Rolle des Schülers und
- Mathematische Erkenntnisse

"Rolle des Schülers: Die Schüler konnten als Individuen arbeiten und ihre Persönlichkeit entwickeln. Die Schüler konnten frei arbeiten und hatten nicht diesen Druck des Lernens. Der Lehrer gab den einzelnen Gruppen nur Hinweise, wie die Aufgabe besser oder überhaupt zu lösen sei. Die Teamarbeit spielt bei der Projektarbeit eine große Rolle. Die Schüler mußten aufeinander eingehen, haben gelernt, Formeln, Beweise und Behauptungen zu konstruieren, was nicht immer leicht war.
Die Projektarbeit hat viele Vorteile: Das Lernen in kleinen Gruppen fällt leichter, der Unterricht ist lockerer und Vieles mehr. Aber auch die Nachteile sind nicht zu übersehen. Die einzelnen Teams fixieren nur bestimmte Themen und dadurch muß das, was von den anderen Gruppen zusammengestellt wurde, nachgearbeitet und erlernt werden (z.B. für die Klausur).
Meiner Meinung nach ist Gruppenarbeit eine gute Sache, denn durch sie fällt die Schule nicht mehr als Last auf, sondern man geht gerne zu diesem Unterricht (sogar in der 6.Stunde). Die Gruppenarbeit war zwar toll, aber immer geht das nicht, denn man muß auch lernen in einer großen Gruppe (Klasse) auszukommen, insbesondere für das Studium, da wird auch nicht in Gruppenarbeit erlernt, sondern der Professor übernimmt diese Aufgabe.
Da ich nur wenig Kenntnisse am Computer habe (vom Spielcomputer einige Kenntnisse), fand ich die Arbeit mit den Computerprogrammen recht gut, und sie war nicht so trocken, wie gewöhnlicher Unterricht. Durch sie habe ich neue Kenntnisse in Sachen Programmen bekommen. Die interessanteste Arbeit war die Arbeit am Computer. Die Graphen und Abbildungen, die man anhand des Programms PLOT11 erstellen konnte - das war für mich faszinierend.
Mathematische Erkenntnisse: Beweisführungen, Erstellen von Formeln, Computerarbeit."

In der Tat schult projektartiger Unterricht in besonderem Maße die Selbständigkeit der Schüler und fördert ihr Selbstbewusstsein. Der Lehrer muss sich ohnehin mehr auf selbständigere und kenntnisreiche Schüler einstellen, insbesondere wenn es um die Nutzung der neuen Medien geht.

2.6 Teamfähigkeit - eine Schlüsselqualifikation

Teamfähigkeit gehört heute zu den Schlüsselqualifikationen vieler Berufe. Darauf muss in der Ausbildung reagiert werden. Teamfähigkeit bedeutet

- kooperatives Arbeiten und Konfliktbewältigung in einer Gruppe, insbesondere
    - Artikulationsfähigkeit zum Vertreten eigener Meinungen und
    - Aufnahmefähigkeit für andere Meinungen sowie
    - Kritikfähigkeit eigener und fremder Arbeit gegenüber entwickeln
- Notwendigkeit und Sinn von Arbeitsteilung einsehen

Zu diesem Thema ein Zeitungszitat:

COMPUTER ZEITUNG Nr. 17 / 23. April 1998

Die soziale Kompetenz wird in Köln in der Praxis trainiert

Ohne Teamfähigkeit läuft auch bei Softwaregenies nichts mehr

Praxisorientierte Lehransätze der Gesellschaft für Qualitätssicherung und Innovation (QUi) und des Bundesverwaltungsamts in Köln fördern die soziale Kompetenz von Informatikern: diese sei ebenso wichtig wie fachliche Kompetenz.

Anwendungsentwickler müssen mehr können als komplexe Maschinen bedienen oder geniale Algorithmen erfinden. Sie brauchen neben technischer Kompetenz die Bereitschaft zur Verständigung und Zusammenarbeit im Team, also soziale Kompetenz. In der Ausbildung von Anwendungsentwicklern wurden die sozialen Aspekte bisher stiefmütterlich behandelt.

Um die Synthese zwischen fachlicher und sozialer Qualifikation sicherzustellen, hat sich das Bundesverwaltungsamt Köln gemeinsam mit der QUi entschieden, die IT-Grundausbildung zukünftiger Anwendungsentwickler in Form eines sogenannten „evolutionären Ausbildungsprojekts" durchzuführen.

Evolutionäre Ansätze für Praxisnähe

Das evolutionäre Ausbildungsprojekt basiert auf der Einsicht, daß die Vermittlung fachlicher Inhalte in einer realitätsnahen Praxissituation erfolgen sollte, die den Softwareentwicklungsprozeß griffig macht. Dazu wird die Ausbildung als Projekt gestaltet. Den Weg vom Problem zum Programm bewältigen die Mitarbeiter durch die Arbeit an einer Projektaufgabe selbst. Projekt- und ausbildungserfahrene Trainer greifen erst dann ein, wenn bei der Arbeit Fragestellungen auftauchen, die von den Teilnehmern nicht alleine gelöst werden können. Die Verzahnung zwischen Theorie und Praxis der Softwareentwicklung erfordert neben Problemlösungsfähigkeiten Kommunikation, Kooperation und Entscheidungsfähigkeit; genau das soll trainiert werden. Das Verständnis für die Arbeit im Team vertiefen die Mitarbeiter gemeinsam mit einer Prozeßbegleiterin. *Leonhard Limburg*

Die hier ausgeführten Gedanken können auch für Projekte im Mathematikunterricht helfen.

2.7 Projektunterricht bringt Schwierigkeiten mit sich!

1. Schüler und Lehrer sind i.a. nicht gewohnt, **mehrere Wochen an einem Problemkreis** miteinander zu arbeiten und viele Einzelergebnisse sinnvoll zusammenzuführen zu einem großen übergeordneten System.

2. Die **Arbeit im Team** über eine so lange Zeit hinweg erfordert viel gegenseitige Rücksichtnahme und Einordnung.

3. Die **Vielseitigkeit der Aufgabenstellungen** innerhalb eines komplexen Projekts bedeutet, dass man aus dem bisherigen Mathematikunterricht einen gewissen Überblick über Lösungsmethoden gewonnen haben muss und in der Lage ist, diese zunächst mit Anleitung, dann aber doch weitgehend selbständig auswählen und anwenden zu können.

4. In der Wahl des Themas liegt ein gewisses Risiko, da anfangs oft nicht alle möglichen auftretenden Probleme erkennbar sind. So kann selbst das **Scheitern eines Projekts** nicht ausgeschlossen werden.

5. Für den Lehrer bedeutet Projektunterricht eine **andere Art der Unterrichtsvorbereitung.** Sie kann ja nicht darin bestehen, das Projekt vorab für sich selbst durchzuführen. Vielmehr verschiebt sich das Schwergewicht der Vorbereitung auf organisatorische Fragen. Im Unterricht selbst wird vom Lehrer wegen der parallel und arbeitsteilig tätigen Schülergruppen ein besonderes Maß an Übersicht und Flexibilität gefordert.

6. Projektarbeit erfordert besondere Formen der Leistungsbewertung und wirft die Frage nach ihrer Berücksichtigung in Klassenarbeiten oder Klausuren auf.

Im Informatikunterricht kann bei Softwareprojekten auf die Bedeutung des Software-Engineering in der Datenverarbeitungspraxis hingewiesen werden und die Arbeitsweise, wie sie in der Praxis vorkommt, nachempfunden werden. Im Mathematikunterricht werden solche Bezüge in der Regel fehlen.

2.8 Komplexität von Projekten - Reduktion der Komplexität

Das Projekt „Brücken“ (siehe Figur 3) wurde durchgeführt von Günter Schmidt, Stromberg, siehe *mathematik lehren, Heft 80, 1997*. Die folgende graphische Darstellung zeigt die Vielfalt der möglichen Projektansätze und Projektabläufe und damit auch die Komplexität von Projekten.

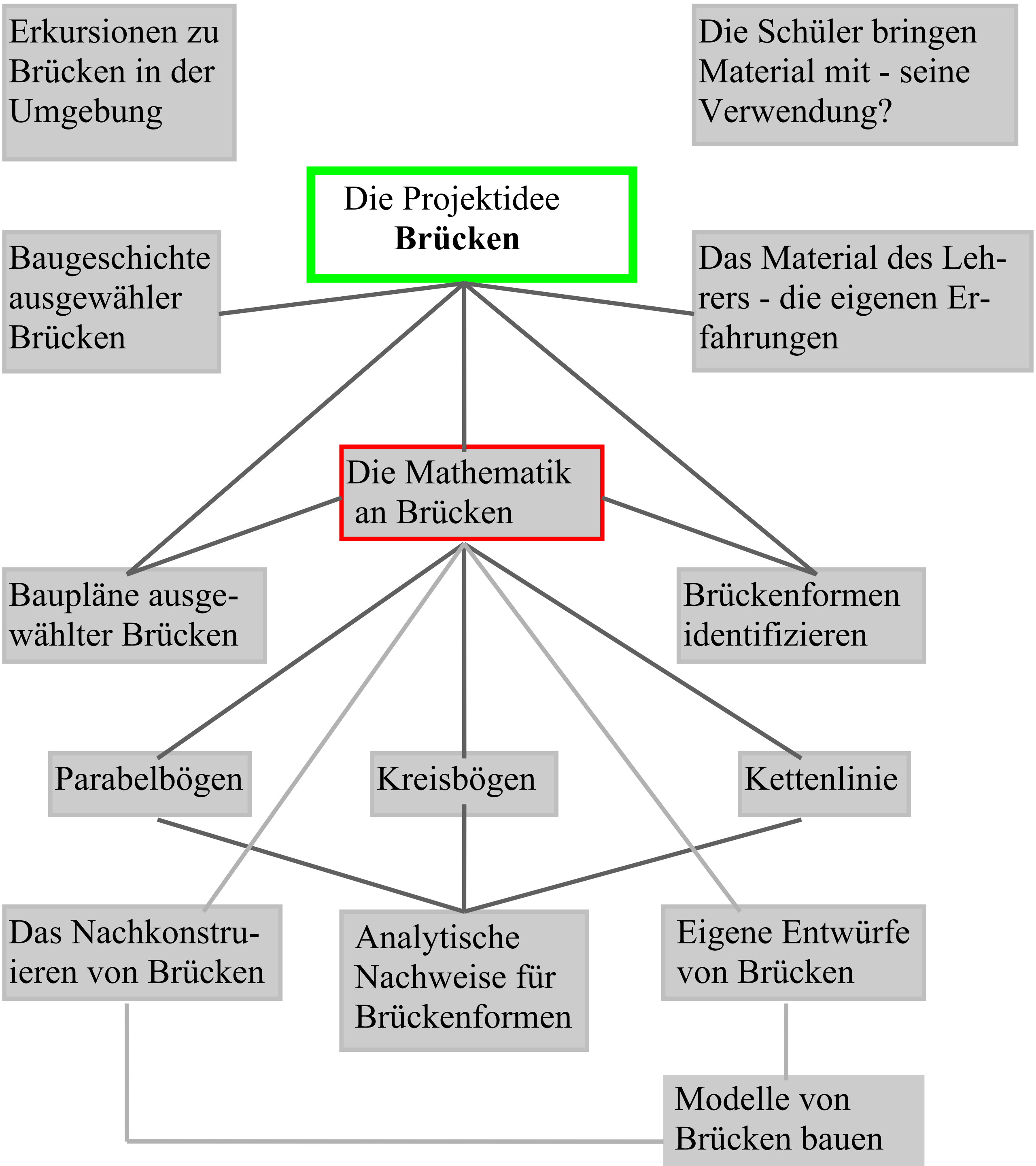


Abb.3:Das komplexe Projekt BRÜCKEN

Eine wesentliche Tätigkeit des Projektleiters wird also darin bestehen, Komplexität so zu reduzieren, dass eine Bearbeitung des Problems durch das Team erfolgversprechend ist. Geht es beispielsweise in der Informatik um die Konstruktion eines Softwareprodukts, so ist das Scheitern des Projekts leicht feststellbar: Das Produkt wird nicht fertig oder weist erhebliche Schwächen auf. Für die Mathematik kann Entsprechendes gesagt werden. Ein weiteres Kennzeichen liegt in dem Nichtzustandekommen der letzten Phasen „Integration der Arbeitsergebnisse“ und „Der mathematische Ertrag“ (siehe Figur 1), in denen geordnet und eingeordnet wird - Tätigkeiten, die besonders wichtig sind und daher nicht fehlen sollten.

Zunächst sollen einige Fehler genannt werden, die einen Mißerfolg provozieren können.

- Das Projektthema ist für die Teilnehmer irrelevant, es interessiert sie nicht.
- Der Umfang der notwendigen Vorkenntnisse wird unterschätzt.
- Die Einarbeitung in das Projektthema dauert zu lange.
- Man nimmt sich zu viel vor.
- Die Problembearbeitung geht am Ziel vorbei.
- Das Projektmanagement wird nicht ernst genommen.
- Die spezifischen Probleme bei Teamarbeit werden unterschätzt.
- Es fehlen Zwischenberichts- und Koordinierungsphasen.
- Dokumentationsarbeiten werden vernachlässigt.
- Der Einsatz neuer Medien, z.B. von Werkzeugen wird vernachlässigt

Um den Erfolg eines Projektes zu sichern, ist zu allererst der Projektumfang einzuschränken. Schüler wollen stets zuviel - und manche Lehrer auch!

Wir geben nun noch einige Hinweise, wie man den Projektumfang ggf. reduzieren kann. Die Zeitdauer eines Projektes kann durch verschiedene Parameter gesteuert werden. Einige (vom Lehrer) einstellbare Parameter, die die Projektdauer beeinflussen, werden im Folgenden genannt.

- Vorgabe des Projektthemas und enge Projektführung durch den Lehrer
- Auswahl eines Themas, das nur wenige Kenntnisse aus dem gewählten Anwendungsbereich erfordert
- Beschränkung (zunächst) auf eine Minimalversion
- Durchgehender Einsatz von Hilfsprogrammen (Computeralgebrasystme, Funktionenplotter, Textverarbeitung usw.) und von wiederverwendbaren oder neu definierten Computeralgebrasystem-Bausteinen
- Stärkere Hilfe des Lehrers in verschiedenen Projektphasen
- Beschränkung der Dokumentation auf das für unbedingt erforderlich gehaltene Maß
- Gezielte Hausaufgaben, die dem Projektfortschritt dienen (u.a. Ausnutzung der Rechnerausstattungen der Schüler)
- Vermeidung von Leerlaufphasen bei einzelnen Schülern oder in Schülergruppen

2.9 Hinweise für die Initiierung von Mathematik-Projekten Wie findet man geeignete Themen?

Man wähle Probleme angemessener Komplexität. Nur mit solchen komplexen Problemstellungen können möglichst viele Ziele von Projektarbeit erreicht werden. Man achte aber darauf, dass sich die Komplexität passend auf das Team reduzieren läßt, um den Projekterfolg sichern zu können. Gerade dem Anfänger wird empfohlen, sich zunächst an Projekten geringen Umfangs zu versuchen.

Komplexe Probleme sollen in Teilprobleme zerlegbar sein, die dann auch mögliche Arbeitsbereiche für die einzelnen Schülergruppen werden können.

Komplexe Probleme sind in sich hochgradig vernetzt. In der Mathematik zeigt sich das u.a. in gebietsübergreifenden (bezogen auf die Mathematik) und in fächerübergreifenden Inhalten. Im Projekt, spätestens am Ende, geht es auch darum, diese Vernetzung und die Zusammenhänge bewußt zu machen. Das kann zum Beispiel durch Überblicksdarstellungen in Diagrammform geschehen.

Man beachte, dass man mit einem einzigen Projektthema nicht immer alle oben genannten Ziele erreichen kann.

2.10 Beispiele für Projektthemen

An geeigneten Projektthemen ist kein Mangel. Sie liegen sozusagen „auf der (mathematischen) Straße“ - auf dem Weg durch die Umwelt, aber auch durch Lehrpläne, Schulbücher oder Fachzeitschriften. Was wird benötigt?

- Phantasie des Lehrers, mögliche Projektthemen zu erahnen und dann auf ihre Verwendbarkeit in verschiedenen Lerngruppen zu überprüfen. Dazu gehört dann auch Überblick über die benötigte Mathematik und ihre Relevanz im Schulunterricht
- die Fähigkeit, unterschiedliche Inhalte des Lehrplans miteinander zu verknüpfen oder umgekehrt
- den mathematischen Gehalt eines Projekts im Rahmen des gesamten Lehrplans zu erkennen,
- die Fähigkeit, Problemstellungen geeignet zu formulieren.

Bekanntlich können Probleme so gestellt werden, dass sie fast beliebig leicht bearbeitet werden können oder aber sehr anspruchsvolle Arbeiten erfordern. Man denke sich nur eine Aufgabenstellung mit vielen Hinweisen und vorliegenden Zwischenergebnissen und eine andere Formulierung, die sehr offen gehalten ist und auf jeden Hinweises verzichtet.

Wir bringen nun drei Beispiele, wobei Beispiel 3 mehr als Gegenbeispiel dient und wenig für eine Durchführung als Projekt geeignet ist.

Projektbeispiel 1: Alles über Kreise

Ein überschaubares Kreis-Projekt

Ein kleines und dennoch sehr inhaltsreiches Projekt läßt sich bereits mit dem Auftrag

„Zeichne mit dem dir bekannten Funktionenplotter (bzw. deinem Grafikrechner) möglichst viele Kreise auf den Bildschirm! Jeder Kreis soll in einem Einheitsquadrat liegen.“

Hier können von den Schülergruppen verschiedene Lösungen gefunden werden. Dabei müssen in geschickter Weise Überlegungen zu Verschiebungen, Achsenspiegelungen oder Drehungen miteinander kombiniert werden. Parameter können die Anzahl der Kreise und andere Einstellungen steuern.

Abb.4: Einige Ansatzmöglichkeiten für ein komplexeres Kreisprojekt

Ein komplexeres Kreis-Projekt

Das Projekt „Alles über Kreise“ ist von einer anderen Größenordnung!

Wir befinden uns in Klasse 11 vor dem Thema „Kreis“ (Analytische Geometrie, Koordinatengeometrie) und starten das Projekt „Alles über Kreise“.

1) Ein Brainstorming zeigt eine große Fülle von Schülerideen, die für das eigentliche Projekt zur Verfügung stehen und die vom Lehrer ggf. noch ergänzt werden können.

Satz des Thales, Kreistangenten, Sekanten, Sehnen, die Zahl π, Flächeninhalt, Kreisumfang, Kreisgleichungen, Kreisfiguren an Kirchen, Kreise in Computeranimationen, Cosinus - Sinus am Einheitskreis, Kreismuster.

Es handelt sich also um eine Sammlung (die nun noch zu ordnen wäre), in der die Schüler ihre Vorkenntnisse aus anderen Klassenstufen oder Beobachtungen abseits der Mathematik einbringen können.

2) Bei der Festlegung des Projektes überlegt der Lehrer u.a.
- was von den Teilthemen bewältigt werden kann,
- wie er gerade auch Bereiche außerhalb der Mathematik berücksichtigen kann,
- inwieweit er den zu erfüllenden Lehrplan beachten kann

3) Lehrer und Lerngruppe entscheiden sich z.B. für die Themen
- Gleichungen für Kreise in unterschiedlichen Lagen
- Kreisfiguren an Kirchen
- Kreise und Geraden
- Kreise in Computeranimationen

4) Die Einteilung in Gruppen berücksichtigt Wünsche der Schüler, aber auch die des Lehrers. Jede Gruppe besteht aus vier Schülern, das Thema „Kreisfiguren an Kirchen" wird von zwei Gruppen behandelt.

Als Hilfsmittel haben die Schüler zur Verfügung: Schulbücher, Formelsammlung, CAD-Programm, Funktionenplotter, Computeralgebrasystem, selbstgefundene Materialien.

Literaturhinweis: [3]

Projektbeispiel 2: Der CAS-Baustein trap(a,b,h)

Dieses Projekt wird in einem eigenen Heftbeitrag beschrieben. Hier nur soviel: Computeralgebrasysteme bieten neue Möglichkeiten für den Mathematikunterricht und gerade auch für Projektarbeit. Bei der Bearbeitung mathematischer Probleme mit Hilfe des Computers werden zunehmend (wie in der Informatik schon länger) Bausteine verwendet. Hierfür haben in letzter Zeit die Computeralgebrasysteme (CAS) einen für den Unterricht entscheidenden Beitrag geleistet. Es soll gezeigt werden, wie sich ein Projekt entwickeln kann, wenn man den Baustein $Trap(a,b,h) := \frac{a+b}{2}h$ zur Verfügung hat.

Projektbeispiel 3: Mittelsekanten

Die Aufgabenstellung stammt aus [1].

„Gegeben sei eine ganz-rationale Funktion dritten Grades f sowie eine Gerade g, die den Graphen von f in drei Punkten mit den Abszissen x1, x2, x3 schneidet.
(a) Die Wendestelle xw lässt sich in einfacher Weise aus x1, x2 und x3 berechnen. Wie lautet die Formel?
(b) Wenn die Abszissen x1 und x2 sich einer Stelle x0 nähern, wird die Gerade g zur Tangente durch (x3,0). Wie lautet die Beziehung zwischen x0, x3, und xw jetzt?
(c) Ist die Gerade g die x-Achse, so sind x1, x2 und x3 die Nullstellen von f, und der Berührpunkt der Tangente durch (x3,0) hat besonders bemerkenswerte Koordinaten.

Untersuchen sie zunächst ein konkretes Beispiel, etwa f(x) = x^3 + 3x^2 -144x + 850, die Gerade g verbinde die Punkte (-15,?), 15,?) auf dem Graphen von f. Stellen Sie dann für die Teile (a), (b) und (c) allgemeine Behauptungen auf und versuchen Sie, diese zu beweisen.

Hier handelt es sich um ein wenig gelungenes Beispiel für die Initiierung einer Projektarbeit! Warum?

- Der Formulierung fehlt es aufgrund der vielen konkreten Anweisungen an Offenheit.

- Eine echte Teamarbeit, in der mehrere Gruppen miteinander kommunizieren oder ihre Ergebnisse zu einem Ganzen zusammenfügen, läßt sich mit der vorliegenden Aufgabe kaum erreichen.

Baumann schreibt sehr richtig: *„Kennzeichnend für sie (Projektaufgaben) ist ihre Offenheit, Verknüpfbarkeit mit anderen Aufgaben sowie ihre Eigendynamik, die weitere Fragestellungen erzeugt. Projektaufgaben suchen die Idee zu realisieren, daß die Schüler nicht nur als Konsumenten vorgegebenen Wissens .. angesehen werden... Projektaufgaben heben sich also durch eine gewisse Reichhaltigkeit, Qualität und Flexibilität gegenüber „normalen" Aufgaben ab."* (Baumann, [1], S.38).

- Unter den genannten und anderen Aspekten sind gerade Aufgaben, die Kurvendiskussionen oder Teile davon abfragen, wenig geeignet für Projektaufgaben. Denn die klassischen Fragen rund um die (klassische) Kurvendiskussion lassen sich leicht mit einem CAS und meistens schematisch erledigen, es sei denn man formuliert anders.

- Eine wesentliche Verbesserung für einen Projektansatz würde sich bereits ergeben, wenn man nur formuliert:
  „Gegeben sei eine ganz-rationale Funktion dritten Grades f sowie eine Gerade g, die den Graphen von f in drei Punkten mit den Abszissen x1, x2, x3 schneidet. "
  Nun hätten die Schüler die Möglichkeit, mit eigenen Fragen in die Problematik einzusteigen und eine Teamarbeit zu organisieren.

Die folgende Aufgabenstellung dagegen bietet wegen der Offenheit ihrer Formulierung und der Zusammenfügbarkeit alternativer Schülerlösungen eine gute Möglichkeit für die Initiierung eines kleineren Projektes, bei dem die Vielfalt der Lösungsmöglichkeiten, das Wechselspiel zwischen analytischen und graphischen Überlegungen sowie deren Dokumentation attraktiv sind.

Projektbeispiel 4: Asymptoten – Graphen einfügen

Die folgende Abbildung zeigt die beiden Geraden a1: $x = -1$ und a2: $y = 0.5x+2$ In diese Abbildung sind mit Hilfe des Funktonenplotters Funktionsgraphen einzufügen, die die Geraden a1 und a2 als Asymptoten haben.

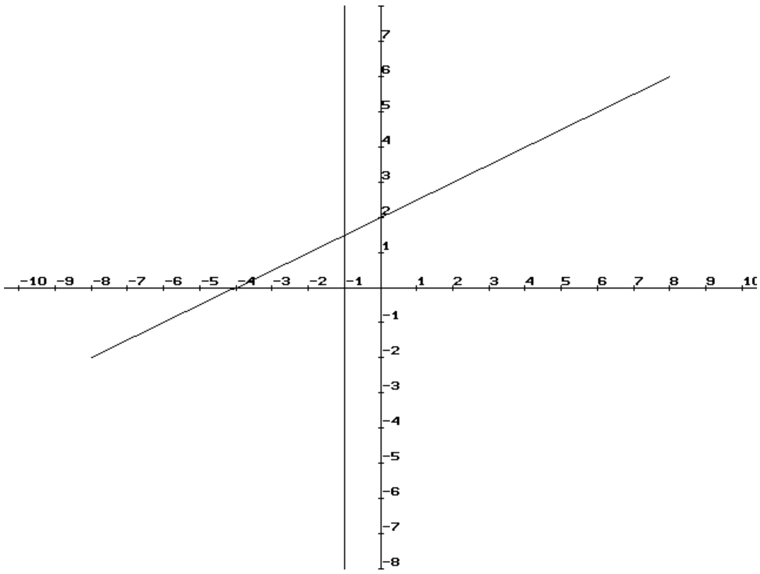


Abb. 5a: Die Ausgangssituation

Diese Problemformulierung ist schon recht offen und eignet sich erfahrungsgemäß für ein kleines Projekt, wie gleich gezeigt wird. Von größerer Weite wäre das Projektthema: „Graphen mit Asymptoten“.

Zunächst ist es keine besondere Schwierigkeit, einige Graphen von Hand in die Abbildung hineinzuzeichnen. Aber wie lassen sich diese Vorerfahrungen auf den Computerbildschirm beziehen?

Selbstverständlich ist die Vorgehensweise der Schüler zu der obigen Aufgabenstellung abhängig von den Unterrichtsvoraussetzungen. Wir gehen hier davon aus, dass dieses kleine Projekt der Einstieg in das Thema „gebrochen-rationale Funktionen“ sein soll. Die unterschiedlichen Vorgehensweisen der Schüler können zu einem Projekt gebündelt werden, in dem das Problem von verschiedenen Seiten aus beleuchtet wird.

Eine Schülergruppe ging folgendermaßen vor:

1) Erst einmal werden mit f1: 0.5x+2 und f2: -1,x die beiden Asymptoten gezeichnet. Aus dem früheren Unterricht ist der Graph der Hyperbel f(x) = 1/x bekannt, der müsste damit zu tun haben. Lassen wir die
   Hyperbel erst einmal zeichnen!

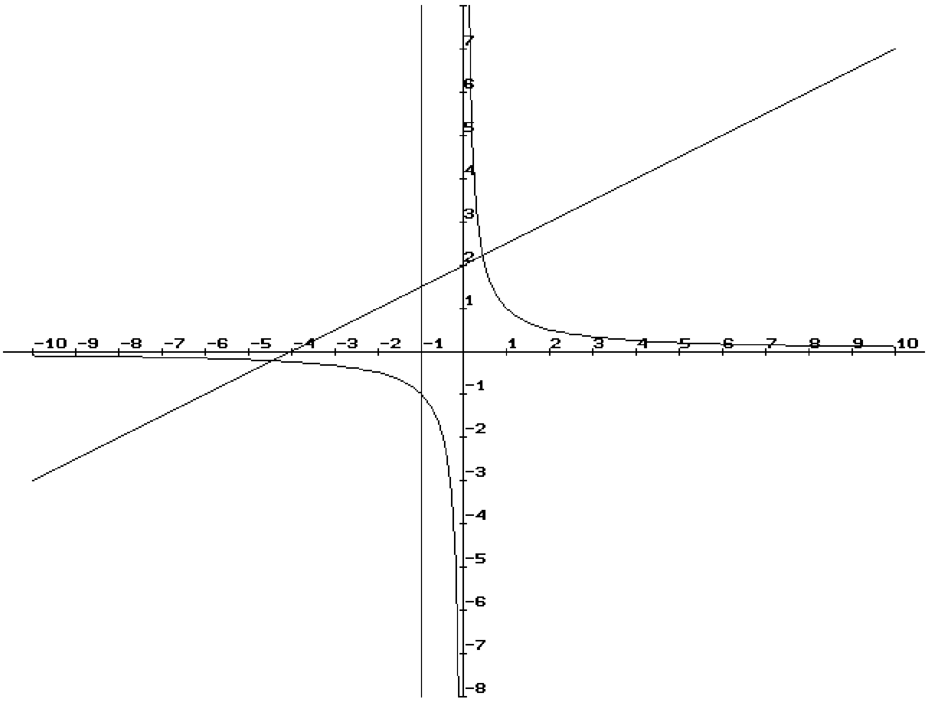


Abb. 5b: Das sieht doch schon erfolgversprechend aus! Probieren wir jetzt die Verschiebung nach links! Wie wäre es mit dem Term 1/x + 1?

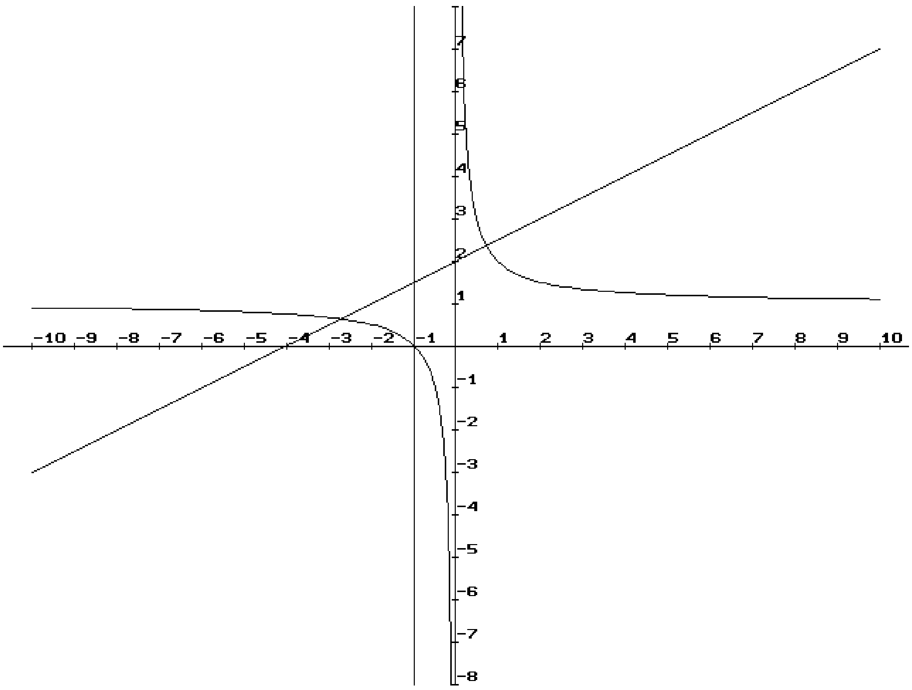


Abb. 5c: Leider nicht das Gewünschte! Da ist wohl ein Denkfehler unterlaufen! Aber mit f3 = 1/(x+1) wird es doch wohl klappen.

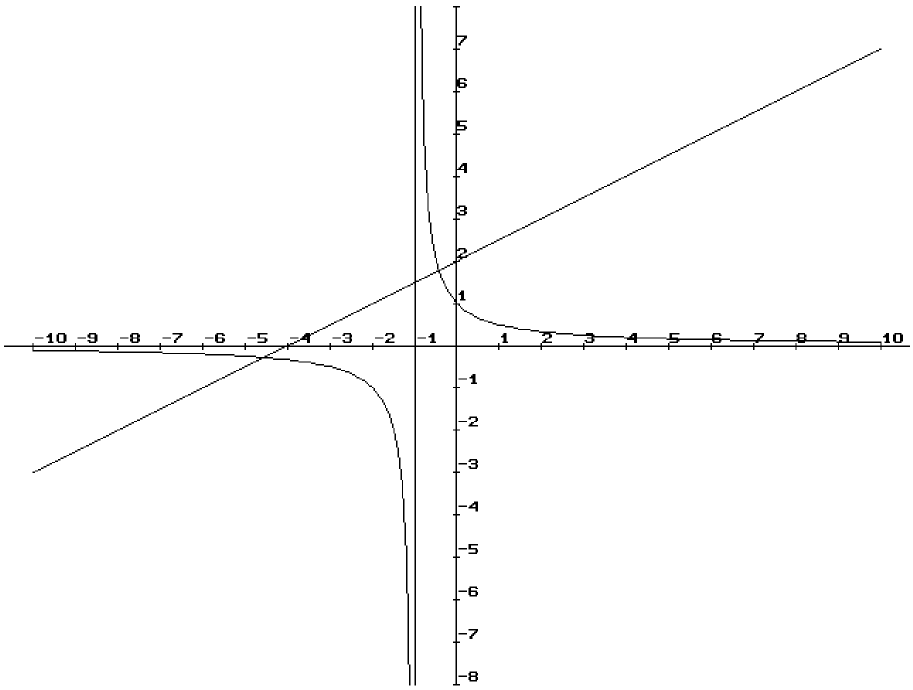


Abb. 5d: Na bitte! Jetzt muss der Graph noch angehoben werden.- einfach die Asymptotenwerte addieren:

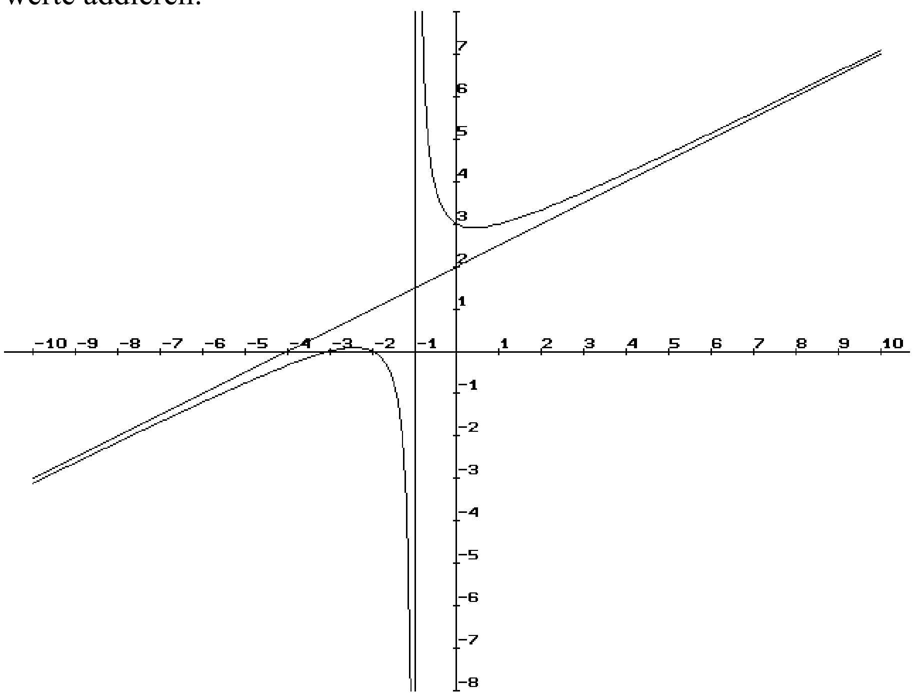


Abb. 5e: f4: f3+f1, also 1/(x+1) + (0.5x+2). Das wäre geschafft. Aber da könnte es doch noch weitere Graphen geben! Probieren wir es doch mal mit dem Term 2/(x+1) + (0.5x+2).

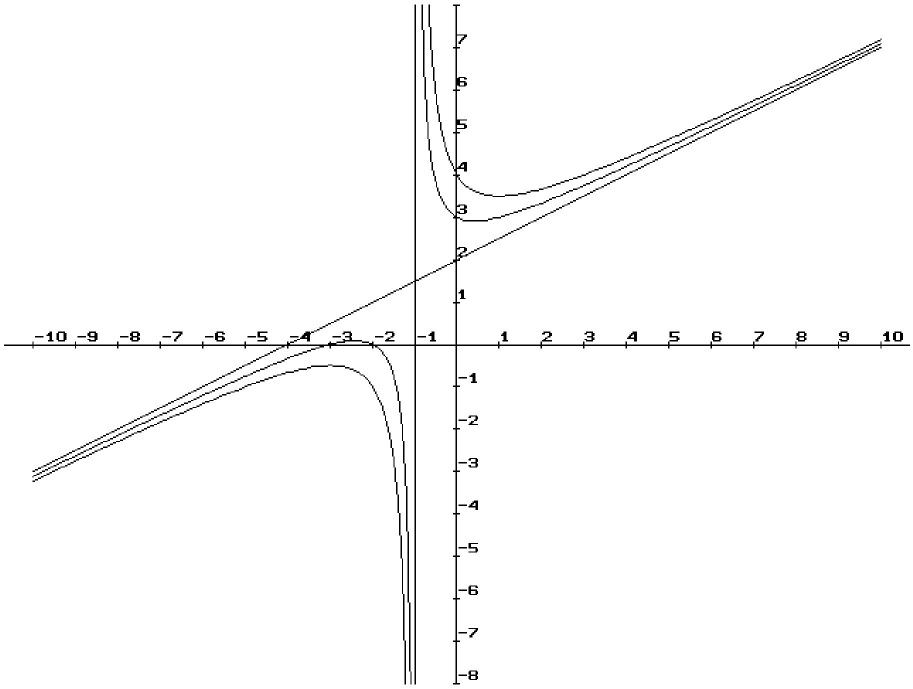


Abb. 5f: Auch das funktioniert! Und nun bitte mit einem Parameter!

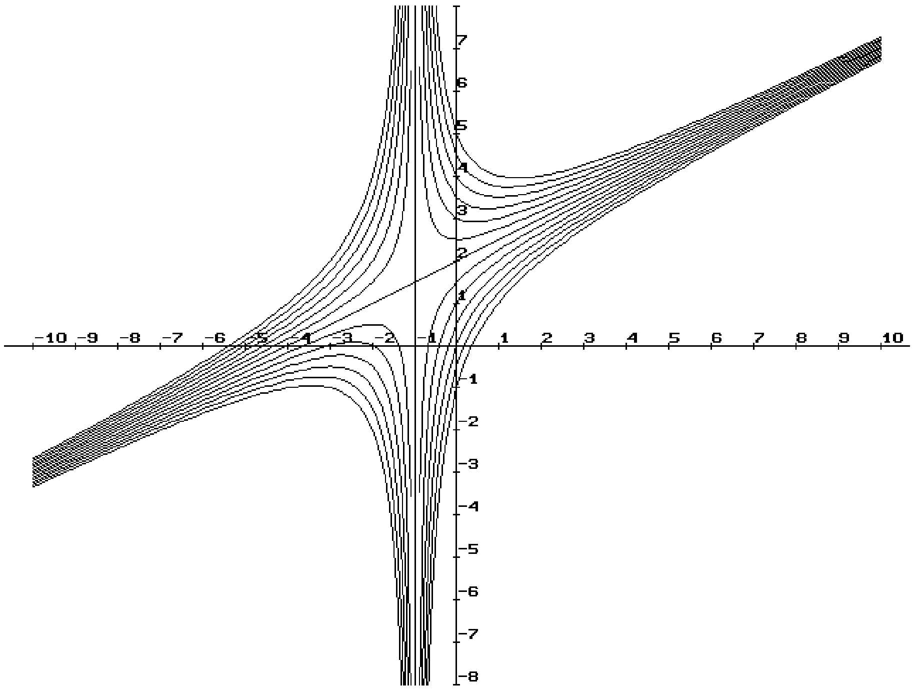


Abb. 5g: Voila! Aber das hat einige Zeit gekostet. Und nun gilt es, den Lösungsweg aufzuschreiben.

Andere Schülergruppen finden andere Lösungswege, und die Kommunikation zwischen den Gruppen ist gesichert, z.B. schon durch Blicke auf den Bildschirm der Nachbargruppe . So könnte man ja auch davon ausgehen, dass wir eine Polstelle im Nenner bei x=-1 brauchen, also y = a/(x+1) und für große x muss y gegen Unendlich gehen und zwar gegen die Asymptote y = 0.5x+2, Da y = a / (x+1) für x große x immer kleiner wird, leistet offenbar der Asymptotenterm 0.5x+2 den gewünschten Beitrag. Probieren wir es also mit y = a / (x+1) + 0.5x+2, etwa mit a = 2. Und siehe da - es klappt.

Ohnehin ziehen gerade gute Schüler oft eine Überlegung dem Experimentieren vor.

2.10 Checklisten für die Tätigkeiten in den Phasen eines Mathematikprojektes

Die im folgenden formulierten Fragen sind nicht gleichermaßen für jedes Projekt wichtig. Sie sind abhängig vom Projektthema. - Die Checklisten enthalten wichtige Informationen für das organisatorische und methodische Vorgehen des Lehrers. Allerdings wird empfohlen, sorgfältig zu prüfen, welche der Checklistenpunkte beachtet werden können, da sich bei Berücksichtigung aller Punkte leicht Zeitprobleme bei der Projektdurchführung einstellen können.

Es wird davon ausgegangen, dass es sich um ein neues Projekt handelt. Es ist nämlich auch denkbar, dass ein vorhandenes Projekt-Produkt besprochen werden oder ein angefangenes Projekt fortgeführt werden soll.

Hinweis: Ausführliche Checklisten für die Erstellung von Softwareprodukten im Informatikunterricht findet man in [Lehmann, 6].

Phase 0: Projektvorbereitung

O Wieviele Schüler sind in dem Kurs (wichtig u.a. für die Gruppeneinteilung)?
O Wie ist die Leistungsstärke der Schüler?
O Sind die fachlichen Kenntnisse für das Projekt vorhanden oder sind noch grundsätzliche Vorbereitungen nötig?
O Lässt sich passendes Material bereitstellen?
O Welche Mathematik-Software steht zur Verfügung?
O Wieviel Zeit kann für das Projekt bereitgestellt werden?

Phase 1: Die Problemstellung

O Ist die Problemstellung offen genug?
O Ist eine Zerlegung in Teilprobleme möglich? Welche Abhängigkeiten herrschen zwischen den Teilproblemen?
O Wurde bei der Auswahl der Teilprobleme an die zeitliche Machbarbeit gedacht?
O Wurden den Schülern die Zeitvorstellungen mitgeteilt? Sind dabei informelle Gespräche zwischen den Gruppen bedacht?

Phase 2: Organisation zum Ablauf der Gruppenarbeit

O Ist die Gruppeneinteilung passend?
O Sind die Arbeitsaufträge an die einzelnen Gruppen eindeutig beschrieben?
O Ist an Informationen über die gewünschte Dokumentation der Arbeitsabläufe und Ergebnisse gedacht worden?
O Stehen die Hilfsmittel rechtzeitig zur Verfügung, um Leerläufe zu vermeiden?
O Werden rechtzeitige Zwischenzusammenfassungen mit ggf. neuen Direktiven an Schüler eingeplant?
O Erfolgen Hinweise auf die für alle relevanten Teilergebnisse (z.B. für Klausur)
O Achten die Bearbeiter auf übersichtliche Gestaltung ihrer Dokumentation?
O Wird der Zeitplan eingehalten?

Phase 3: Integration der Arbeitsergebnisse

- O *Werden die wichtigen mathematischen Ergebnisse hervorgehoben und angemessen ergänzt?*
- O *Wird eine sinnvolle Reihenfolge der Teildokumentationen gewählt? Werden ggf. Verweise eingearbeitet? Ist das Gesamtprodukt übersichtlich gegliedert und verbreitungswürdig?*
- O *Erfolgen Hinweise auf die für alle relevanten Teilergebnisse (z.B. für Klausur)*
- O *Erfolgt eine Gesamtreflexion des Projekts?*
- O *Wurden den Schülern Praxisbezug und Lehrplanbezug verdeutlicht?*

Phase 4: Der mathematische Ertrag

- O *Werden die mathematischen Ergebnisse in ihre Zusammenhänge eingeordnet?*
- O *Wird auf die Relevanz für den folgenden Unterricht verwiesen?*
- O *Werden ergänzende Übungen bedacht?*

2.11 Thesen zur Durchführung von Projekten im M-Unterricht

Wir fassen nun einige Aspekte zu Projektarbeit in Form von Thesen zusammen:

- M-Projekte sollten keine einmalige Angelegenheit sein - sie sollten mindestens einmal im Halbjahr durchgeführt werden.
- M-Projekte können in den normalen M-Unterricht integriert werden.
- Bei der Durchführung von Projekten lassen sich Projektphasen unterscheiden.
- M-Projekte sollten produktorientiert sein - mindestens sollte eine Dokumentation erstellt werden.
- M-Projekte sollten die neuen Medien angemessen nutzen : Zur Veranschaulichung, zum Rechnen, zur Dokumentation, zum experimentellem Arbeiten. *Computer mit CAS, Funktionsplotter, Textverarbeitung, Grafik, ... Internet*).
- Eine besonders wichtige Rolle bei Mathematikprojekten (und auch in dem sonstigen Mathematikunterricht) spielt die Verwendung von Hilfsprogrammen (Tools) und Bausteinen.
- M-Projekte sollten auch allgemeine Ziele von Projektarbeit verfolgen: Teamarbeit, Reflektieren der Organisation, Reflektieren der Bearbeitungsmethoden ...
- M-Projekte sollten möglichst fachübergreifend (Erreichen von mathematisch weniger interessierten Schülern), mindestens gebietsübergreifend angelegt werden
- Von besonderer Bedeutung im Projektablauf sind die gemeinsamen „Sammelphasen".
- Bei Projektende müssen die mathematischen Inhalte „gesichtet" (geordnet) werden.
- Auch Projektunterricht ermöglicht die Bewertung der Schülerleistungen.

- **Aber immer daran denken: Guter Unterricht ist durch einen Wechsel verschiedener Unterrichtsmethoden gekennzeichnet! Ständiger Projektunterricht ist genauso langweilig wie ständig fragend-entwickelnder Unterricht.**

2.12 Projektarbeit in der Ausbildung - Empfehlungen für die Seminararbeit

Besondere Aufmerksamkeit verdienen hierbei (siehe auch obige Thesen)
- die Themenwahl und die Beherrschung des Projektumfangs
- die Zerlegung des Projekts in Projektphasen
- die neue Lehrerrolle - das Projektmanagement
- die neue Schülerrolle - Methodenkompetenz, ...
- die Dokumentation der Ergebnisse
- die „Sammelphasen“
- die Leistungsbewertung, Klausuraufgaben
- die Einbettung in die Inhalte des Lehrplans
- die ordnende systematisierende Schlußphase, mathematische Bilanz

Man vergleiche hierzu den Beitrag von Schmidt/Kroll in diesem Heft.

Literatur

[1] Baumann, R.: Projekte im Mathematikunterricht - geht denn das? (LOGIN, Heft 2, 1998, S.33 f., Login-Verlag)

[2] Lehmann, E.: Problemorientierte Unterrichtseinheiten - Wahrscheinlichkeitsrechnung, Volk und Wissen - Verlag 1997
(Zuverlässigkeit von Bauteilen, Studie zum Kaufverhalten, Crap-Spiel, Sammelbilderproblem, Simulation)

[3] Lehmann, E. : Impressionen an Kreisen, in „Geometrie und Computer“, Bericht über die 15.Arbeitstagung des Arbeitskreises „Mathematikunterricht und Informatik“ in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e.V., 1997 in Wolfenbüttel, Hrsg. Horst Hischer, diverlag franzbecker

[4] Lehmann, E., Schülerinnen, Schüler: Potenzen besonderer (2,2)-Matrizen, in Der Mathematikunterricht, 1994, Heft 6 (Hefttitel: Offenere Formen im Mathematikunterricht)

[5] Lehmann, E.: Mathematik mit Bausteinen und ihren Parametern – Wieviel „White-Box“ und wann „Black-Box“?, Praxis der Mathematik, 1999, Heft 3

[6] Lehmann, E.: Projekte im Informatik-Unterricht, Software-Engineering, Dümmler-Verlag 1995

[7] Schmidt, G.: Brücken - eine Brücke zwischen Mathematik und Welt, in mathematik lehren, Heft 80, 1997