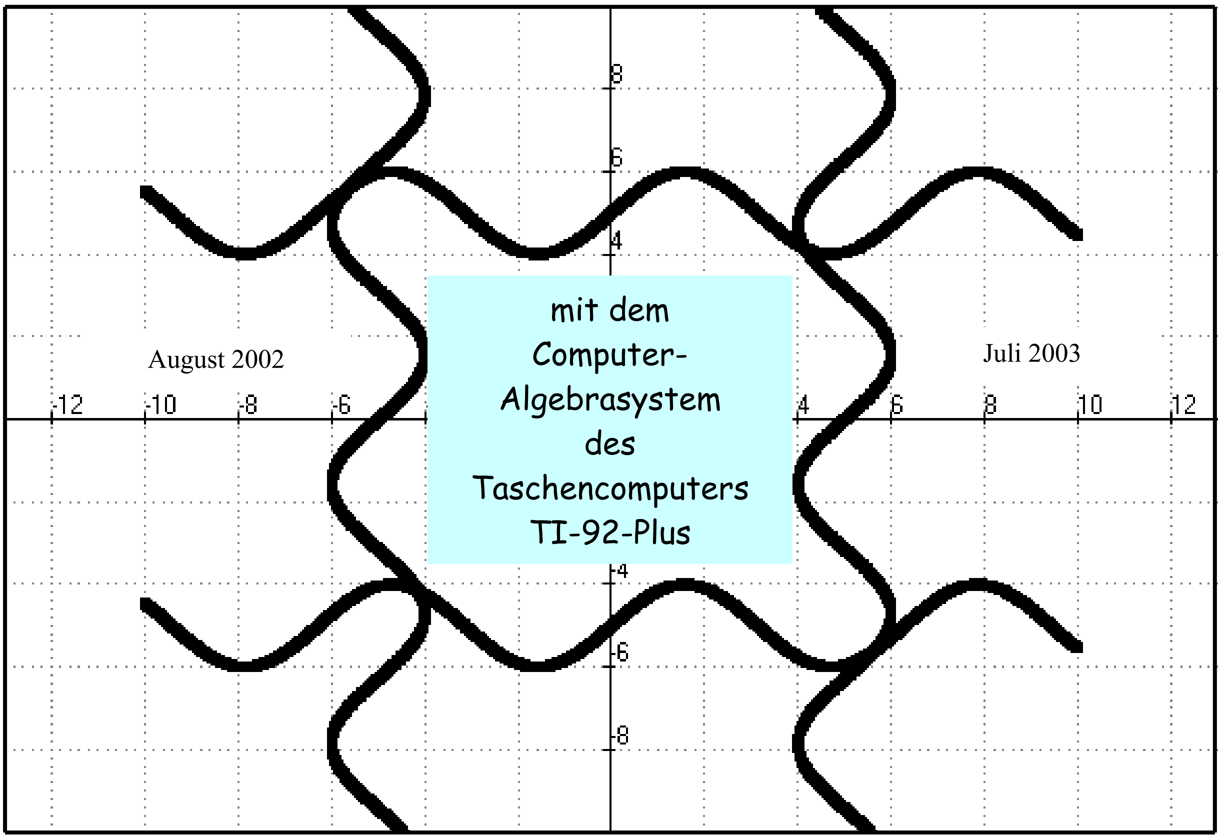
Senatsverwaltung für Bildung,
Jugend und Sport

Berliner CAS-Projekt - 2.Jahr

Sekundarstufe 1 (Klassen 9 und 10)



mit dem
Computer-
Algebrasystem
des
Taschencomputers
TI-92-Plus

I

im Rahmen des BLK-SINUS-Projekts

Eberhard Lehmann – mirza@snafu.de

Berlin – August 2003

Berliner Landesinstitut
für Schule und Medien

Leh-Soft

Texas Instruments

Inhaltsverzeichnis

Vorwort

Das vorliegende Heft berichtet über das zweite (letzte) Jahr des Berliner CAS-Projekts (August 2002 bis Juli 2003) in der Sekundarstufe 1. Für das Verständnis die Ausarbeitung über das erste Projektjahr (Heft 1, 2002) nicht notwendig, wird jedoch empfohlen. Ggf. wenden Sie sich bitte an mirza@snafu.de. Ein Inhaltsverzeichnis zu Heft 1 finden Sie auf den folgenden Seiten.

In der Arbeitsweise unterschied sich das zweite Projektjahr nicht wesentlich vom ersten. Die Fragestellungen waren die gleichen, nun allerdings bezogen auf die Klassenstufen 10 (13 Klassen) und 9 (3 Klassen). Außerdem brauchte der Grad der Betreuung wegen der gewachsenen Kompetenz der Beteiligten nicht mehr so intensiv sein; so fanden z. B. weniger Schulbesuche und Workshops statt.

Kapitel 1 gibt einen Rückblick auf das erste Projektjahr (mit Inhaltsverzeichnis von Heft 1) und schildert die neuen Ausgangsvoraussetzungen.

Kapitel 2 berichtet über einige Workshops **mit konkreten Themen zum Unterrichtseinsatz** mit CAS. **Diverse Unterrichtsmaterialien** (Arbeitsbögen, Unterrichtsreihen) geben einen Eindruck vom abgelaufenen Unterricht. Das Projektende wird durch eine Lehrerumfrage und Poster für die Abschlussveranstaltung des SINUS-Projekts im März 2003 in Berlin markiert.

Kapitel 3 gibt Ausblicke auf die derzeitigen Berliner CAS-Aktivitäten, die nicht zuletzt durch das CAS-Projekt angestoßen wurden.

Anhang A enthält einige Literaturangaben mit Werken, die für den Unterricht in den Sekundarstufen 1 und 2 mit CAS oder mit einem graphischen Taschenrechner wertvolle Hilfen geben, oft in Form direkt nachvollziehbarer Unterrichtseinheiten. Zur besseren Orientierung werden auch die Inhaltsverzeichnisse der Werke abgedruckt.
In Anhang B finden sie Informationen über T3 (T-Cube) Münster, einer Institution, die den Unterricht mit Computern bundesweit wesentllich fördert.

Der Druck des vorliegenden Heftes in einer größeren Stückzahl wurde wie schon bei Heft 1 von der Firma Texas Instruments gesponsert. Hierfür besten Dank!

Wichtiger Hinweis:
Zu den Ergebnissen des Projekts gehören zahlreiche Klassenarbeiten mit CAS-Einsatz. Diese werden mit kommentaren und ausgewählten Lösungen in einem gesonderten Heft zusammengestellt und bei einem noch zu wählenden Schulbuch-Verlag veröffentlicht. Auskünfte hierzu bei der Projektleitung.

Berlin, September 2003

Eberhard Lehmann
Projektleitung, mirza@snafu.de

Projektüberblick

CAS-Projekt-Berlin-Sekundarstufe 1

5 Schulen - 13 Klassen 9/10 - 3 Klassen 8/9 - 16 LehrerInnen
Beginn September 2001, Ende Juli 2003
alle etwa 450 Schüler haben ständig einen TI-92-Plus

Projektleitung: Dr. Eberhard Lehmann, mirza@snafu.de

Workshops, Planung

Weiterbildung:

- TI-92-Plus
- Neue Aufgabenkultur, Neue Unterrichtskultur
- Arbeitsbögen, Klausuren, Hausaufgaben
- Umsetzung im Unterricht
- Erfahrungsberichte, gemeinsame Planungen

Informationsaustausch u.a. per E-Mail

Informationen, Beratungen, Materialversand, Materialempfang

Besuche an den Projektschulen

Beratung, Hilfestellung
Unterrichtsbesuch, Besprechung
Information von Eltern und Schülern

Dokumentation

- Unterrichts-Formblatt (Überblick)
- Arbeitsbögen
- Klassenarbeiten
- Hausaufgaben
- Befragungsergebnisse

Evaluation

- Organisationsstruktur
- Projektablauf , Ergebnissicherung
- Informelle Befragungen (Lehrer, Schüler)
- Materialsammlung
- Veröffentlichungen

Projektberichte

Heft 1 ca. 128 Seiten (2002) Heft 2 ca. 80 Seiten (2003)

mit zahlreichen unterrichtspraktischen Tipps zum CAS-Einsatz, Workshopberichten, Unterrichtseinheiten und Klassenarbeiten mit CAS

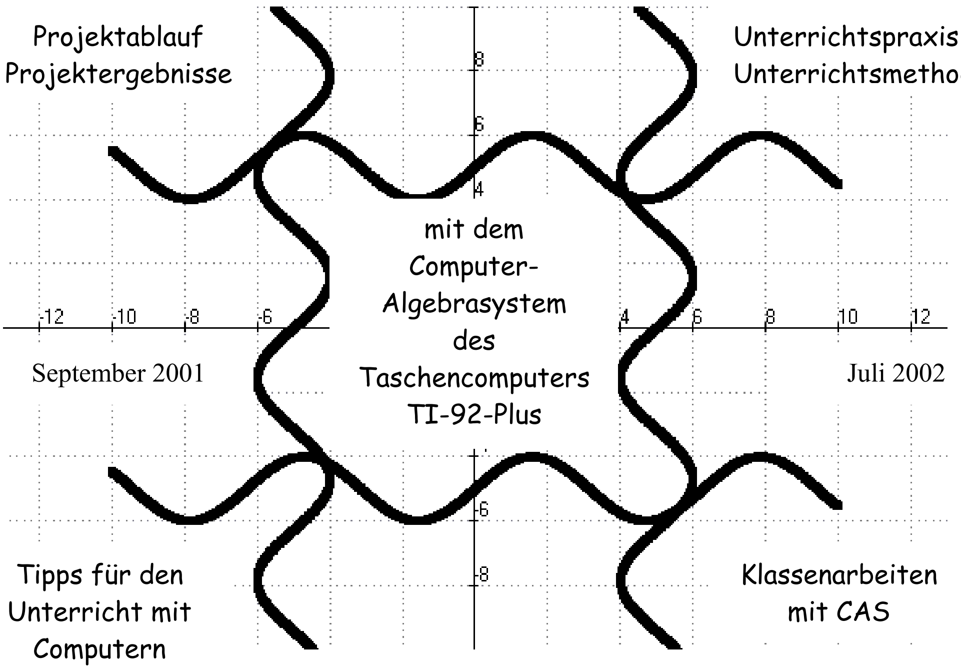
1. Die Ausgangslage für das zweite Projektjahr (2002-2003)

1.1 Rückblick auf das erste Projektjahr 2001-2002

Das „Berliner CAS-Projekt – Sekundarstufe 2” war auf einen Zeitraum von zwei Jahren angelegt und lief vom August 2001 bis zum Juli 2003. Im ersten Projektjahr betraf es alle Klassen 9 von 4 Schulen (13 Klassen) und alle Klassen 8 einer Schule (3 Klassen), im zweiten Projektjahr wurden diese Klassen dann zu Klassen 10 bzw. 9.
Zum ersten Projektjahr ist im August 2002 eine ausführliche Dokumentation erschienen, hierzu wird unten das Titelblatt gezeigt. Danach folgt zur näheren Information das Inhaltsverzeichnis dieser Veröffentlichung. *Sie kann gegen ein Entgelt von 10 Euro bestellt werden beim Projektleiter Dr. Eberhard Lehmann, mirza@snafu.de.*

Senatsverwaltung für Bildung, Jugend und Sport — Berlin — KorBIT — PROGRAMM

Berliner CAS-Projekt
Sekundarstufe 1



im Rahmen des BLK-Sinus-Projekts

Eberhard Lehmann – mirza@snafu.de
Berlin – August 2002

Berliner Landesinstitut für Schule und Medien — Berlin — Leh-Soft — Texas Instruments

1.1.1 Inhaltsverzeichnis (zur Evaluation nach dem 1.Projektjahr)

1.1.2 Einige Kernaussagen aus der Projektkonzeption

Zum besseren Verständnis der vorliegenden zweiten Projektveröffentlichung werden einige wichtige Aussagen aus Band 1 zur Projektkonzeption zusammengestellt.

•

- Schließlich ist zu bedenken, dass es grundsätzlich nicht gelingen kann, für jede Mathematikklasse oder für jeden Mathematikkurs zu jeder gewünschten Zeit einen PC-Raum zu Verfügung zu stellen. Auch ist jede Voranmeldung Tage vor dem eigentlichen Termin wenig sinnvoll. Computer für den Mathematikunterricht müssen jederzeit und an jedem Ort zur Verfügung stehen. Das ist nur mit leicht transportierbaren, netzunabhängigen Geräten, wie zur Zeit Taschencomputern, möglich.

Warum Projektdurchführung in der Sekundarstufe 1 (Klassen 9 und 8)
Fast alle Schulen haben sich für eine Projektdurchführung in der gleichen Klassenstufe (9, später 10)) entschieden. Die von der Carl-von-Ossietzki-Schule aus organisatorischen Gründen bevorzugte Klassenstufe 8 liegt inhaltlich und unterrichtsmethodisch in der Nähe der Stufe 9 und konnte daher die Sichtweisen noch ergänzen. Insgesamt konnte so der Arbeitsaufwand für alle Beteiligten recht ökonomisch gestaltet werden. Auch die Ergebnisse werden durch diese Ansätze gut vergleichbar.

Die Erprobung des Computereinsatzes in der Sekundarstufe 1 ist zweifellos von besonderem Interesse, weil eben dort die mathematischen Grundlagen für die Oberstufe gelegt werden und damit die brennende Frage nach den heute noch zu fordernden handwerklichen Rechen- und Zeichenfertigkeiten besonders relevant ist.

Zielsetzungen

Die Zielsetzungen eines Projekts müssen sich an verschiedenen Aspekten orientieren. Im vorliegenden Fall gilt es, zu beachten:

Orientierung an
- den vorhandenen organisatorischen Gegebenheiten in den Schulen und Klassen,
- den Vorkenntnissen der unterrichtenden Lehrer,
- den Vorkenntnissen der Schüler,
- den Möglichkeiten der Projektleitung,
- bereits vorliegenden Konzepten und Ergebnissen der Arbeit mit CAS.
- der gegenwärtigen didaktisch-methodischen Diskussion, dem aktuellen Mathematik-Lehrplan.

Die wichtigsten Ziele

1) Vermittlung bzw. Steigerung von Lehrenden-Kompetenzen zum sinnvollen Computereinsatz im Mathematikunterricht (insbesondere in didaktisch-methodischen Fragen). Dabei durchgehende Beachtung passender Module des SINUS-Modellversuchs.

2) Erprobung bereits vorliegender Unterrichtskonzepte zum Einsatz von CAS (Literatur).

3) Entwurf, Test und Fixierung von Unterricht mit CAS unter deutlicher Berücksichtigung der CAS-relevanten Fragestellungen.

4) Besondere Schwerpunkte der Zielsetzung (und der Ergebnisdokumentation) sind:
a) Konzeption zeitgemäßer Klasssenarbeiten, in denen auch CAS berücksichtigt werden (Entwurf, Test, Bewertung),
b) Entwurf und Erprobung zeitgemäßer Arbeitsbögen mit CAS,
c) Erstellung und Test von Hausaufgaben mit CAS.

Schwerpunkte

5) Untersuchung der Auswirkungen eines dauerhaften Einsatzes von CAS über verschiedene Zeiträume.

6) Koordinierende Maßnahmen im Fachbereich bei CAS-Einsatz, z.B: in einer Klasssenstufe.

7) Feststellen von kurz-, mittel- und langfristigen Auswirkungen auf das Mathematiklernen der Schüler/innen.

8) Feststellen von notwendigen Änderungen des Lehrplans und Empfehlungen für die Konzeption eines zeitgemäßen M-Lehrplans für ausgewählte Unterrichtsthemen.

9) Grenzen des CAS-Einsatzes ermitteln. Es kommt auf die richtige Mischung von *Unterricht mit CAS* und *Unterricht ohne CAS* an!

10) Ermitteln von Einstellungen von Schülern und Lehrern zum Taschencomputereinsatz im Mathematikunterricht.

Alle Fortbildungsmaßnahmen erfolgen insbesondere unter den folgenden Aspekten:
- offener Unterricht
- neue Aufgabenkultur, offene Aufgaben
- Arbeiten mit dem CAS (rechnen, zeichnen, experimentieren, vermuten, verifizieren, Ergebnisse dokumentieren und referieren) – aber nur dort, wo es sinnvoll ist!

Im Mittelpunkt der Auswertungen stehen

- die neu konzipierten Klassenarbeiten. In diesen spiegelt sich die Arbeit an den oben genannten Modulen in besonderem Maße wider. Sie reflektieren den Unterricht, sie zwingen neben den bewährten auch zu neuartigen Aufgabenstellungen, sie erfordern andersartige Bewertungsmethoden, sie lassen sich gut dokumentieren, sie führen zum Nachdenken über vergangenen und kommenden Unterricht,
- die benutzten Arbeitsmaterialien, wie z. B. Arbeitsbögen,
- gestellte Hausaufgaben,
- zwei Schülerumfragen und eine Lehrerumfrage.

Außerdem werden zahlreiche didaktisch-methodische Hinweise zum Unterricht mit Computern gegeben, so dass sich quasi eine kleine Methodik des Computereinsatzes zu ausgewählten Fragen ergibt.

Der inhaltliche Bezug des CAS-Projekts zum BLK- SINUS-Projekt – Module und Computereinsatz

Bei dem Berliner CAS-Projekt werden fast alle Module des SINUS-Modellversuches angesprochen, wobei die Module 1, 3, 10 und 11 in besonderem Maße berücksichtigt und dabei auch miteinander vernetzt werden.

Modul 1 Weiterentwicklung der Aufgabenkultur im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht	Modul 2 Naturwissenschaftliches (u.a. experimentelles) Arbeiten	Modul 3 Aus Fehlern lernen
Modul 4 Sicherung von Basiswissen - verständnisvolles Lernen auf unterschiedlichen Niveaus	Modul 5 Zuwachs von Kompetenz erfahrbar machen: Kumulatives Lernen	Modul 6 Fächergrenzen erfahrbar machen: Fachübergreifendes und fächerverbindendes Lernen
Modul 7 Förderung von Mädchen und Jungen	Aspekte durch CAS-Einsatz	Modul 8 Entwicklung von Aufgaben für die Kooperation von Schülern
Modul 9 Verantwortung für das eigene Lernen stärken	Modul 10 Prüfen: Erfassen und Rückmelden von Kompetenzzuwachs	Modul 11 Qualitätssicherung innerhalb der Schule und Entwicklung schulübergreifender Standards

Abb.1.1.2a: Module im BLK-Modellversuch verknüpft mit CAS-Einsatz

Durch die Einrichtung des Berliner CAS-Projekts erhalten einige Schulen die Möglichkeit, ihre Ansätze aus dem SINUS-Modellversuch auf eine breitere, auch medienorientierte Basis zu stellen. Es ist bekannt, dass Rechnereinsatz Schüler und Lehrer motiviert. Der Einsatz eines Personal- oder Taschencomputers erfordert vom Lehrer zwangsläufig einen anderen Unterricht, in dem beispielsweise offene Unterrichtsformen, die Untersuchung verschiedenartiger Aufgabenlösungen und Visualisierungen deutlich in den Vordergrund rücken. Damit werden wesentliche in den Modulen von SINUS enthaltene Aspekte gefördert. Betrachten wir etwa Modul 10: „Prüfen: Erfassen und Rückmelden von Kompetenzzuwachs." Durch die Möglichkeiten der Dokumentierung von Rechen- und Zeichenergebnissen schulischer oder häuslicher Arbeit am Rechner werden für den Lehrer Fortschritte in diesbezüglichen Schülerkompetenzen deutlich sichtbar. Auch andere Module werden überzeugend angesprochen. Mit Modul 3, „Aus Fehlern lernen", sind die Schüler bei der Rechnerarbeit ständig konfrontiert: Schülereingaben führen möglicherweise zu unerwarteten oder falschen Ergebnissen. Überprüfungen werden nötig: War die Eingabe (syntaktisch) falsch? Handelt es sich um einen logischen Fehler?
Insgesamt lässt sich die These formulieren:

> Computereinsatz im Mathematikunterricht führt bei fast allen SINUS-Modulen zu direkt sichtbaren Rückmeldungen für Schüler und Lehrer.

Teilnehmende Schulen und Klassen, Mathematik-Fachseminar

Berliner CAS-Projekt / Sekundarstufe 1 – Projektorganisation

Projektleitung, Dr.Eberhard Lehmann, mirza@snafu.de

Steuerungsgruppe

Rückert-OS	**Paul-Natorp-OS**	**Gottfried-Keller-OS**	**Martin-Buber-GS**	**Carl-v-Ossietzki-GS**
Matthias Schimmel-pfennig	Dr.Konrad Meyfarth	Cordula Kollotschek	Simone Enzenroß	Günter Dreeßen-Meyer
+	+	+	+	+

9.Klassen	9.Klassen	9.Klassen	9.Klassen	8.Klassen
Fr.Edling	Hr.Dr.Meyfarth	Fr.Kollotschek	Hr.Kreklau	Hr.Dreeßen-Meyer
Fr.Reiß	Hr.Gussmann	Fr.Diesing	Fr.Enzenroß	Hr.Delitz
Hr.Schimmel-.pfennig	Hr.Stoß	Hr.Wappler	Fr.Harnischfeger	Hr Rill
			Fr.Radzek-Schlaf	

Die fünf Schulteams

Mathematik-Fachseminar
Leitung Dr.Meyfarth
Mitgliederanzahl: Wechselnd, ca. 6-10.

1.2 Die Ausgangssituation zum zweiten Projektjahr (2002-2003)

Das folgende Workshop-Protokoll markiert den Stand des Projekts nach dem ersten Projektjahr und gibt Hinweise auf die weitere Fortsetzung.

1.2.1 Ergebnisprotokoll des Workshops am 2.7.2002

Mit dem Juli 2002 endete das CAS-Projekt für die Klasse 9.

1. Überlegungen zur Auswertung des zweiten Schülerfragebogens. Dieser wurde inzwischen von fast alle KollegInnen gemailt.

2. Organisation der Unterrichtsbesuche der bundesweiten CAS-Gruppe Esper / Heinrich am Mittwoch, d. 18.September 2002. Diesen Tag gestalten wir und es wäre gut, wenn möglichst alle irgendwie teilnehmen. Die Planung sieht so

17.9. Wir treffen uns abends mit den Teilnehmern der Veranstaltung (ca. 30)
Kennenlernen, kurzes Vorstellen der geplanten Stunden.

18.9. 3.Stunde: Unterrichtsbesuche an verschiedenen unserer Schulen,
4.Stunde: Besprechung der Stunden,
Mittagessen. Danach Fahrt zur Tagungsstätte und

- alle gemeinsam: Diskussion über erlebten CAS-Unterricht
- Berichte aus unserem CAS-Projekt - verschiedene Themen
- Abendessen + gemütliches Beisammensein

3. Bestandsaufnahmen

4. Planung für das nächste Schuljahr –
4.1 Projektfortsetzung
a) Das Projekt soll im nächsten Schuljahr in Klasse 10 (in der Carl-von-Ossietzki-Schule in Klasse 9) fortgesetzt werden, allerdings vermutlich in einer weniger intensiven Betreuungsform, Unterrichtskompetenz für CAS-Einsatz erheblich gewachsen ist.
b) Es werden jedoch weiterhin begleitende Workshops (zum Unterricht in Klasse 10) stattfinden.

> Bitte notieren: Der erste Workshop wird verabredungsgemäß bereits am 28.August 2002 (Mittwoch), 15-19 Uhr, Rückert-Oberschule, stattfinden. Thema: TI-92-Einsatz in der Unterrichtseinheit „Trigonometrie". Das sollte an allen Schulen die erste UE sein. Hierfür werden Beiträge zur Vorstellung gesucht! Falls Sie etwas haben: Bitte das Vorhaben zu mir mailen.

c) Unterrichtsbesuche bzw. Schulbesuche wird es nur auf Wunsch geben.
d) Klassenarbeiten sollen weiterhin ausgetauscht und zu mir gemailt werden.
e) Interessante Arbeitsbögen bitte selbst untereinander austauschen.
f) Das Seminar von Herrn Dr.Meyfarth wird weiterhin beteiligt.

4.2 Neue Rechner
Falls es weitere Rechner von KORBIT (Hr. Neufert) gibt, sind je nach Anzahl der Rechner (jetzt Voyage 200) folgende Aktivitäten geplant:
a) Nach dem gegenwärtigen Stand können nur die MBO und die PNO Lehrer finden, die einen neuen Durchlauf in Klasse 9 durchführen. Hierzu würden je ca. 100 Rechner bereitsgestellt.
b) Mit weiteren Rechnern ist ein neues CAS-Projekt, diesmal für die Sekundarstufe 2 geplant, Arbeitstitel „CAS-Einsatz bei Klausuren und beim Abitur". Hierbei sollen die Leistungskurse und Profilkurse ausgewählter Schulen mit dem Voyage 200 ausgerüstet werden.

Besonders bemerkenswert ist hier Punkt 2 des Protokolls. Der bundesweite CAS-Arbeitskreis unter der Leitung von Dr. Esper (NRW) und Dr. Heinrich (Sachsen) hat sich u. a. zum Ziel gesetzt, Unterrichtserfahrungen im Einsatz von CAS, kombiniert mit den Ideen des SINUS-

Projekts, über die Bundesländer hinweg auszutauschen. Näheres zu diesem Arbeitskreis kann man unter den folgenden Adressen erfahren.

"EsperNorbert@aol.com" EsperNorbert@aol.com
"Raihein@aol.com" <Raihein@aol.com>

Nach vorhergehenden Tagungen in Berlin und Bayreuth sollte nun konkreter Unterricht mit CAS gezeigt und diskutiert werden. Hierzu fanden an vier Schulen des Berliner CAS-Projekts Unterrichtsstunden mit CAS-Einsatz in drei neunten und einer achten Klasse statt.

Projektfortsetzung

Bedingt durch den erfolgreichen Verlauf im ersten Projektjahr (siehe Evaluationsheft) stellen sich etliche Aspekte anders als im ersten Jahr dar:

- Angesichts der durch die Arbeit im ersten Jahr stark erweiterten Kompetenz der FachlehrerInnen in der Unterrichtsführung und der Rechnerbenutzung konnte die Intensität der Betreuung erheblich reduziert werden: Weniger Workshops, weniger Schulbesuche, weniger E-Mail-Hinweise der Projektleitung, usw.

- Auch die SchülerInnen haben sich inzwischen an die Arbeit mit dem CAS des TI-92 gewöhnt (siehe Umfrageergebnisse in der Evaluation). Damit brauchten die FachlehrerInnen nur noch für schrittweise Kompetenzerweiterungen der Rechnerbenutzung anlässlich neuer Unterrichtsgegenstände zu sorgen.

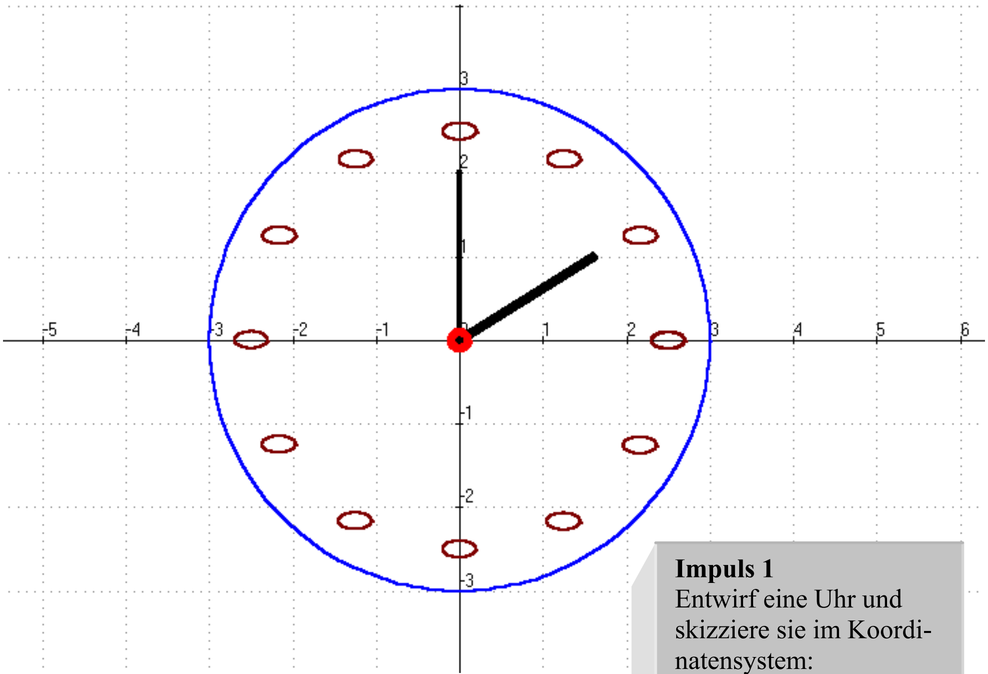
- Beide Aspekte führten damit auch zu einer Reduktion der Unterrichtsvorbereitung für die LehrerInnen, so dass sich die zusätzliche Arbeit des ersten Projektjahres auch unter diesem Aspekt rentierte.

Fast alle LehrerInnen des ersten Projektjahres konnten die Arbeit in ihren Klassen auch im zweiten Jahr fortführen. Die ProjektlehrerInnen bildeten inzwischen ein eingespieltes Team.

Der Unterricht in den Projektklassen des 2.Projektjahres war wieder an dem geltenden Berliner Mathematik-Rahmenplan ausgerichtet: Inhalte und Unterrichtsmethoden wurden nun jedoch zusätzlich im Sinne des SINUS-Projekts und des CAS-Einsatzes gesteuert.

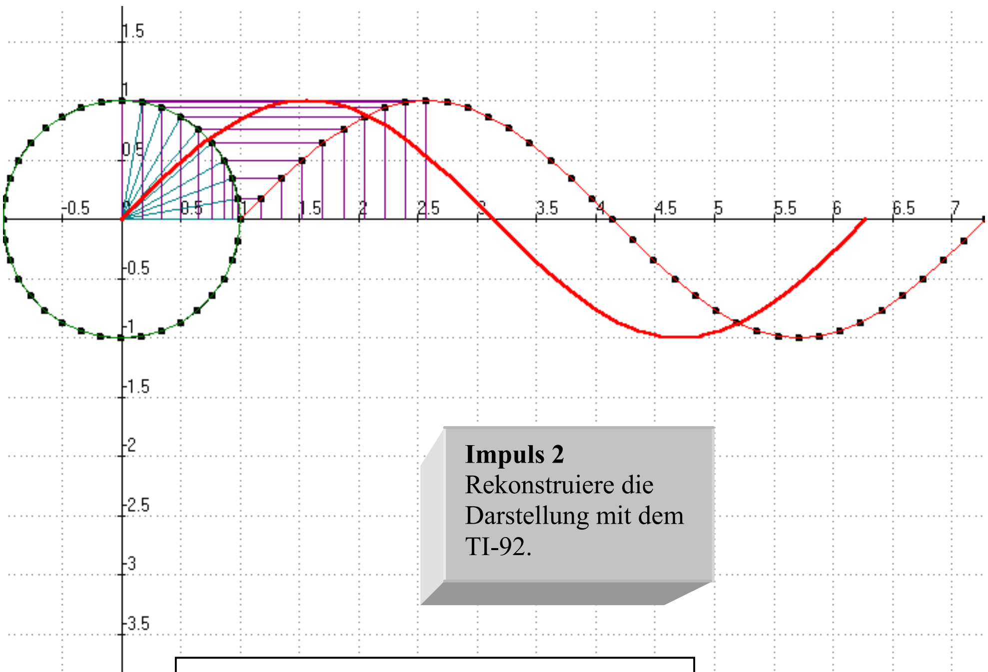
Plan Klasse 9, Lernabschnitte, Stundenanzahl (Gymnasium, Niveau II)		Plan Klasse 10, Lernabschnitte, Stundenanzahl (Gymnasium)	
Systeme linearer Gleichungen	18	Körperberechnung: Pyramide, Kegel, Kugel	20
Reelle Zahlen und Wurzeln	15	Potenzen	30
Satzgruppe des Pythagoras	12	Trigonometrie	25
Quadratische Gleichungen	15	Exponential- und Logarithmusfunktionen	15
Strahlensätze und Ähnlichkeit	18		
Flächen- und Körperberechnung; Kreis, Zylinder	12		
Für das Niveau I gelten einige Abweichungen, u.a. gibt es den Lernabschnitt SACHRECHNEN.		Für das Niveau I gelten einige Abweichungen, u.a. gibt es den Lernabschnitt SACHRECHNEN.	

2. Berichte aus dem zweiten Projektjahr



Impuls 1
Entwirf eine Uhr und skizziere sie im Koordinatensystem:

- Von Hand,
- mit dem Computer.



Impuls 2
Rekonstruiere die Darstellung mit dem TI-92.

Das Arbeiten mit Material: Lassen Sie die Grafiken von den die Schülern beschreiben! Außerdem werden die Abbildungen zur Nachahmung empfohlen.

2. Berichte aus dem zweiten Projektjahr

2.1 Workshops

2.1.1 Handwerkliche Fähigkeiten bei CAS-Einsatz am Beispiel der Potenzrechnung – wieviel von Hand, wieviel CAS – weniger rechnen, mehr verstehen

Protokoll des Workshops am 14.11.02

Als Grundlage der Bearbeitung zu dem obigen Thema wurden zwei weitgehend leere Tabellen vorgelegt. Ein für andere Themen geeignetes Muster folgt am Ende des Protokolls. Die eigentliche Bearbeitung erfolgte in vier Arbeitsgruppen, deren Überlegungen und Ergebnisse auf Folien festgehalten und im zweiten Teil des Workshops diskutiert wurden. Die folgende Zusammenstellung versucht eine Integration der Ergebnissse.

(1) Thema: Klasse 10, Potenzrechnung
Hinweis: Das überarbeitete Ergebnis wird in Kapitel 2.1.2 vorgelegt.

Während die Überlegungen zur Potenzrechnung schon recht weit fortgeschritten sind, liegen für zwei andere Gebiete erst einige Ansatze vor:

(2) Thema: Klasse 10, Umkehrfunktionen zu Potenzfunktionen - Erste Ansätze

-Tmin Das soll man auf jeden Fall ständig von Hand rechnen können bzw. skizzieren können. Warum ist das so wichtig? Wieviel davon bei der UE zu diesem Thema? Die Rolle des Computers	Auch Wurzelfunktionen in die Betrachtungen einbeziehen. Einstellung: *mode, parametric* Eine wichtige Rolle kann bei Umkehrungen die Parameterdarstellung von Funktionen übernehmen, z.B. $x1(t)=t,\ y1(t)=(t-3)^2+3$ $x2(t)=(t-3)^2+3,\ y2(t)=t$
-Tmax Höchstens bis zu Beispielen dieser Art soll man ständig von Hand rechnen können. Warum soll da die Grenze sein? Die Rolle des Computers	• Rechnerische (händische) Bestimmung der Umkehrung zu $y=(x+3)^2-3$
(-T) Das braucht man nur noch bei der eigentlichen Besprechung des Themas handrechnen können. Die Rolle des Computers	•
+T So etwas braucht man überhaupt nicht handrechnen zu können. Die Rolle des Computers	• Bei Bestimmung der Umkehrung von $f(x)=\sqrt{x^2+130x}$ Verwendung von *Solve(f(x),x)*

Eine Arbeitsgruppe beschäftigte sich mit der obigen Fragestellung, bezogen auf das Thema „Exponentialfunktionen“.

(3) Thema: Klasse 10, Exponentialfunktionen - nur erste Ansätze

-Tmin Das soll man auf jeden Fall ständig von Hand rechnen können bzw. skizzieren können. Warum ist das so wichtig? Wieviel davon bei der UE zu diesem Thema? Die Rolle des Computers	• $y = a^x \Leftrightarrow x = \log_a y$, insbesondere für a = 2, a = e und a = 10. • Interpretation (graphisch, inhaltlich) von Gleichungen der Form $y = 3 * 0.9^x$ • Begriff Halbwertszeit
-Tmax Höchstens bis zu Beispielen dieser Art soll man ständig von Hand rechnen können. Warum soll da die Grenze sein? Die Rolle des Computers	•
(-T) Das braucht man nur noch bei der eigentlichen Besprechung des Themas handrechnen können. Die Rolle des Computers	• Logarithmengesetze
+T So etwas braucht man überhaupt nicht handrechnen zu können Die Rolle des Computers	• Anwendungen Halbwertszeit • $4^{2x+1} = 3^x$

(4) Graphen von Hand am Ende von Klasse 10 skizzieren können

-Tmin Das soll man auf jeden Fall ständig von Hand rechnen können bzw. skizzieren können. Die Rolle des Computers	Aus den Grundformen die anderen Formen durch Verschiebung, Streckung, Spiegelung an x-A., y-A., Geraden y = x, y = -x ableiten können. Grundformen sind Klasse 7: $y = x, y = \frac{1}{x}$ Klasse 8: Klasse 9: $y = x^2,\ y = x^3$, Umkehrungen Klasse 10: $y = \sin(x),\ y = 2^x,\ y = \frac{1}{x^2}$, Umkehrungen
+T So etwas braucht man überhaupt nicht handrechnen zu können Die Rolle des Computers	

Protokoll-Anhang

Arbeitsbogen für LehrerInnen
zum Kopieren

Muster für Überlegungen zu den Aspekten:

Handrechnen und Computer – weniger rechnen – mehr verstehen
(Entwurf: Eberhard Lehmann)

-Tmin (das soll mindestens in den „Topf" Das soll man auf jeden Fall ständig von Hand rechnen können bzw. skizzieren können. Warum ist das so wichtig? Wieviel davon ist bei der UE zu diesem Thema nötig? Die Rolle des Computers	•
-Tmax (bis dahin kann der Topf gefüllt werden) Höchstens bis zu Beispielen dieser Art soll man ständig von Hand rechnen können. Warum soll da die Grenze sein? Die Rolle des Computers	•
(-T) (später darf man das mit dem CAS rechnen) Das braucht man nur noch bei der eigentlichen Besprechung des Themas handrechnen können. Die Rolle des Computers	•
+T So etwas braucht man überhaupt nicht handrechnen zu können Die Rolle des Computers	•

2.1.2 Einstellungsprobleme am Taschencomputer

Protokoll des Workshops am 14.11.02

1) Anhand einer Klassenarbeit zur Trigonometrie aus der Paul-Natorp-Schule und den Lösungen wurden verschiedene Fragen und Probleme des Rechnereinsatzes besprochen.
Hinweis: Auf den Arbeiten bitte kurz die Art des Rechnereinsatzes notieren.

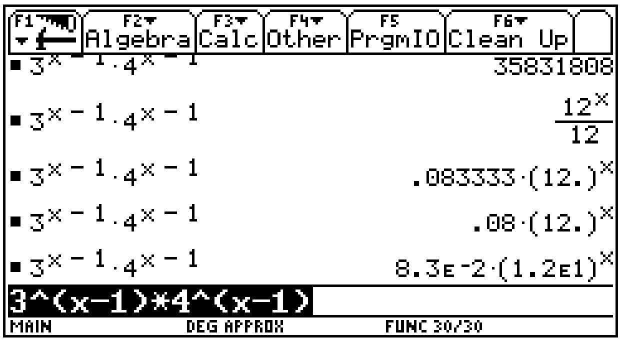
An verschiedenen Stellen der Arbeit wird die Bedeutung der gerade vorliegenden Einstellung des TI-92 deutlich!

- Bogenmaß / Gradmaß
- Gewählte Fenstereinstellung für das Zeichenfenster
- Anzahl der Nachkommastellen
- Approximate, exact

Derartige Probleme müssen bei der Formulierung von (Klassenarbeits-) Aufgaben bedacht werden (oder bewusst ignoriert werden).

Beispiel 1:
- Finde die Funktionsgleichungen für die vorliegenden „Sinusfische” (siehe Kap.2.2.1). Es handelt sich um veränderte Sinuskurven. Fenstereinstellungen: x-Achse [-0.5 , 3], y-Achse [-2, 2].
- Finde zwei Lösungen im Intervall [0°, 360°[. Stelle hierzu den Rechner auf das Gradmaß (*mode* → *degree*) ein. sin(a) = –0.7.

Beispiel 2: Aus einer Klassenarbeit
Berechne mit dem TI und erkläre das Ergebnis schriftlich mit Hilfe der Potenzgesetze oder durch geeignete Zwischenschritte! a) $3^{x-1} \cdot 4^{x-1}$. Die folgende Abbildung zeigt einige Tücken:



Hier liegt offenbar eine Voreinstellung von x vor (x = 8). Vorher einstellige Variablen löschen!

Hier war *mode = exact* eingestellt.

Hier war *mode = approximate* eingestellt, *float=6* hier war *float = 2*.

Hier war die Einstellung *scientific*.

Aus diesen Problemen folgt:

> Die Rechnereinstellungen müssen im Unterricht immer wieder bewusst problematisiert werden. Von einem Schüler, der schon länger mit dem TI-92 umgeht, muss die Kenntnis über die Bedeutung der Rechnereinstellungen erwartet werden!

2a) Herr Gussmann demonstriert das Zeichnen senkrechter Strecken im Einheitskreis bei Parameterdarstellung.
2b) Herr Lehmann weist auf ein interessantes TI-92-Projekt in Klasse 10 anlässlich des Themas „Einheitskreis / Sinuskurve” hin:
Das **Projekt KREISE:**
- Kreis in Polarkoordinaten (schon in Klasse 7 möglich!),
- Kreis in Wurzeldarstellung (in Klasse 9 bei Pythagoras),
- Kreis in Parameterdarstellung (in Klasse 10).
- Für Klasse 10 ist das Wiederholung und Zusammenschau.

3) Die letzte Stufenarbeit der Rückert-Oberschule zum Thema „Potenzrechnung” wird vorgelegt und erläutert.
4) Die mit dem letzten Protokoll versandte Tabelle zur Potenzrechnung
„Handwerkliche Fähigkeiten bei CAS-Einsatz” am Beispiel der Potenzrechnung (Klasse 10) – wieviel von Hand, wieviel CAS – weniger rechnen, mehr verstehen
wurde abschließend besprochen und leicht geändert. Endgültige Fassung anbei, siehe Anhang an das Protokoll.
5) Angesichts des bevorstehenden Abschlusses des Projekts und des Übergangs der Schüler nach Klasse 11 wird die Frage nach der Fortsetzung der Rechnerarbeit gestellt.
- Grundsätzlich muss jede Schule selbst entscheiden, ob es in Klasse 11 weiter geht oder wieder neu in Klasse 9 - oder anderswo - angefangen wird.

Anhang zum Protokoll: **Potenzrechnung mit CAS (vorläufige Endbearbeitung)**

-Tmin Das soll man auf jeden Fall ständig von Hand rechnen können bzw. skizzieren können. Warum ist das so wichtig? Wieviel davon bei der UE zu diesem Thema? Die Rolle des Computers	• Einfache Rechnungen mit 10-er und mit 2-er -Potenzen (die grundlegenden Zahlensysteme). • Einfache Rechnungen mit Quadratwurzeln, wie • $\sqrt{50} * \sqrt{2}$. • Potenzgesetze $a^n * a^m = a^{n+m}, a \in \mathbb{Q}$, $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$, $a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}$, $a^x * b^x = (a * b)^x$ • Die Prinzipien verstehen. • Wissenschaftliche Schreibweise $3 * 10^6 = 3E06$ Rechnen mit Zehnerpotenzen und mit Einheiten (z.B. Nano...) • Graphen zu Potenzfunktionen aus der Grundfunktion $y = x^2$ entwickeln können. **Rechner zum besseren Verstehen:** • Das CAS kennt die Potenzgesetze, die Prinzipien verstehen. Dabei Hilfestellung u.a. durch graphische Visualisierungen (z.B. Funktionsterme zu Gesetzen darstellen) und passende Rechnungen. • Visualisierungen mit Hilfe der Funktionsgraphen • CAS zur Kontrolle von Handrechenergebnissen oder einfachen Skizzen • CAS zum experimentellen Arbeiten, z.B. Entdecken von Potenzgesetzen und Widerlegen vermeintlicher Gesetze.
-Tmax Höchstens bis zu Beispielen dieser Art soll man ständig von Hand rechnen können. Warum soll da die Grenze sein? Die Rolle des Computers	• $\sqrt[3]{8}, \sqrt[3]{a^6}$, $a^{\frac{1}{3}} * a^{\frac{2}{3}}$ • Potenzgesetze in einfachen Fällen anwenden können, wie ...
(-T) Das braucht man nur noch bei der eigentlichen Besprechung des Themas handrechnen können. Die Rolle des Computers	• Die anderen Potenzgesetze und einfache Übungen dazu, wie z.B. $a^{\frac{1}{5}} * a^{\frac{2}{3}}$, $\sqrt[4]{a^2} * a^{\frac{1}{3}}$
+T So etwas braucht man überhaupt nicht handrechnen zu können Die Rolle des Computers	• Nenner rational machen • Partielles Wurzelziehen wie z.B. $\frac{4}{\sqrt{2}}$ • $\frac{\sqrt[3]{8x^4}}{\sqrt{16x^4}} * \sqrt[3]{9x^5}$, $(\sqrt[7]{a^2})^3 * \sqrt[4]{a^3} * a^{\frac{-2}{5}}$ oder Ähnliches (Aufgabenkaskaden dieser Art) • CAS als unerlässliches Hilfsmittel (zum Rechnen, zum Zeichnen, zum Experimentieren

---

2.1.3 Regression und Sinusfunktion – eine Unterrichtsreihe

Workshop in Hubertusstock am 22.4. und 23.4.2002

Teilnehmer: Dietrich Deelitz, Günter Dreesen-Meyer, Cordula Kollotschek, Eberhard Lehmann (Protokoll), Mathias Schimmelpfennig

Anlässlich einer Tagung im Rahmen des SINUS-Modellversuchs in Hubertusstock (Brandenburg) zum Thema „Leistungsmessung - Leistungsbewertung" (Referent: Landesschulrat Helmut Heugl aus Österreich) bildeten sich Arbeitsgruppen. Diese wählten sich ein passendes Thema, entwarfen Unterricht und stellten Überlegungen zu Bewertungsmöglichkeiten bei besonderen Unterrichtsformen an. Die obige Gruppe arbeitete zusätzlich im Rahmen des Berliner CAS-Projekts.

Die folgende Unterrichtsskizze bereitet Unterricht mit CAS in Klasse 10 vor, der dann innerhalb des Berliner CAS-Projekts, Sek.1, 2.Jahr (August 2002 bis Juli 2003) stattfinden kann. In der Zusammenfassung am Tagungsende wurde das Ergebnis des Workshops von Herrn Schimmelpfennig vorgetragen und von anderen TeilnehmerInnen ergänzt.

Hinführung zur Sinusfunktion über Regression mit Hilfe eines CAS

Die Idee, die Sinusfunktion über Regression einzuführen, stammt von Cordula Kollotschek. Die Ausarbeitung erfolgte durch die oben genannte Workshop-Gruppe. Zwei inhaltliche Ziele sind wesentlich:
a) Berücksichtigung von Wiederholungsaspekte,
b) Hinführung zur Sinusfunktion

- **Die Überlegungen werden eingebettet in das Tagungsthema „Leistungsmessung".**
- Das Thema „Regression" wird hier nicht hinterfragt (wie kommt es zu den angegebenen Gleichungen?); später kann das in Klasse 10 oder 11 aufgegriffen werden.

Phase 1
Ein Schüler erhält die Hausaufgabe, sich an Hand vorgegebenen Materials (z. B. Handbuch) über die „Darstellung von Messwerten mit dem CAS des TI-92-Plus" zu informieren und zu diesem Thema im Unterricht vorzutragen.
Bewertungsmöglichkeiten: Hausarbeit (Dokumentation), Vortrag.

Tastenfolge am TI-92
APPS, Data/Matrix-Editor, New, Data, Variablenname eingeben (z. B. satz1), c1-Spalte mit x bezeichen, c2-Spalte mit y bezeichnen, Daten eingeben in den Spalten c1 und c2 (z.B. 1,2,3,4,5 und 3,1,2,5,1), Plot, Define, Scatter, bei x c1 eintragen, bei y c2 eintragen, ◊ Graph – die Punktfolge wird gezeichnet.

Phase 2
Es erfolgt eine Festigung der Inhalte im Klassenunterricht.
Bewertungsmöglichkeiten: Die üblichen..

Mit Phase 3 beginnt eine Projektarbeit, in der vielfältige Bewertungsmethoden relevant werden!

Phase 3 (für die Phasen 3 und 4a werden zwei Stunden angesetzt)
Der Lehrer gibt drei Sätze realistischer Daten-Punktmengen vor (oder die Daten werden durch Messungen erzeugt). Die S erhalten einen Arbeitsbogen. Darin wird u.a. das Wort REGRESSION erwähnt, so dass die S im Handbuch des TI oder am TI sinnvoll arbeiten können.

Datensatz 1: Die Daten liegen um eine Gerade herum
Datensatz 2: Die Daten sind parabelförmig angeordnet
Datensatz 3: Die Daten liegen um eine Sinuskurve herum

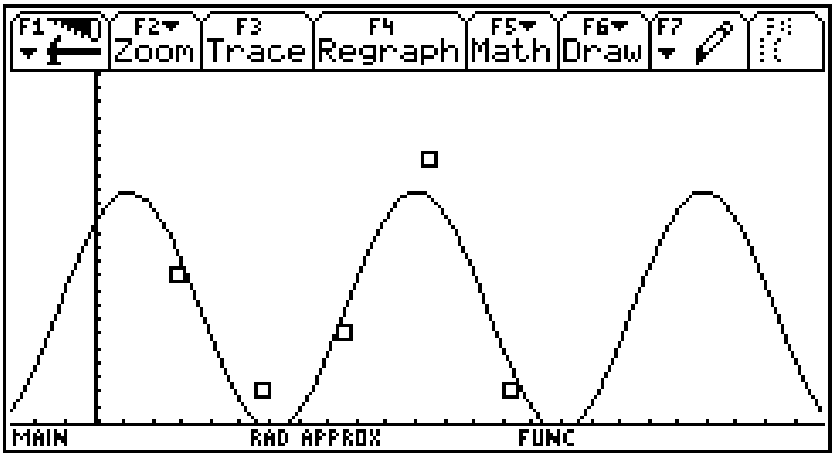
→ Hier folgt ein Arbeitsbogen (Entwurf von Frau Kollotschek)

Für jeden Datensatz wird eine Gruppe gebildet (für Datensatz 3 gute Schüler!). Alle erhalten die Aufgabe, mit dem TI-92 eine passende Gerade (Parabel, Sinuskurve) durch die Punktmenge zu legen. – Die Schüler arbeiten in ihren Gruppen. Sie bereiten sich auf einen Vortrag ihrer Ergebnisse vor, sie dokumentieren die Arbeit.
Bewertungsmöglichkeiten: Teamarbeit, Zusammenarbeit (s.u.), Dokumentation, Präsentation, Arbeit mit Material)

Tastenfolge am TI-92
*APPS, Data/Matrix-Editor, current (mit den obigen Daten, Tabelle erscheint), Calc, in der ersten Zeile calculation type auswählen: hier z.B. Quadreg, bei x c1 eingeben, bei y c2 eingeben, in der Zeile Store Reg Funktionsnummer auswählen, z.B. x2(x), nach Enter erscheinen die Parabeldaten (mit den obigen Daten sind das: y=ax^2+b*x+c, a= –.142857, b= .857143, c= 1.4, R^2=0.02551.), Zeichnen mit ◊Graph.*

Am TI-92 wird gewählt für

• *lineare Regression*	*Linreg*
• *quadrat. Regr.*	*Quadreg*
• *Sinus-Regr.*	*Sinreg*



Für SinReg: y = a*sin(b*x+c)+d, hier y = 2.07sin(1.82x+0.81)+2.4

Phase 4.a
Die Schülergruppen Datensatz 1 und Datensatz 2 tragen ihre Ergebnisse vor. Diskussion.
Hier kommen diverse Wiederholungsaspekte zu Funktionen / Graphen zum Tragen. Hier ggf. etwas verweilen, siehe auch Phase 5.

Phase 4.b
Eine passende Hausarbeit zur linearen Regression mit Handarbeit (die Gerade wird optisch günstig eingepasst / ohne Gleichung, Computer zur Kontrolle).

Phase 5
Die Datensatz 3-Sinus-Gruppe trägt vor. Sie hatte die komplizierte Sinus-Funktion.

Was nun? Die S kennen ja den Sinus nicht - und dann gleich so kompliziert! Allerdings haben die Schüler in Klasse 9 schon die Funktionen y = ax^2+bx+c oder y = a(x-b)^2+c betrachtet.

Phase 6
Auftrag: Wie sieht die Sinus-Normalfunktion aus? Wie gelangt man zu ihr?
Es könnte auf drei Weisen weitergehen:
1) Die S benutzen die Sinus-Taste am TI und zeichnen.
2) Die S reduzieren den komplexen Term auf 1*(sin1*x+0)+0 und zeichnen.
3) Die S bilden einen Baustein a*sin(b*x+c)+d → sinbau(x,a,b,c,d) und experimentieren z.B: sinbau(x,1,1,0,0) und zeichnen.

Phase 6 könnte auch wieder als kleines Projekt abgewickelt werden.

Wichtiger didaktisch-methodischer Hinweis:
In der Regel geht man in den Schulbüchern und im Unterricht aus von den Normalformen und leitet dann weitere Formen ab:
- Gerade: y = x, danach y = m*x + n
- Parabel: y = x^2, danach y = a*x^2 + b*x + c
- Sinus: y = sin(x), danach y = 3*sin(x + 1) usw.
-

Hier wird der Weg vom Allgemeinen zum Speziellen gegangen:

(1) y = a*sin(b*x + c) + d mit Zahlen für a, b, c, d.
Das erfolgt beim CAS als Definition eines Bausteins:
a*sin(b*x + c) + d →sinbau(x,a,b,c,d)
(2) Wie heißt die Normalform? – y = sin(x).
(3) Der Weg wird durch entsprechende Zeichnungen mit dem CAS unterstützt.

Anhang:
An einer Stelle wurden die Bewertungsmöglichkeiten näher vertieft – bei der Gruppenarbeit im Projekt.

Bewertung der „Zusammenarbeit" in der Gruppe

? zielorientiert	?Arbeitsfortschritt	? alle beteiligt	? innere Organisation	? Gesprächskultur
Bericht über Arbeitsstand in der Gruppe durch einen Schüler	sinnvolle Dokumentation	Selbstbeurteilung der Schüler	Beurteilung der Arbeit in der Gruppe durch Schüler	Berücksichtigung des Schwierigkeitsgrads in den einzelnen Gruppen

Weitere Aspekte zu Bewertungsfragen

- Hierbei finden sich Bewertungsmöglichkeiten für die gesamte Gruppe, aber auch für den Einzelschüler.
- Zeitumfang einer GA beachten!
- Beurteilung nach mehreren Gruppenarbeiten: Zuwachs an Kompetenz beachten.
- Die Bewertung erfolgt für den Lehrer, aber sie kann auch zur Beratung der Schüler verwendet werden.

2.1.4 Vom Einheitskreis zu Parameterdarstellungen

Die Überlegungen des folgenden Teilkapitels wurden in einem der Projekt-Workshops vorgestellt und dann von verschiedenen KollegInnen im Rahmen des Projekts erprobt und mit eigenen Ideen erweitert.

In diesem Beitrag wird ein bisher wenig beachtetes Feld für den Trigonometrie-Unterricht in Klasse 10 erschlossen. Es geht um die Parameterdarstellung von Kreisen. Auf Grund der Beziehungen x(t) = cos(t), y(t) = sin(t) für den Einheitskreis ist der Bezug zur Trigonometrie sehr einsichtig. Die Begründung dieser Gleichungen folgt sofort aus dem gängigen Unterricht, wenn man nur herausstellt, dass sich jeder Punkt auf dem Einheitskreises in der Form P(cos(t), sin(t)) darstellen lässt, siehe Abbildung 1.

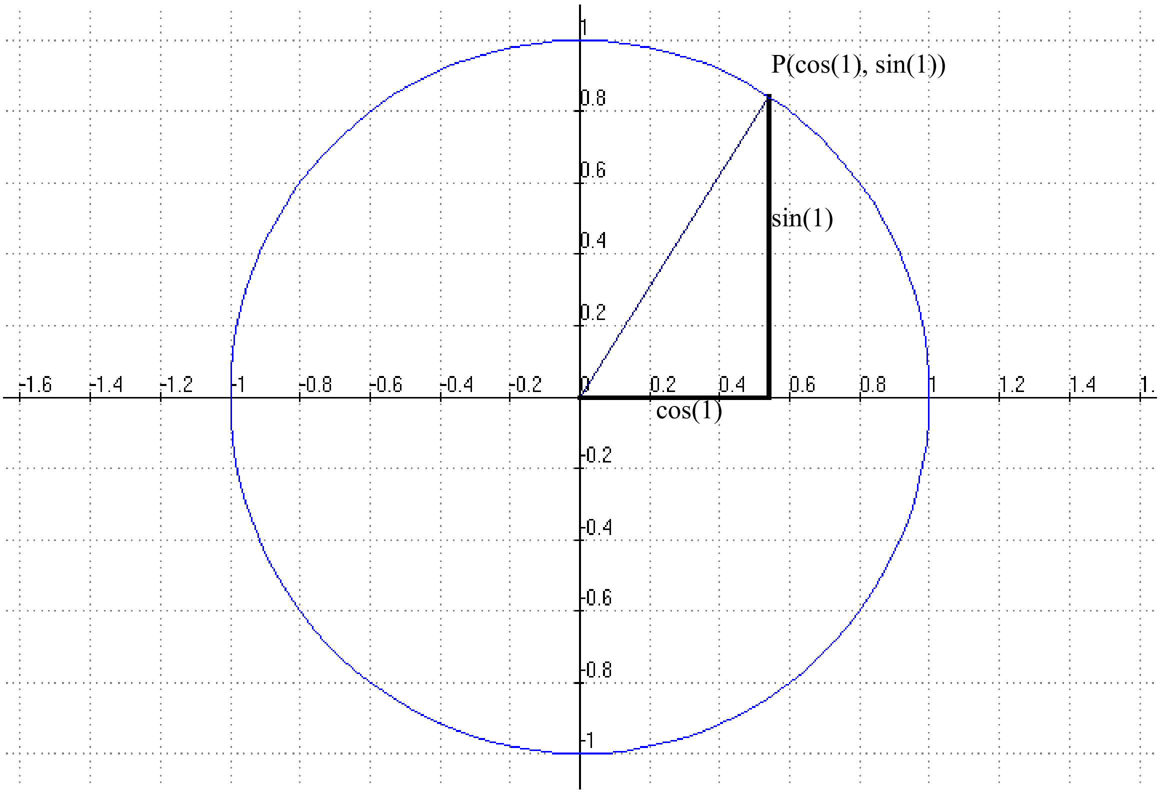


Abb. 1: Kreis in Parameterdarstellung, gezeichnet mit dem Programm ANIMATO

ANIMATO-Eingaben:

f1: cos(t), sin(t)	/ Einheitskreis für t aus [0, 6.28]
f2: 0,0,cos(1),sin(1)	/ Strecke OP
f3: cos(1),0,cos(1),sin(1)	/ Strecke von (cos(1), 0) zu ((cos(1), sin(1))
f4: 0,0,cos(1),0	/ Strecke von O zum Punkt ((cos(1), 0)

Kreise mit dem Mittelpunkt (0,0) und dem Radius r kann man bekanntlich durch x^2+y^2 = r^2 , bzw. $y = \pm\sqrt{r^\wedge 2 - x^\wedge 2}$ definieren. Diese Darstellung ist allerdings für Zeichnungen mit dem Computer nicht besonders geeignet, da die errechneten Kreispunkte recht ungleich auf dem Kreis verteilt sind. Viel besser eignet sich die Parameterdarstellung von Kreisen. Für alle Kreise um (0,0) mit dem Radius r gilt x(t) = r cos(t), y(t) = r sin(t).

Die Zeichnung mit dem Taschencomputer ergibt sich aus den folgenden Eingaben.

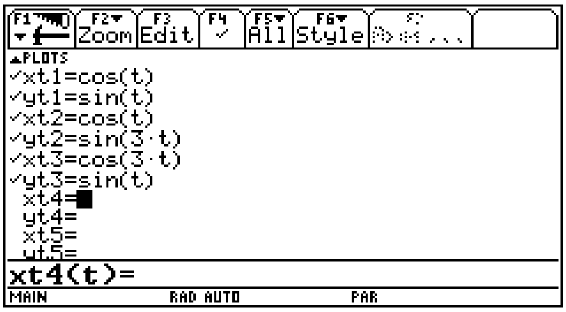


Abb. 2: TI-92-Eingaben

1) *mode, graph* → *parametric* einstellen
2) ♦, *y=* y-Fenster aufrufen
3) Eingaben durchführen
4) ♦, *Graph* zeichnen lassen

Die Darstellung des Einheitskreises lädt geradezu zum Experimentieren ein. Zwei Ansätze sieht man unter xt2, yt2 und xt3, yt3.

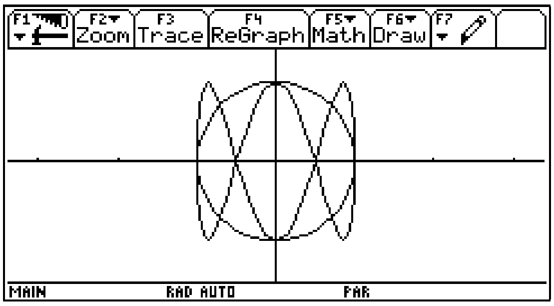


Abb.3: Einheitskreis und x(t) = cos(t), y(t) = sin(3t)

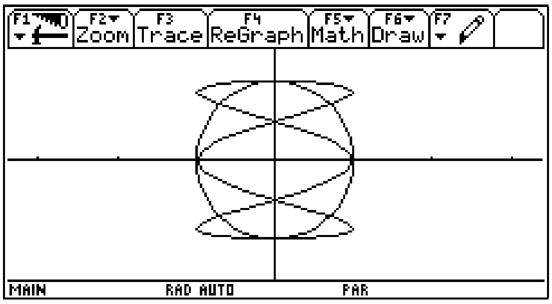


Abb. 4: Einheitskreis und x(t) = cos(3t), y(t) =sin(t)

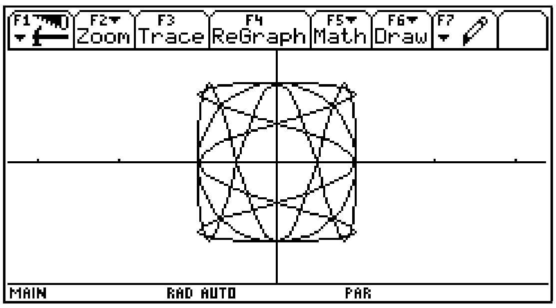


Abb. 5

x(t) = cos(t), y(t) = sin(t)

x(t) = cos(t), y(t) = sin(3t) (*)

x(t) = cos(3t), y(t) = sin(t) (*)

Das sind motivierende Abbildungen!

Wichtige Fragen zum besseren Verstehen könnten sein:
- In welcher Reihenfolge werden die Punkte gezeichnet? Warum?
- Warum wird der Einheitskreis bei (*) so stark „verbogen“?

Die Beispiele zeigen, dass die obigen Parameterdarstellungen und ihre Fortsetzungen zu spannenden neuen Fragestellung führen. Dafür empfiehlt sich die Definition eines passenden Bausteins.

Ein spannender Baustein:

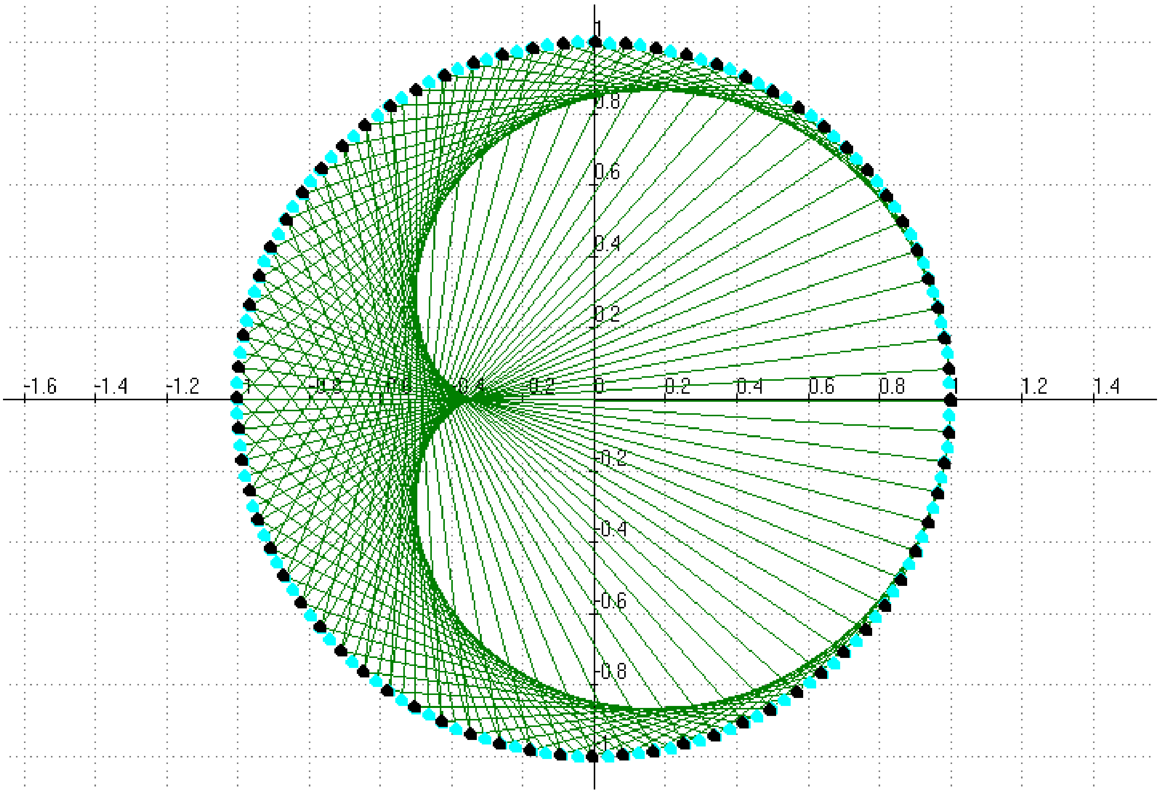
xt1 = cos(a*t) → Kc(t,a)   yt1 = sin(b*t) → Ks(t,b)

Eine noch weit umfangreichere „Mathe-Welt" erschließt sich mit der folgenden Baustein-Definition:

a1*cos(a2*t+a3) + a4 → Kx(t,a1,a2,a3,a4)
b1*sin(b2*t+b3) + b4 → Ky(t,b1,b2,b3,b4)

Aufrufbeispiel:

xt1 = Kx(t,2,1,0,3), yt1= Ky(t,1,1,0,2). Das ist eine um den Vektor (3,2) verschobene Ellipse.



Impuls 3
Zeichne einen Einheitskreis. Verbinde dann jeweils die Punkte
(cos 10°, sin 10°) mit (cos 20°, sin 20°)
(cos 20°, sin 20°) mit (cos 40°, sin 40°)
usw. immer das Doppelte.

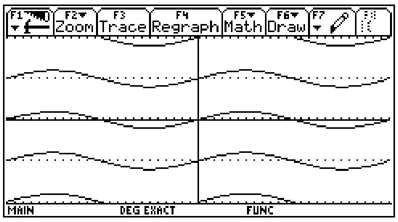
2.2 Diverse Unterrichtsmaterialien

2.2.1 Sinus-Fische und mehr (Arbeitsbogen)

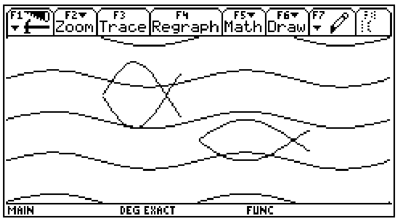
Dieser Arbeitsbogen wurde von den Kollegen Gussmann, Dr.Meyfarth, Stoss (Paul-Natorp-Oberschule) zur weiteren Verwendung in den Projektschulen vorgelegt.

<u>Bilder mit Sinus- und Kosinus-Funktionen</u>

1. Ergänze die TI-Eingabe $y1 = 0.2 \sin(x) + c \mid c = \{2, 1, \ldots\ldots\ldots\ldots\}$ für dieses Bild:

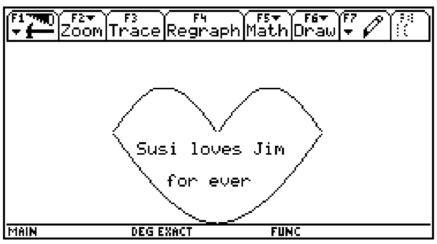


2. Ergänze die TI-Eingaben $y2 = 0.5 \sin(x) - 0.5 \mid x>0 \text{ and } x<210$
   für $y3 =$
   und $y4 = 0.8 \sin(1.5 (x+180)) + 0.6 \mid x> -180 \text{ and } x< -30$
   für $y5 =$
   damit die Fische vollständig sind.
   Schalte dann noch die Achsen und das Raster aus.



Ergänze das Bild durch Fische, die nach rechts schwimmen!
Du kannst deine Graphen speichern: Graph / F1 / 2:Save copy as / Variable: „fish1“
Du kannst deine Graphen zurückholen: Graph / F1 / 1:Open / „fish1“

3. Ergänze die Funktionen, damit dies Bild entsteht. Verwende „grid“ und „axes“.



$y1 = -\sin(x) \mid -180 < x \text{ and } x < 0,$ $y2 =$
$y3 = -2 \cos(0.5\,x) \mid 0 < x \text{ and } x < 180$ $y4 =$

Entferne Achsen und Raster. Du kannst das Herz speichern unter « Herz1 ».
Unter F7 / Text kannst du deine Liebeserklärung einsetzen.
Aber nun kannst du dies nur noch als Bild speichern: Type. 2:Picture / „Herz2“.

Konstruiere eigene Kunstwerke

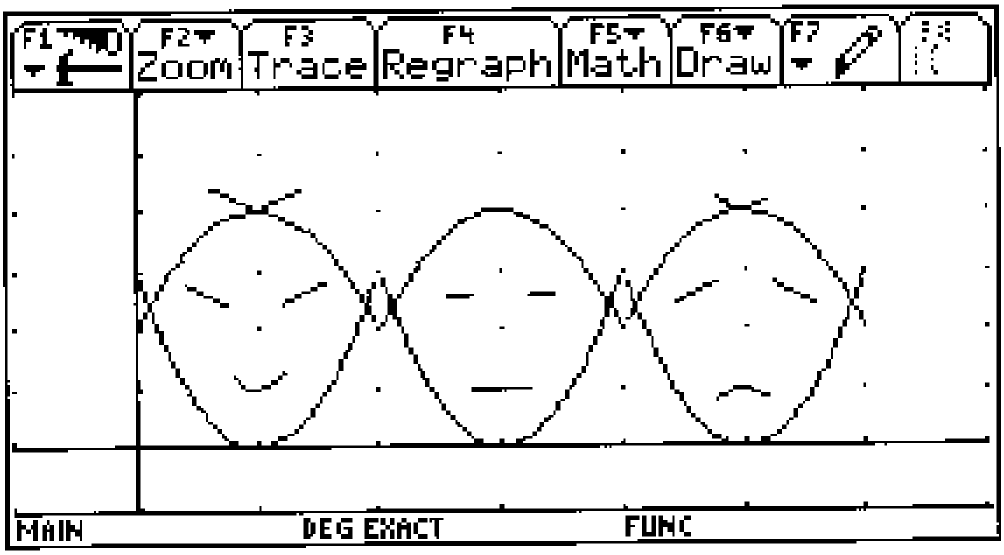
Ende des Arbeitsbogens

2.2.2 Definitions- und Wertebereich bei der Arbeit mit dem Taschencomputer

Dieser Arbeitsbogen stammt von den KollegInnen (Enzenroß, Harnischfeger, Kreklau) von der Martin-Buber-Oberschule.

MA-10

Auf dem TI-92 wurde das folgende Bild erzeugt.



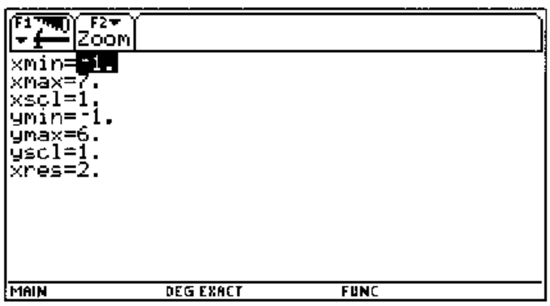
Gib in deinen TI-92 die folgende Zeile ein:

$$\mathbf{y1 = -2 \cdot (x-1)^2 + 4 \mid 0 < x \ \ and \ \ x < 2}$$

Was ergibt sich daraus für den Graphen?

DEFINITIONSBEREICH: **WERTEBEREICH:**

Natürlich verändert sich je nach Fenster-Einstellung der Grafik das Aussehen des Bildes. In unserem Bild ist es:



Erzeuge das oben gezeigte Bild!

Ende des Arbeitsbogens

2.2.3 Trigonometrie mit CAS – rechtwinklige Dreiecke (Arbeitsbogen)

Die Gottfried-Keller-Oberschule (Diesing, Kollotschek) hat u. a. mit dem folgenden Arbeitsbogen gearbeitet.

Arbeitsbogen - Trigonometrie Klasse 10

Bearbeitet die folgenden Aufgaben in Gruppenarbeit und dokumentiert Eure Ergebnisse in geeigneter Form. Notiert auch die TI-Eingaben (mit Kommentaren) in Tabellenform und die Ergebnisse Eurer Rechnungen.

1. Zeichnet rechtwinklige Dreiecke mit $\alpha = 30°, 45°, 60°$ und $\gamma = 90°$, die unterschiedlich groß sind.

2. Erstellt mit Hilfe des TI eine Tabelle mit den Seitenlängen der Dreiecke in der Form:

1. Spalte: Winkelgröße, 2. Spalte: Gegenkathetenlänge a, 3. Spalte: Ankathetenlänge b, 4. Spalte: Hypotenusenlänge c

3. Bildet in dieser Tabelle folgende Quotienten:

$$\frac{Gegenkathetenlänge}{Hypotenusenlänge} = \frac{a}{c}\,;\quad \frac{Ankathetenlänge}{Hypotenusenlänge} = \frac{b}{c} \text{ und } \frac{Gegenkathetenlänge}{Ankathetenlänge} = \frac{a}{b}\,.$$

4. Wie können die Winkelgrößen α und β nun rechnerisch bestimmt werden ?

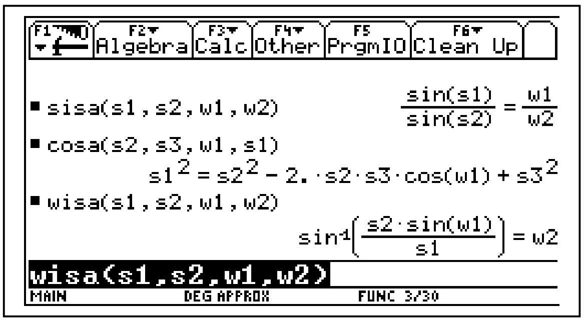
Ende des Arbeitsbogens

2.2.4 Trigonometrische Bausteine

CAS-Bausteine haben die Schüler bereits im ersten Projektjahr kennengelernt und benutzt, siehe hierzu Projektevaluation, Band 1. Als besonders geeignet für die Einführung und Verwendung erwies sich dabei wegen seiner vielseitigen Verwendbarkeit ein Baustein zur Berechnung des Abstands von zwei Punkten: $\sqrt{(ax-bx)^2+(ay-by)^2} \rightarrow entf(ax,ay,bx,by)$.
Das Bausteinprinzip wurde von einigen ProjektlehrerInnen besonders in den Gymnasialklassen weiter verfolgt. Die folgenden Ausführungen stammen von *Susanne Diesing und Cordula Kollotschek.*

Einheit: Trigonometrie
Bausteine zur Anwendung von Sinus- und Kosinussatz bei beliebigen Dreiecken

Im Unterricht wurden von den Schülern/innen zur Anwendung von Sinus- und Kosinussatz die folgenden Bausteine entwickelt. Aus unserer Sicht liegen die Vorteile der Bausteintechnik darin, dass nur jeweils eine Gleichung für z.B. den Kosinussatz notwendig ist und die Sch. die Überlegungen selbstständig anstellen müssen, welche Angaben an welcher Stelle einzusetzen sind. Die Seitenlängen wurden konsequent mit s1, s2, s3 und die entsprechenden gegenüberliegenden Winkel mit w1, w2, w3 bezeichnet. Es ging also nicht nur um das routinemäßige Anwenden von standardisierten Formeln. Die Bausteinnamen sind „selbstspechend“: ***Sisa, wisa, cosa, wico*** *und* ***fldrei***



TI-Bausteine für Trigonometrie

s1,s2,s3 sind die Seiten eines beliebigen Dreieckes, w1 ist der gegenüberliegende Winkel von s1, w2 ist der gegenüberliegende Winkel von s2 und w3 ist der zu gegenüberliegende Winkel von s3.

Sinussatz	sin(w1)/sin(w2) = s1/s2 → sisa(w1,w2,s1,s2)
Kosinussatz	$s1^2 = s2^2+s3^2-2\cdot s2\cdot s3\cdot\cos(w1)$ → cosa(s2,s3,w1,s1)
Winkelsatz des Kosinus	$w1 = \cos^{-}((s1^2-s2^2-s3^2)/(-2\cdot s2\cdot s3))$ → wico(s1,s2,s3)
Winkelsatz des Sinus	$\sin^{-}(\sin(w1)\cdot s2/s1) = w2$ → wisa(w1,s1,s2)
Flächeninhalt eines Dreieckes	$0.5\cdot s1\cdot s2\cdot\sin(w3)$ → fldrei(s1,s2,w3)

Trigonometrie – Berechnungen in beliebigen Dreiecken

Typ	**gegeben**		**gesucht**	
WSW	α,β,c	γ=180°-(α+β) Innenwinkelsatz	a=c·sin(α)/sin(γ) Sinussatz sisa(α,γ,a,c)	b=c·sin(β)/sin(γ) Sinussatz sisa(α,β,a,b)
WWS	α,β,a	γ=180°-(α+β) Innenwinkelsatz	b=a·sin(β)/sin(α) Sinussatz sisa(α,β,a,b)	c=a·sin(γ)/sin(α) Sinussatz sisa(α,γ,a,c)
SSW	a,b,α a>b	sin(β)=b/a·sin(α) Sinussatz wisa(α,a,b)	γ=180°-(α+β) Innenwinkelsatz	c=b·sin(γ)/sin(β) Sinussatz sisa(β,γ,b,c)
SWS	a,b,γ	β=180°-(α+γ) Innenwinkelsatz	sin(α)=a/c·sin(β) Sinussatz wisa(β,a,b)	**c²=b²+a²-2b·a·sin(γ)** Kosinussatz cosa(a,b,γ,c)
SSS	a,b,c	cos(α)=b²+c²a²/2b·c Kosinussatz cosa(b,c,α,a)	sin(β)=b/a·sin(α) Sinussatz wisa(α,a,b)	sin(γ)=b/c·sin(β) Sinussatz wisa(β,b,c)

Die Art der Verwendung dieser Bausteine ist aus der folgenden Klassenarbeit von Susanne Diesing ersichtlich:

Mathematik	2.Klassenarbeit	10.Klasse
TI-92	Trigonometrie-Potenzen	10.12.2002

Beachte: Wenn du Bausteine verwendest, dann gib die mathematische Formel an und setze die Werte, mit denen du rechnest, ein. Gib dann den Baustein an, den du benutzt!
Aufgabe 6 zählt wieder als Zusatzaufgabe!

1.Aufgabe (14 BE): Berechne die Berghöhe h!
(Bild abgewandelt nach „Elemente der Mathematik 10" (Schroedel-Verlag), Seite 109 Nr.21)

2.Aufgabe (8BE): Ein Parallelogramm hat die Seitenlängen a = 6cm und b = 4 cm. Die Diagonale f beträgt 5 cm. Berechne alle Winkel, die die Seiten miteinander bilden.

3.Aufgabe (5BE): Berechne bei einem Kreis mit dem Radius r=26cm die Länge des Kreisbogens b bei einem Mittelpunktswinkel von $\alpha = 65°$.

4.Aufgabe (6BE): Benenne die auf dem Extrablatt in Abbildung 1 gezeigte Funktion und gib fünf wesentliche Eigenschaften des Funktionsgraphen an. [Kurve der Sinusfunktion]

5.Aufgabe(15 BE):

5.1 Zeichne den Graph der Funktion $f(x) = \frac{1}{x^2}$; $x \in R \setminus \{0\}$ im Intervall [-3;3] mit dem TI und auf das Millimeterpapier per Hand. Lege eine Wertetabelle mit mindestens 10 Wertepaaren an!

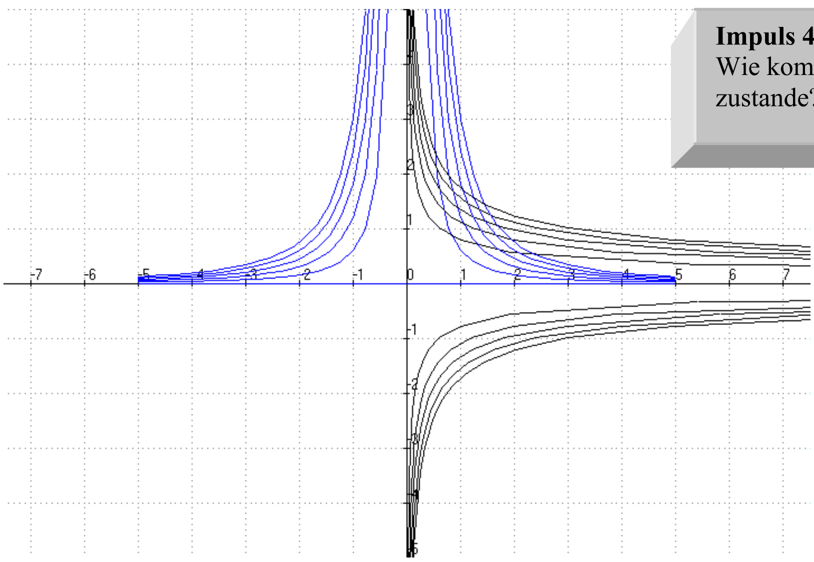
5.2 Nenne sechs Besonderheiten dieses Funktionsgraphen.

***6.Aufgabe (4BE):**

6.1 Begründe, warum es kein Dreieck mit den Seiten a = 10cm, b=5cm, c= 2cm gibt?
6.2 Gesetzt den Fall, dir würde jemand diese Aufgabe stellen und du würdest ohne vorher weiter nachzudenken die Winkel mit Hilfe des TI berechnen.
Du gibst Folgendes ein: $\cos\alpha = \frac{25+4-100}{2*5*2}$; in der Anzeige erscheint: *undef.*
Erkläre das Ergebnis des TI. (Hier erwarte ich nur Argumente!)

Ende der Klassenarbeit

Ergänzung zu Aufgabe 5:

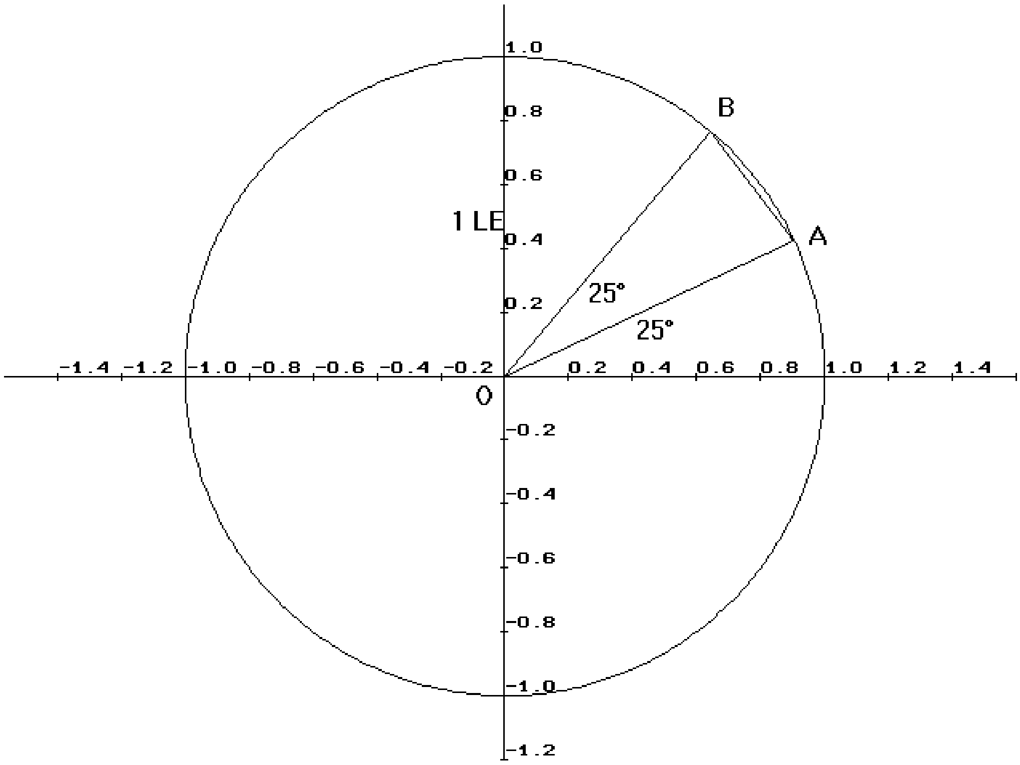


Impuls 4
Wie kommen die Graphen wohl zustande?

2.2.5 Eine Aufgabe zum cos-Satz - und was daraus wurde – eine Unterrichtsreihe in Klasse 10 (von Eberhard Lehmann)

In diesem Beitrag wird gezeigt, wie eine leicht erscheinende Klassenarbeitsaufgabe zu einem interessanten und vielseitigen Stück Mathematik werden kann, das den Unterricht in den Folgestunden steuert. Als Höhepunkt der kleinen Unterrichtsreihe von ca. 4 Stunden erweist sich eine schöne Visualisierung von Problemstellung und Problemlösung. Anlass dieser Unterrichtsreihe zur Trigonometrie war eine Aufgabe zu einer Klassenarbeit einer 10.Klasse.

Aufgabe: Berechne die Entfernung zwischen den beiden Punkten A und B des Einheitskreises, siehe Skizze. a) Streckenlänge $\|AB\|$, b) Länge des Bogens AB c) Gib für den Fall a) eine Formel an, indem du 25° durch α ersetzt.



Figur 1: Die gegebene Skizze

Die Erwartungen des Lehrers bezogen sich zunächst nur auf die Lösung der Probleme a) und c) mit Hilfe des kurz zuvor hergeleiteten Cosinus-Satzes. Um diese Probleme soll es in dem Beitrag auch nur gehen.

Lösung 1

Hier erhält man in Dreieck OAB: $|AB|^2 = |OA|^2 + |AB|^2 - 2*|OA|*|OB|*\cos(25°)$

$|AB|^2 = 1^2 + 1^2 - 2*1*1*\cos(25°)$

$|AB|^2 = 2 - 2*\cos(25°)$

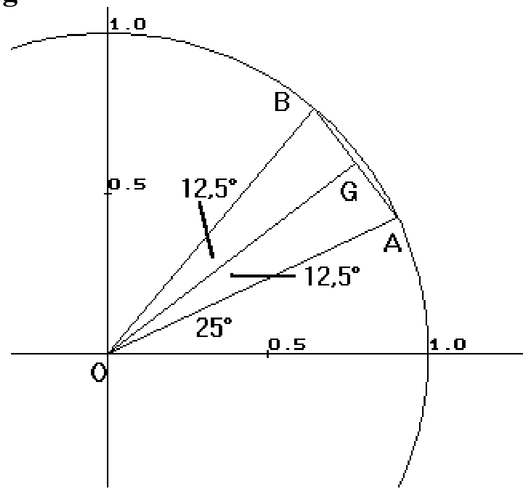
(1a) $|AB|^2 = 2(1- \cos(25°))$

(1b) $|AB| = \sqrt{2(1- \cos(25°))}$ bzw. allgemein

(1c) $\mathbf{|AB| = \sqrt{2(1- \cos(\alpha))}}$

Bei der Bearbeitung durch die Schüler wurde ich auch durch andere Lösungsvorschläge der Schüler überrascht.

Lösung 2

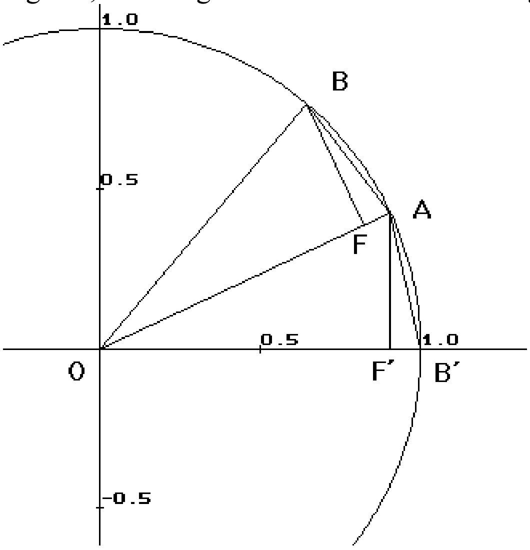


Figur 2

So betrachteten einige Schüler Dreieck OAB und zogen in ihm die Höhe OG der Seite AB - wohl weil diese Idee vorher mehrmals vorkam. Nun wurde AB mit Hilfe des Sinus berechnet:
sin(12,5°)= ($|AB|$ / 2) / 1, also

(2a) $|AB| = 2 * \sin(12{,}5°)$ bzw. allgemein **(2b)** $\boldsymbol{|AB| = 2 * \sin(\alpha/2)}$

Lösung 3
Vermutlich angeregt durch die Darstellung des Sinus im Einheitskreis wurde die gegebene Zeichnung ergänzt, siehe Figur 3. Dann wurde mit dem gedrehten Dreieck OAB´ gearbeitet.



Figur 3

$|AB|^2 = |AB'|^2 = |AF'|^2 + |F'B'|^2 = (\sin\alpha)^2 + (1-\cos\alpha)^2$

(3a) $\boldsymbol{|AB| = \sqrt{(\sin\alpha)^2 + (1-\cos\alpha)^2}}$

Hinweise: Der trigonometrische Pythagoras war den Schülern noch nicht bekannt.

Lösung 4

Eine vierte Lösung ergibt sich, indem man den Abstand der beiden Punkte mit der aus der analytischen Geometrie bekannten Formel berechnet:

(4a) $\quad |\mathbf{AB}| = \sqrt{(\cos 2\alpha - \cos \alpha)^2 + (\sin 2\alpha - \sin \alpha)^2}$

Diese Formel ist besonders dann geeignet, wenn es um Verallgemeinerungen geht, indem man die die Punkte (cos α, sin α) und (cos nα, sin nα) betrachtet. (4a) wurde jedoch im Unterricht nicht behandelt.

Damit lagen drei auf unterschiedliche Weise gewonnene Ergebnisse vor, die für weiterführende Betrachtungen verschiedener Art gut genutzt werden konnten.

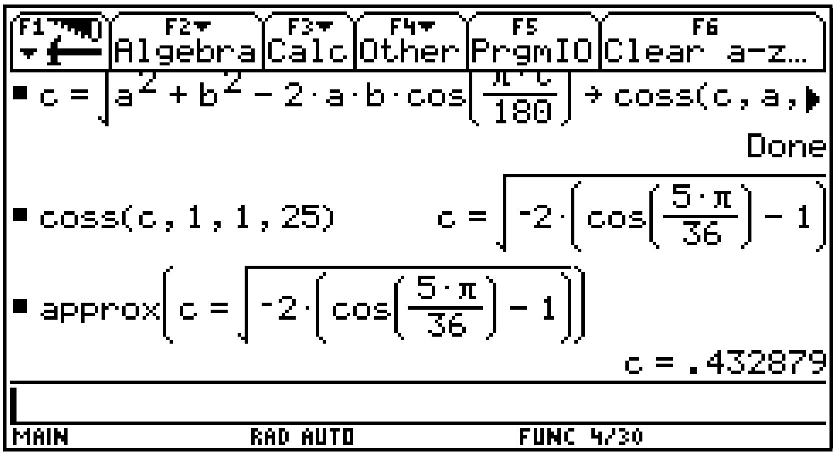
- a) Die drei Ergebnisterme mußten sich ineinander überführen lassen.
- b) Das mußte besonders eindrucksvoll bei der graphischen Darstellung der zugehörigen Funktionen zu erkennen sein. - Alle beschreiben den Abstand der Punkte A und B in Abhängigkeit von α .
- c) Dem Lehrer war bekannt, daß sich ein motivierendes Bild ergibt, wenn man alle Kreispunkte (cos(α), sin(α)) mit den Kreispunkten (cos(2α), sin(2α)) verbindet - es ergibt sich eine Kardioide..

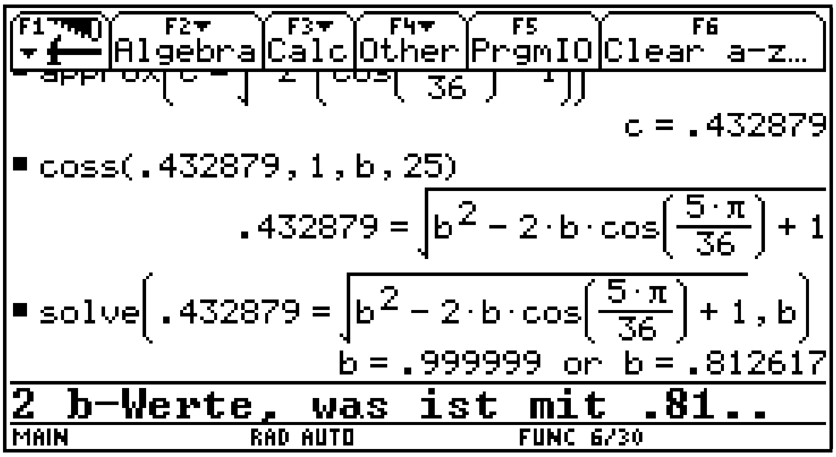
Für alle Teile bot sich Computereinsatz an:
a) Benutzung der Algebrakomponenten eines Computeralgebrasystems (CAS) zum Zeigen der Äquivalenz der Terme (z.B. mit DERIVE).

b) und c) Benutzung der Graphikkomponenten des CAS oder eines anderen Funktionenplotters.

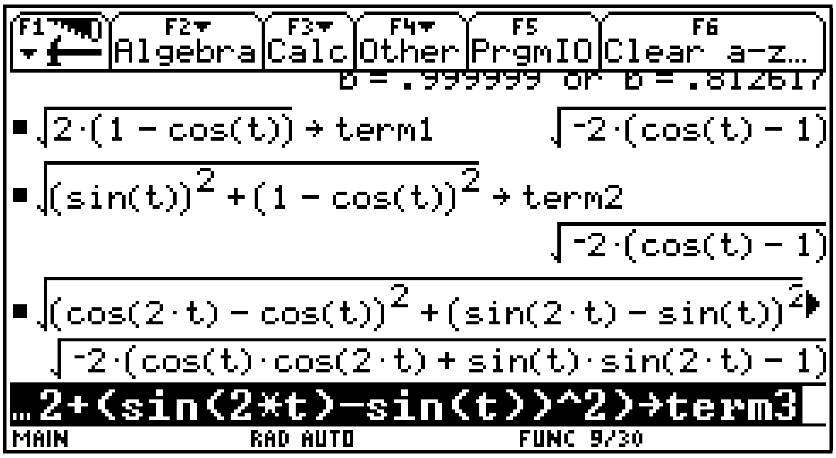
Bearbeitung der Aufgabe mit dem TI-92

define coss(c,a,b,t) = (c = $\sqrt{a\verb|^|2 + b\verb|^|2 - 2ab\cos(\pi * t / 180)}$)

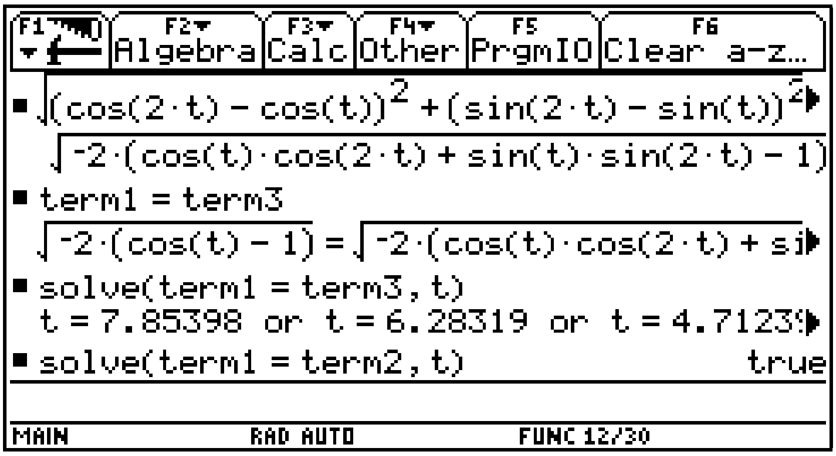




Kontrolle:
Man erhält zwei Werte für b, den erwarteten b=1 und b=0.812617



Überprüfung der drei Lösungsergebnisse auf Gleichheit



Hier gelingt kein allgemeiner Nachweis.

solve(term1=term3,t) ergibt folgende Werte:

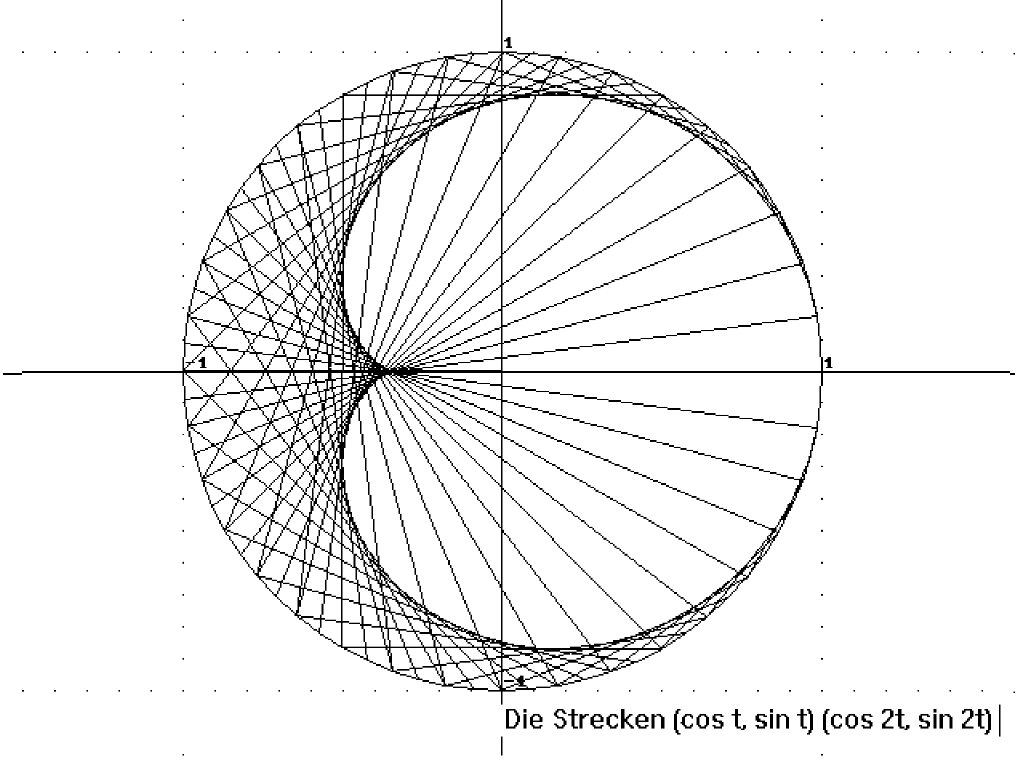
t=±7.85398	t=±6.28319	t=±4.71239	t=±4.35619	t=±3.14159
t=±2.35619	t=±1.5708	t=±0.785398	t=0	

Aufgaben:
Arbeiten Sie mit dem Baustein „coss(c,a,b,t)" für den Cosinussatz!

define coss(c,a,b,t) = (c = $\sqrt{a\verb|^|2 + b\verb|^|2 - 2ab\cos(\pi * t / 180)}$ *)*
Verschiedene Aufrufe durchführen! Was für ein mathematisches Problem bzw. welche Interpretation steckt hinter den Aufrufen?

Nach der Besprechung der Klassenarbeitsaufgabe folgte die

Hausaufgabe: *Zeichne einen Einheitskreis und verbinde alle Kreispunkte (cos(α), sin(α)) mit den Kreispunkten (cos(2α), sin(2α)) für α = 5°, 10°, 15°, ... 360°.*



Figur 4

Wegen der nun zu zeichnenden Graphen und um die Hausarbeit weiter zu vertiefen, wurde von jetzt an ein Funktionenplotter eingesetzt (ANIMATO, früher HL-PLOT11). Diese Software wurde an dem vorliegenden Problemen erstmals benutzt. ANIMATO hat gegenüber der DERIVE-Graphik den Vorteil individueller Gestaltungsmöglichkeiten wie z.B. simultanes Zeichen, Anhalten des Zeichenvorgangs, Steuern der Geschwindigkeit, schnelle Änderbarkeit und Wiederholbarkeit.

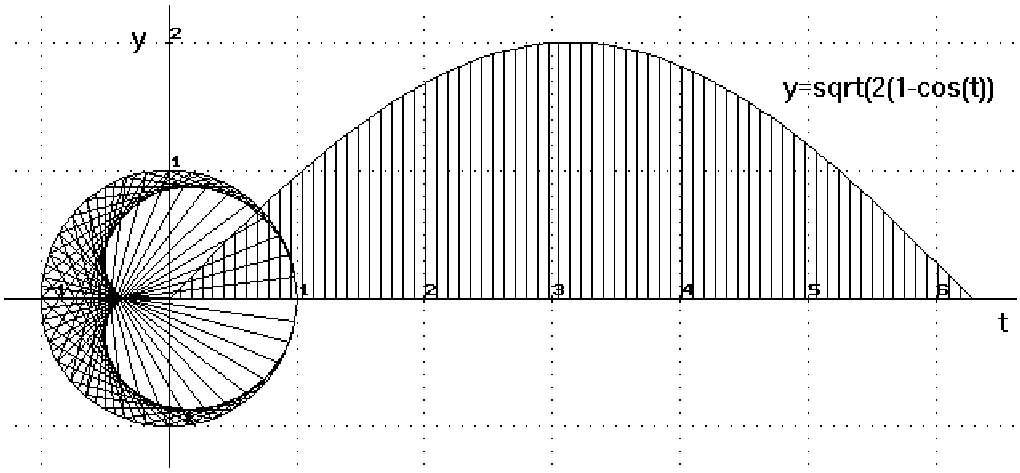
Gemeinsam wurde die folgende Aufgabe bearbeitet:

Aufgabe: *Wiederhole die Hausarbeit mit dem Funktonenplotter ANIMATO. Zeichne auch den Einheitskreis. Zeichne dann den Graphen zu f(t) =* $\sqrt{2(1- \cos(t))}$ *zusätzlich ein.*

In der F1-Maske des Funktionenplotters wurden die folgenden Terme eingetragen:

f 1: cos(t),sin(t)	Einheitskreis
f 3: sqrt(2(1-cos(t))	Abstandsfunktion
f 5: cos(t),sin(t),cos(2*t),sin(2*t)	Strecken im Einheitskreis
f 7: t,0,t,f3	Für jedes t wird der Wert von f3 als Strecke eingetragen.

In der F2-Maske wurde u.a. eingestellt, daß t von 0 bis 6.28 mit 72 äqudistanten Werten läuft.



Figur 5

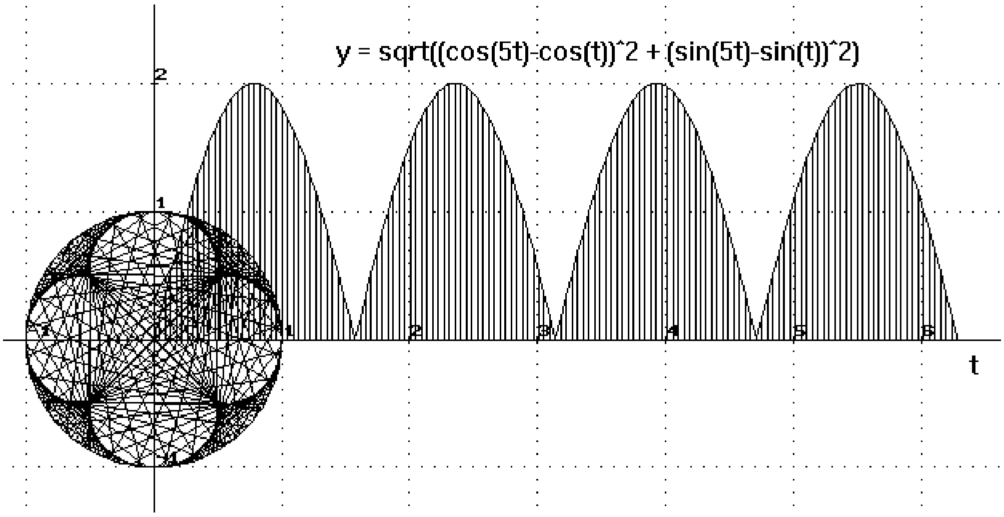
Die Zeichnung entsteht auf dem Bildschirm in dem gewählten Tempo ggf. auch mit Zwischenstops, indem links die einzelnen Kreissehnen eingezeichnet werden, die dann jeweils in der richtigen Länge nach rechts in den Graphen der Abstandsfunktion übertragen werden. Der moti-vierende Charakter des farbigen Bildes muß nicht besonders betont werden. **Besonders hingewiesen wird jedoch auf die sich hier ergebende schöne Visualisierung von Problemstellung und Problemlösung, die sich durch die gleichzeitige Betrachtung der Sehnen und der zugehörigen Abstandsfunktion ergibt.**

Fragen zum Entstehungsvorgang der Figur vertiefen die Kenntnisse der Schüler:

- Wie ist der Zusammenhang zwischen dem linken und rechten Teil des entstehenden Bildes?
- Wann erhält die Funktion ihren höchsten Wert, wann den niedrigsten?
- Warum verläuft der Graph ganz oberhalb der x-Achse?
- Der Graph sieht aus wie eine Sinusfunktion! Welche ist es? - Hier können die Schüler z.B. auch selbst experimentieren, indem sie die vermutete Sinusfunktion eingeben und die Übereinstimmung mit der Cosinusfunktion testen, ggf. auch in der Wertetafel. - Es ist die oben in der zweiten Lösung gewonnene Funktion y = 2 sin (t/2).

Selbstverständlich lädt die Figur auch zum weiteren Experimentieren ein:
Welche Figur entsteht. wenn man die Abstände der Strecken (cos(t), sin(t)), (cos(3t),sin(3t)) (usw.) einzeichnen läßt?
Aber das sind jetzt weitere Untersuchungen für einen Analysiskurs der Sekundarstufe 2. Dem Leser seien das Bild und die benötigten Terme vorgestellt:

f 1: cos(t),sin(t) — Einheitskreis
f 2: 5 — Anzahl der "Schwingungen"
f 3: sqrt((cos(f2*t)-cos(t))^2+(sin(f2*t)-sin(t))^2) — Abstandsformel der beiden Punkte
f 4: cos(t),sin(t),cos(f2*t),sin(f2*t) — die Strecken
f 5: t,0,t,f3 — übertragen nach rechts



Figur 6

Die verschiedenen oben erhaltenen Lösungen leiten nun zu den Beziehungen zwischen Sinus- und Cosinusfunktionen über, da die Terme ja äquivalent sein müssen. "Wie kann man die Terme ineinander überführen?" ist die Frage für die nächste Unterrichtsphase, in der man die verschiedenen Teilaufgaben gut arbeitsteilig in mehreren Gruppen behandeln lassen kann.

Hinweis: DERIVE formt *mit Simplify* den Term 3a um in den Term 1c, kann jedoch mit dem Term 2b nichts anfangen und lässt ihn unverändert. Derive kann also die Äquivalenz aller drei Terme nicht zeigen. Geht man aber vom Quadrat (2sint/2)^2 aus, so formt Derive um zu 2–2cos(t). Der Schüler braucht hier die tiefergehende Kenntnis, daß 2sin(t/2) auch negativ werden kann.

Zusammenfassung: Die Überlegungen zeigen, dass gelegentlich sehr viel mehr Mathematik in einer zunächst wenig weitreichend erscheinenden Aufgabe stecken kann als man erwartet. Schüler überraschen immer wieder durch unerwartete Ansätze, die dann zu einem Unterricht führen können, bei dem die Schüler das Gefühl haben, selbst an der Gestaltung mitgewirkt zu haben. Gleichzeitig wird deutlich, wie sinnvoller Computereinsatz das Vorhaben fördern und zu weiteren Fragestellungen führen kann, die spiralig auf späteren Unterricht verweisen.

Literatur

Lehmann, E.: Einführung in Parameterdarstellungen in der Sekundarstufe 1, in PM Praxis der Mathematik, Heft 4, 1992

Software

Funktionenplotter ANIMATO
Bezug bei Leh-Soft, Dr. Eberhard Lehmann, Geitnerweg 20c, 12209 Berlin, mirza@snafu.de

2.2.6 Exponentialfunktionen mit CAS (Arbeitsbogen)

Arbeitsbogen - Exponentialfunktionen Klasse 10
Gottfried-Keller-Oberschule

Bearbeitet die folgenden Aufgaben in Gruppenarbeit und dokumentiert Eure Ergebnisse in geeigneter Form. Notiert auch die TI-Eingaben (mit Kommentaren) in Tabellenform und die Ergebnisse Eurer Rechnungen.

In einem alten Lehrbuch ist die Rede von einer ganz besonderen Lotusblume. Sie wird in einen Teich gesetzt und wächst darin so rasch, dass sie am folgenden Tage jeweils eine doppelt so große Fläche wie am Vortage bedeckt. Nach 10 Tagen ist der Teich völlig zugewachsen. – Es wird nun gefragt, nach wie vielen Tagen der Teich zugewachsen wäre, wenn man gleichzeitig zwei dieser sagenhaften Lotusblumen eingebracht hätte.

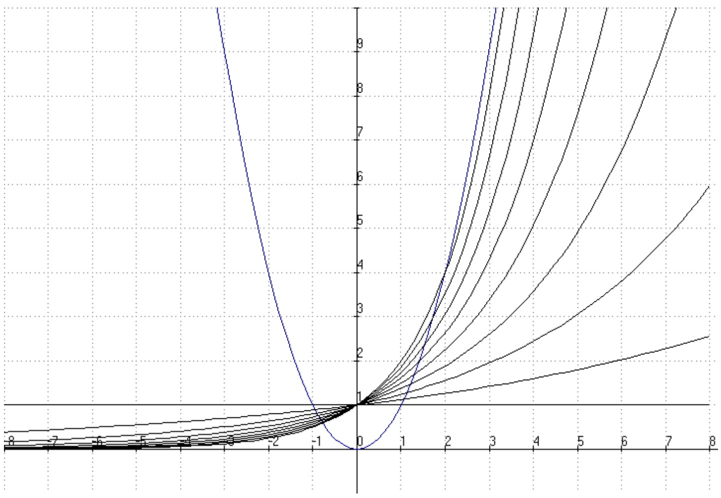
1. Was schätzt du ?
2. Erstelle mit dem TI-92 eine Tabelle zum Wachstum einer Blume, die zu Beginn der Beobachtung eine Fläche von 1 qm bedeckt.
    a) Versuche eine Vorschrift für die Zuordnung:
       Anzahl der Tage nach Beginn der Beobachtung $\rightarrow$ *Flächeninhalt in qm*
       zu erstellen.
    b) Zeichen den Graphen in einem geeigneten Koordinatensystem.

3. Welchen Bruchteil der Teichfläche bedeckt eine der Lotusblumen 9 bzw. 5 Tage nach ihrem Einsetzen in den Teich ? Welchen Bruchteil bedeckte sie, als sie in den Teich eingesetzt wurde ?

4. ***Definition***: *Eine Funktion f mit* $f(x) = a^x; x \in R$ *und* $a \in R_+$ *heißt Exponentialfunktion*.

   Wähle für a) geeignete Zahlen und zeichne die Graphen. Notiere in geeigneter Form (z. B. tabellarisch) die Eigenschaften der Exponentialfunktionen.

Ende des Arbeitsbogens



Impuls 5
Beschrifte die Graphen mit den passenden Funktionsgleichungen.

2.2.7 Aufgaben zum Pythagoras

Der nun folgende Unterrichtsbeitrag für die Klassenstufe 9 stammt im Wesentlichen *von Günter Dreeßen-Meyer.* Im Mittelpunkt der Untersuchungen stehen Kreisgleichungen als Anwendung des Pythagoras, hier also in der Form $x^2 + y^2 = r^2$.

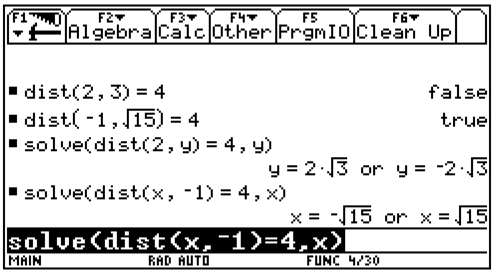
> Man überlege sich, wie man im Folgenden bei den dafür relevanten Aufgaben mit der Parameterdarstellung des Kreises, also **x(t) = r*cos(t), y(t) = r*sin(t),** arbeiten könnte (siehe auch Kap. 2.1.4).

Aufgabe 1
Zeichne ein Koordinatenkreuz für x- und y-Werte von –7 bis +7. Der Maßstab soll 1 LE = 1cm sein.

a) Trage den Punkt $P(4\,|\,2)$ ein und berechnen seinen Abstand vom Ursprung $O(0\,|\,0)$ des Koordinatensystems. Messe zur Kontrolle den Abstand.
b) Gib jetzt in den TI den Befehl $\sqrt{a^2+b^2} \underset{\text{sto}}{\rightarrow} \text{dist}(a,b)$ ein. Es steht dir jetzt ein Baustein zum Berechnen zur Verfügung. Berechne den Abstand aus a) mit dem Baustein.
c) Berechne die Abstände der folgenden Punkte vom Ursprung. Trage die Punkte im Koordinatenkreuz ein und ordne sie nach der Distanz zum Ursprung.
d) Was stellst du fest? Finde drei weitere Punkte, deren Distanz zum Ursprung 5 ist.

Punkt	x-Koordinate	y-Koordinate	Distanz	Aussage
P	4	2		
A	5	0		
B	2	$\sqrt{21}$		
C	-5	1		
D	-2	1.5		
E	-4	-3		
F	0	-5		
G	$2\sqrt{6}$	-1		
H				
I				
J				

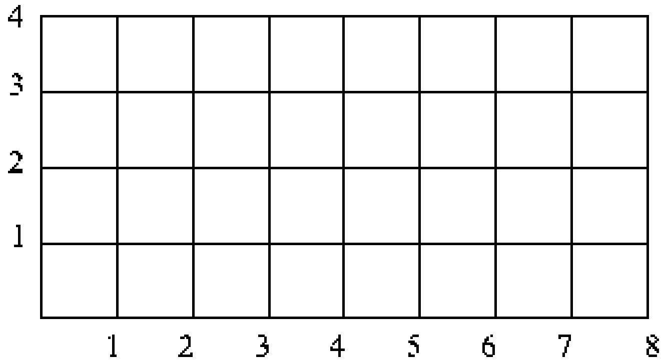
Aufgabe 2
Betrachte das folgende TI-92-Display.



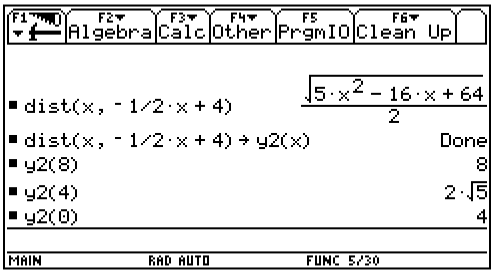
a) Analysiere die ersten beiden Eingaben und finde eine Erklärung für die angezeigten beiden Ergebnisse.
b) Jetzt werden zwei Gleichungen gelöst. Erkläre die angezeigten Ergebnisse.
c) Mache dir die vier Ergebnisse an einem Kreis um den Ursprung des Koordinatenkreuzes mit dem Radius 4 klar.

Aufgabe 3

Eine Straße führt von A(0 | 4) nach B(8 | 0). Von C(0 | 0) soll eine Zufahrtsstraße gebaut werden. Aus Kostengründen soll diese Zufahrt möglichst kurz sein.
Wo liegt der Anschlusspunkt P?



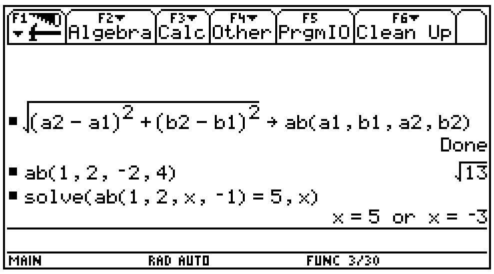
a) Stelle das Problem in nebenstehender Skizze graphisch dar und übertrage das Bild auf den TI-92.
b) Bestimme für einige Straßenpunkte P die Länge der Zufahrtsstraße.
c) Löse das Problem für einen beliebigen Punkt $P(x\,|\,.......)$ auf der Straße. Analysiere dazu das Display des TI-92. Was bedeuten die drei letzen Zeilen?



d) Zeichne auch die Kurve zu y2(x) mit dem TI-92. Welche Bedeutung hat die Kurve für das Problem?
e) Finde mit Table eine Lösung des Problems.

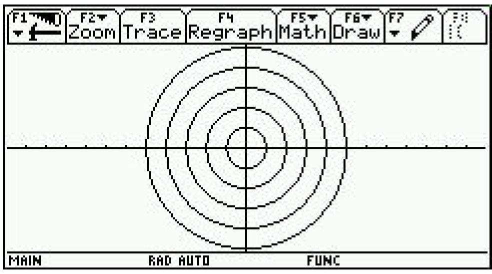
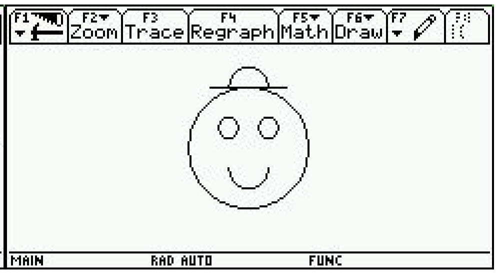
Aufgabe 4

Gegeben ist ein Kreis mit dem Mittelpunkt M(1 | 2) und dem Radius 5 cm.
a) Zeichne den Kreis und beweise durch Rechnung, dass der Punkt A(4 | 6) auf dem Kreis liegt.
b) Erläutere was der Baustein **ab(a1,b1,a2,b2)** allgemein berechnet. Was bedeutet die 2. Gleichung (TI-Grafik) anschaulich.



c) Überprüfe mit Hilfe des Bausteins **ab**, ob die beiden Punkte B(6 | 0) und $C(\sqrt{24}+1\,|\,3)$ auf dem Kreis liegen.
d) Was wird mit der dritten Gleichung (TI-Grafik) bestimmt? Interpretiere die Aussage auch anhand deiner Zeichnung.
e) Bestimme die fehlenden Koordinaten von D(2 | .....) und E(... | 4) so, dass die Punkte auf dem Kreis liegen.

Wie geht denn das?

Wir zeichnen Kreise um den Ursprung.
Der Baustein **dist(x,y)** berechnet den Abstand eines Punktes P(x,y) vom Ursprung des Koordinatensystems O(0/0). Der Baustein stellt eine Anwendung des Satzes von Pythagoras dar.

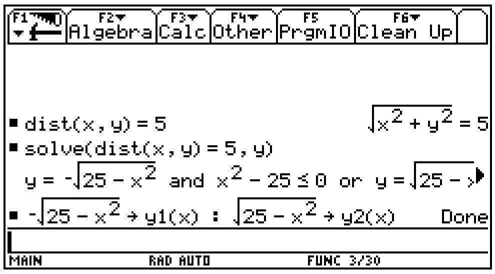
Wollen wir einen Kreis um den Ursprung O mit dem Radius 5 zeichnen, so müssen wir eine Beziehung zwischen x und y in Form einer Gleichung herstellen.

$$x^2+y^2=5^2$$
$$y^2=25-x^2$$
$$y=+\sqrt{25-x^2}\ \_\text{oder}\_\ y=-\sqrt{25-x^2}$$

Dass es zwei Lösungen - eine positive und eine negative - gibt, haben wir in den Aufgaben vorher schon benutzt. Denn zu einem x-Wert kann es zwei y-Werte (also zwei Kreispunkte) geben.

Diese beiden Wurzelterme geben wir in den y-Editor ein, und wir haben zwei Halbkreise, die zusammen den Kreis mit dem Radius 5 bilden. Sinnvoll ist das Benutzen von *ZoomDec* und der Einstellung *xres=1* bei *WINDOW*. Das zeichnen geht zwar etwas langsam, aber das Bild des Kreise ist hübscher.

Der entsprechende Home-Bildschirm des TI-92+ könnte so aussehen.



Die anderen Kreise um den Ursprung dürften dir jetzt sehr leicht fallen.

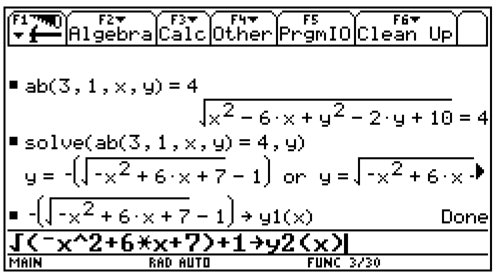
.

Wir zeichnen jetzt beliebige Kreise.
Sei der Mittelpunkt M(3/1) und der Radius r=4.
Auch hier wird der Satz von Pythagoras verwendet. Für einen Punkt P(x/y) des Kreises gilt:

$$(x-3)^2+(y-1)^2=4^2$$
$$(y-1)^2=16-(x-3)^2$$
$$y-1=+\sqrt{16-(x-3)^2}\ \_\text{oder}\_\ y-1=-\sqrt{16-(x-3)^2}$$
$$y=+\sqrt{16-(x-3)^2}+1\_\text{oder}\_\ y=-\sqrt{16-(x-3)^2}+1$$

Wieder ergeben sich zwei Terme für y, einen für den oberen und einen für den unteren Halbkreis.

Mit dem TI kann die Umformung natürlich auch durchgeführt werden.

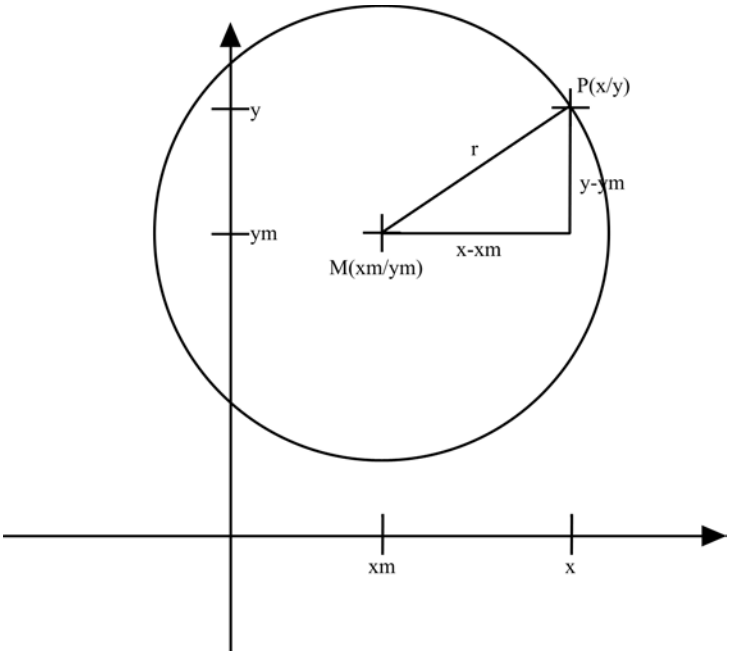


Jetzt viel Spaß bei der Erzeugung von Halbkreisbildern.

Das Koordinatenkreuz - Axes - kann unter *GRAPH _F1_Format* ausgeblendet werden.

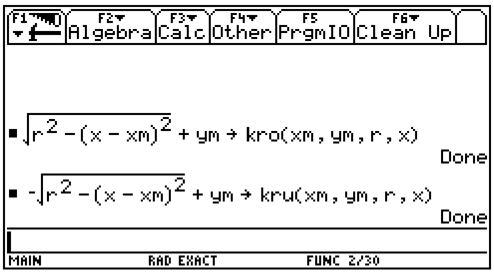
Mit Bausteinen kann man noch einfacher Kreisbilder erzeugen.

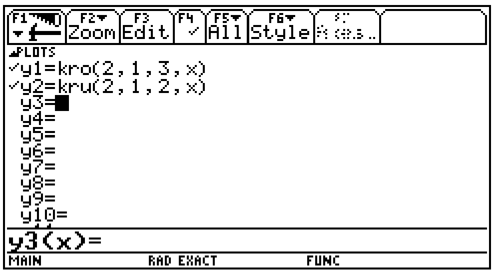
Ein Kreis im Koordinatenkreuz wird festgelegt durch die beiden Koordinaten des Mittelpunktes $M(xm/ym)$ und den Radius r. Für jeden beliebigen Punkt $P(x,y)$, der auf der Kreislinie liegt, gilt jetzt der Satz von Pythagoras. $(x-xm)^2+(y-ym)^2=r^2$. Wird diese Gleichung nach y aufgelöst, so ergeben sich zwei Gleichungen, die eine gilt für die obere und die zweite für die untere Kreislinie.



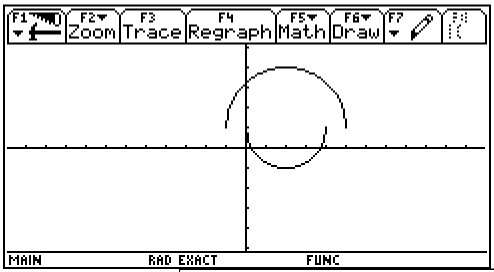
$$(x-xm)^2+(y-ym)^2=r^2$$
$$\Leftrightarrow (y-ym)^2=r^2-(x-xm)^2$$
$$\Leftrightarrow y-ym=\pm\sqrt{r^2-(x-xm)^2}$$
$$\Leftrightarrow y=\pm\sqrt{r^2-(x-xm)^2}+ym$$
$$\boxed{\begin{array}{l} y_1=+\sqrt{r^2-(x-xm)^2}+ym \\ y_2=-\sqrt{r^2-(x-xm)^2}+ym \end{array}}$$

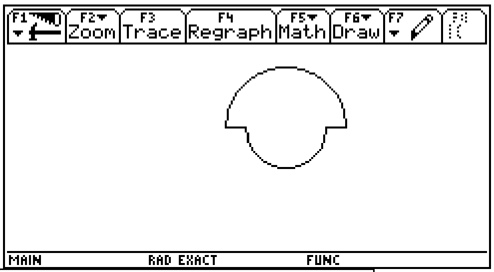
Somit lassen sich zwei Bausteine kro(xm,ym,r,x) und kru(xm,ym,r,x) definieren, die zum Anfertigen von Kreisbildern eingesetzt werden können.





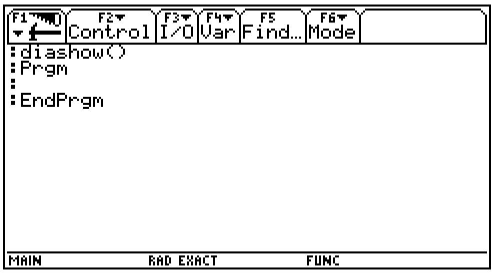
Es sollte *ZoomDec* bei *xres=1* gewählt werden. Die Koordinatenachsen lassen sich jetzt noch ausblenden. Strecken können mit dem LINE-Befehl vom HOME-Bereich aus zugefügt werden.

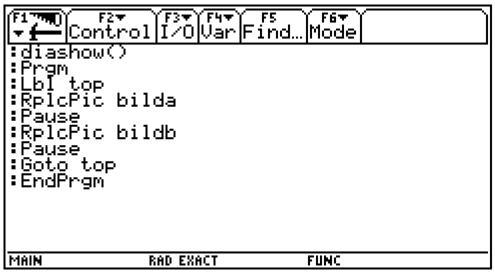




Erstellung einer **DIA-Show** für die erzeugten Halbkreisbild bzw. Kreisbilder.

Die Bilder aus dem Graphik-Bereich lassen sich im Format `picture` abspeichern: `SAVE COPY AS`. Die Namen könnten zum Beispiel `bilda, bildb` sein.
Es wird jetzt der Programmier-Editor geöffnet, ein neues Programm soll geschrieben werden. Es kann z.B. `diashow` heißen. Es öffnet sich dann das folgende Fenster.





Mit Hilfe eines Labels **`lbl`** `top` und **`goto`** `top` kann eine Endlos-Schleife erzeugt werden.
Der Befehl `Pause` ist selbsterklärend.
`RplcPic` `bilda` : Das alte Bild wird durch das neue Bild `bilda` ersetzt (replace).
Dieses Programm wird dann vom HOME-Bereich aufgerufen. Die Klammern sind mitzuschreiben. Sie sind für notwendige Parameterübergaben in ein Programm vorgesehen.
Mit **`Enter`** wird eine Pause beendet. Mit **ON** wird aus der Endlos-Schleife ausgestiegen.

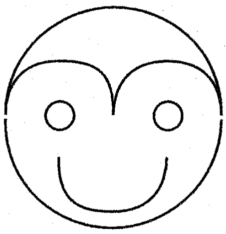
Viel Spass bei der SHOW!

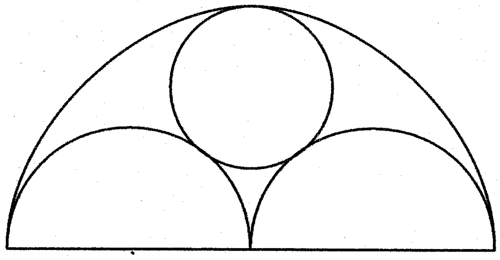
Bemerkung:

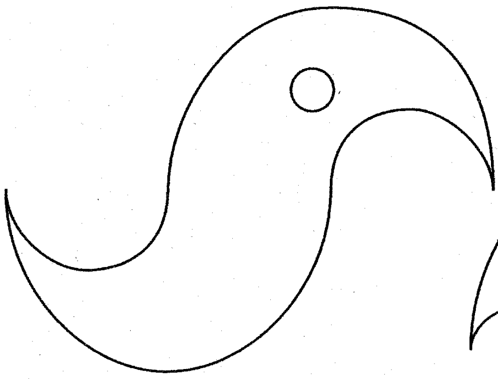
- Für manche Zwecke ist es zweckmäßig, wenn das neue Bild das vorhandene Bild ergänzt. In einer DIA-Show sollen die einzelnen Graphen einer Menge von Graphen nacheinander auf dem Display erscheinen.
- **`RclPic`** `bilda`: Das neue Bild ergänzt das vorhandenen Bild (recall).
- Die beiden Bildbefehle können auch direkt vom HOME-Bereich aus ausgeführt werden.

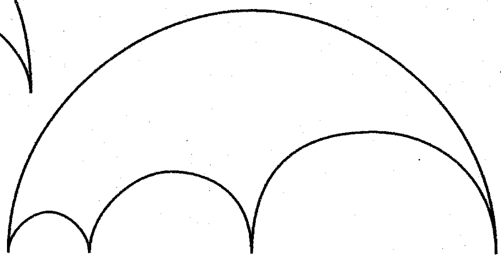
Bilder zum Nachmachen mit dem Taschencomputer
oder einem anderen geeigneten PC-Programm

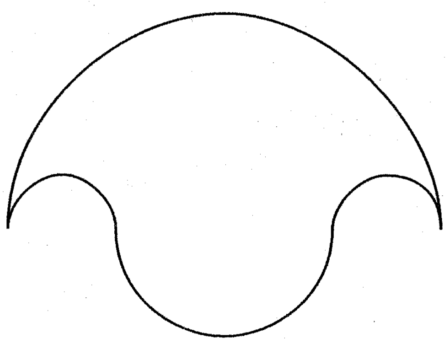
Kreisbilder

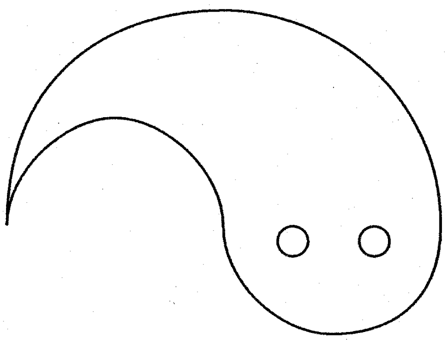


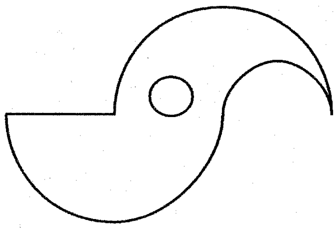












Ende des Beitrags von Günter Dreeßen-Meyer

2.3 Jahrgangsarbeiten von drei Schulen

In Berlin werden am Ende von Klasse 10 „Vergleichsarbeiten" (Jahrgangsarbeiten) geschrieben. Zur Zeit kann jede Schule eine eigene Vergleichsarbeit entwerfen, später werden zentrale Vergleichsarbeiten verbindlich. Die hier vorgelegten Vergleichsarbeiten von drei Projektschulen berücksichtigen selbstverständlich das CAS-Projekt.

A Jahrgangsarbeit der Rückert-Oberschule

Name: ________________________________ 17.Juni 2003_

Für diese Arbeit habt ihr zwei Schulstunden Zeit. Wie immer müsst ihr die Aufgaben nicht in der angegebenen Reihenfolge bearbeiten. Bitte arbeitet sauber und leserlich. *Zugelassene Hilfsmittel: TI-92 Plus und Tafelwerk*

Aufgabe 1 :

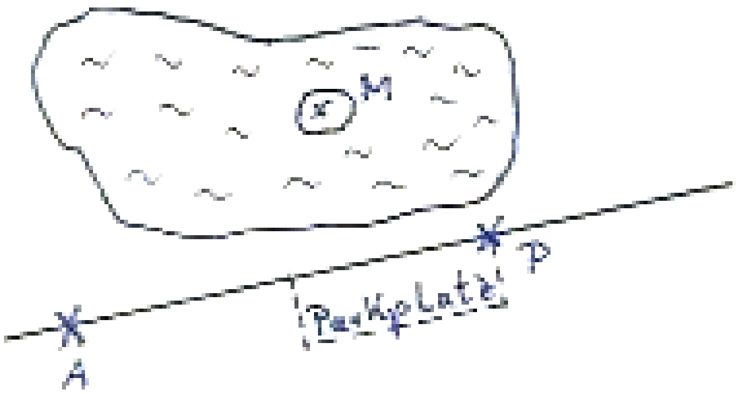
a) Löse und erkläre.

I. $4^x = 64$ II. $125^y = 5$ III. $\frac{1}{36} = 6^z$

Der Term $\frac{2\cdot\sqrt{125}}{\sqrt{5}}$ wird in ein Computeralgebrasystem eingegeben. Das System formt ihn automatisch um und gibt die Zahl 10 an. Schreibe die notwendigen Umformungsschritte auf.

Aufgabe 2 :

In einem Naherholungsgebiet soll die Insel im Mühlensee vom Parkplatz aus mit einer Kabinenseilbahn erschlossen werden.
Landvermesser haben folgende Größen ermittelt:
Die Länge der Strecke vom Punkt A bis zum Parkplatz (Punkt P) beträgt 1000 Meter.
Den Peilpunkt M auf der Insel sieht man vom Punkt A aus unter einem Winkel von 36°,
vom Punkt P aus unter einem Winkel von 42°.



a) Ergänze die Skizze um die gegebenen Größen. Wie groß ist der Winkel bei M ?

b) Berechne die Länge der geplanten Kabinenseilbahn vom Parkplatz (P) zur Insel (M).

c) In der weiteren Planungsphase kommen den zukünftigen Betreibern im Hinblick auf die Baukosten nun doch Bedenken. Sie erwägen, die Kabinenbahn dort zu bauen, wo sie die kürzest mögliche Entfernung von der Straße zur Insel überbrückt. Zeichne sie in die Skizze ein und berechne, wie lang die Kabinenbahn nun sein würde.

Aufgabe 3:
Ein Quader aus Eisen ist 13 cm lang. 8 cm breit und 4 cm hoch. Aus diesem Quader sollen Eisenkeile, deren Form quadratische Pyramiden sein sollen, hergestellt werden. Die Keile sollen eine Grundkantenlänge und eine Höhe von jeweils 4 cm haben.

a) Wie viele Keile können aus dem geschmolzenen Quader **gegossen** werden?

b) Gib den verbleibenden Abfall in Prozent an!

b) Wie viele ganze Keile könnten theoretisch aus dem Quader **herausgeschnitten** werden? Fertige eine Skizze an.

Aufgabe 4:
In der Abbildung 1 auf der letzten Seite sind verschiedene Graphen dargestellt.
Entscheide, ob die Graphen Funktionsgraphen sind und gib gegebenenfalls den Funktionstyp an.

Aufgabe 5:
Viele Zusammenhänge lassen sich näherungsweise mit einer Funktion f: $x \rightarrow a \cdot b^x$ mit $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ und $b \in \mathbb{R}^+$. Die Abbildungen 2 und 3 sind Graphen für solche Zusammenhänge.

a) Welche Informationen (Typ, Funktionsgleichung) kannst du aus diesen Abbildungen gewinnen ?

b) Für welche Vorgänge in der Natur, Wirtschaft und in den Naturwissenschaften eignen sich die Funktionen. Ordne jeweils jeder Abbildung zwei Vorgänge aus den genannten Bereichen zu.

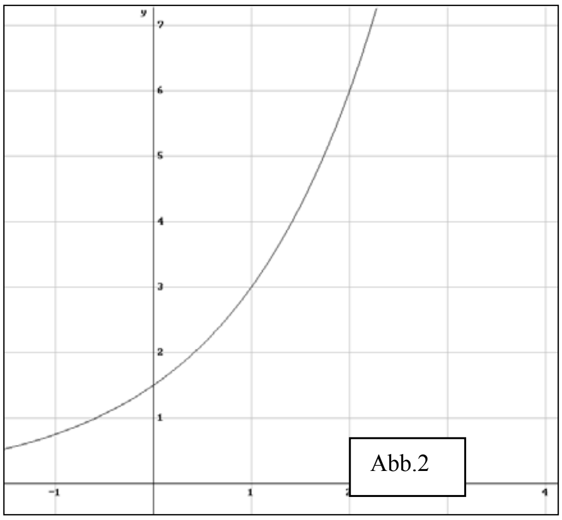


Abb.2

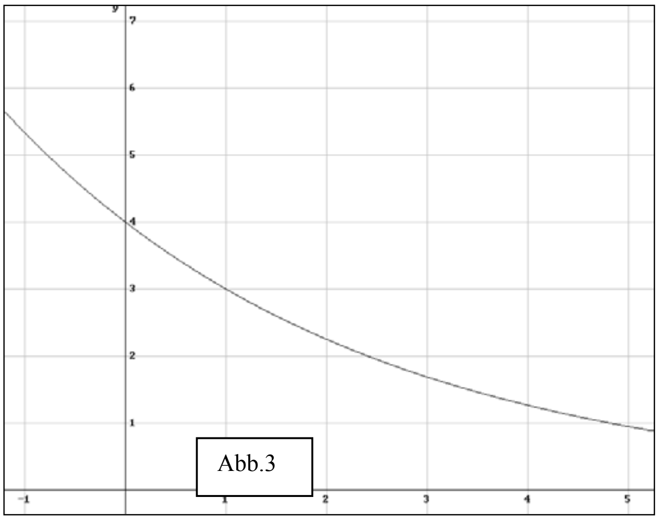
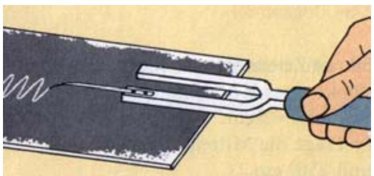
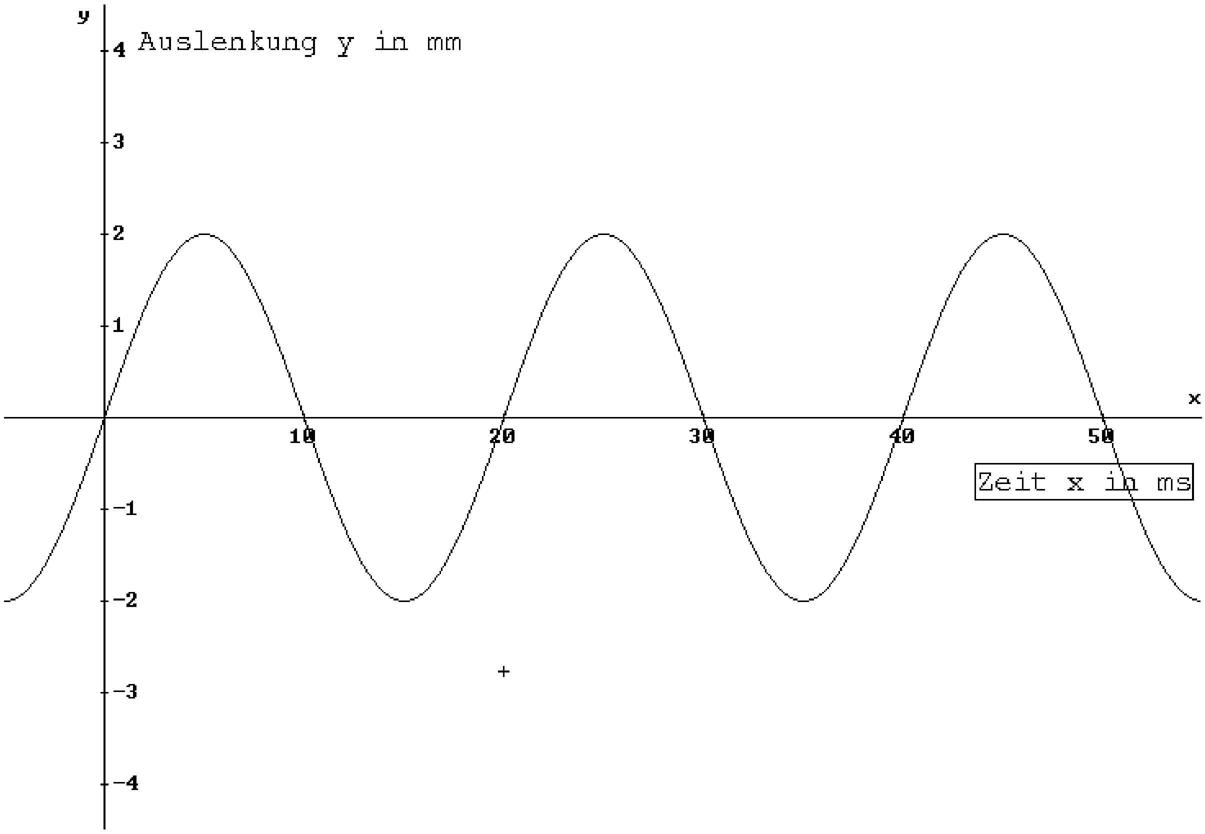


Abb.3

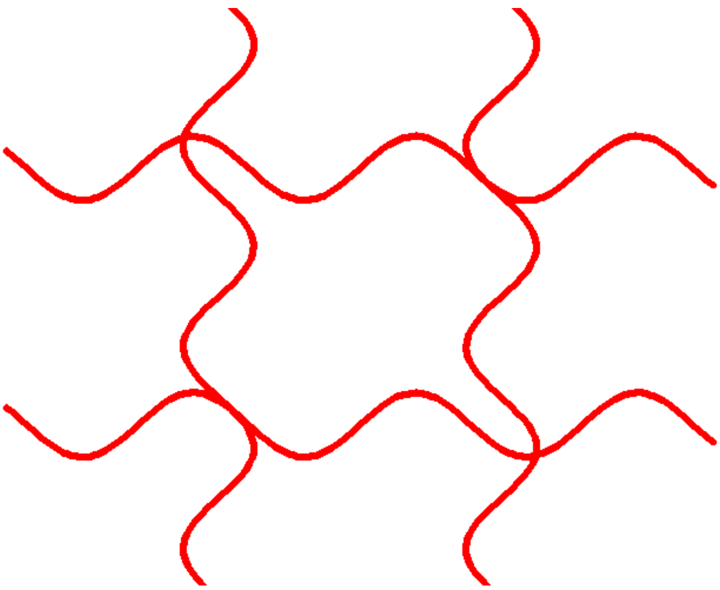
Aufgabe 6:
Mit Hilfe einer berußten Glasscheibe gelingt es die schnell ablaufenden Schwingungen einer Stimmgabel aufzuzeichnen. Die Schreibspitze hinterlässt eine gleichmäßige Wellenlinie (Abbildung 4) .



Legt man ein Koordinatensystem darunter, so erhält man folgendes Diagramm:



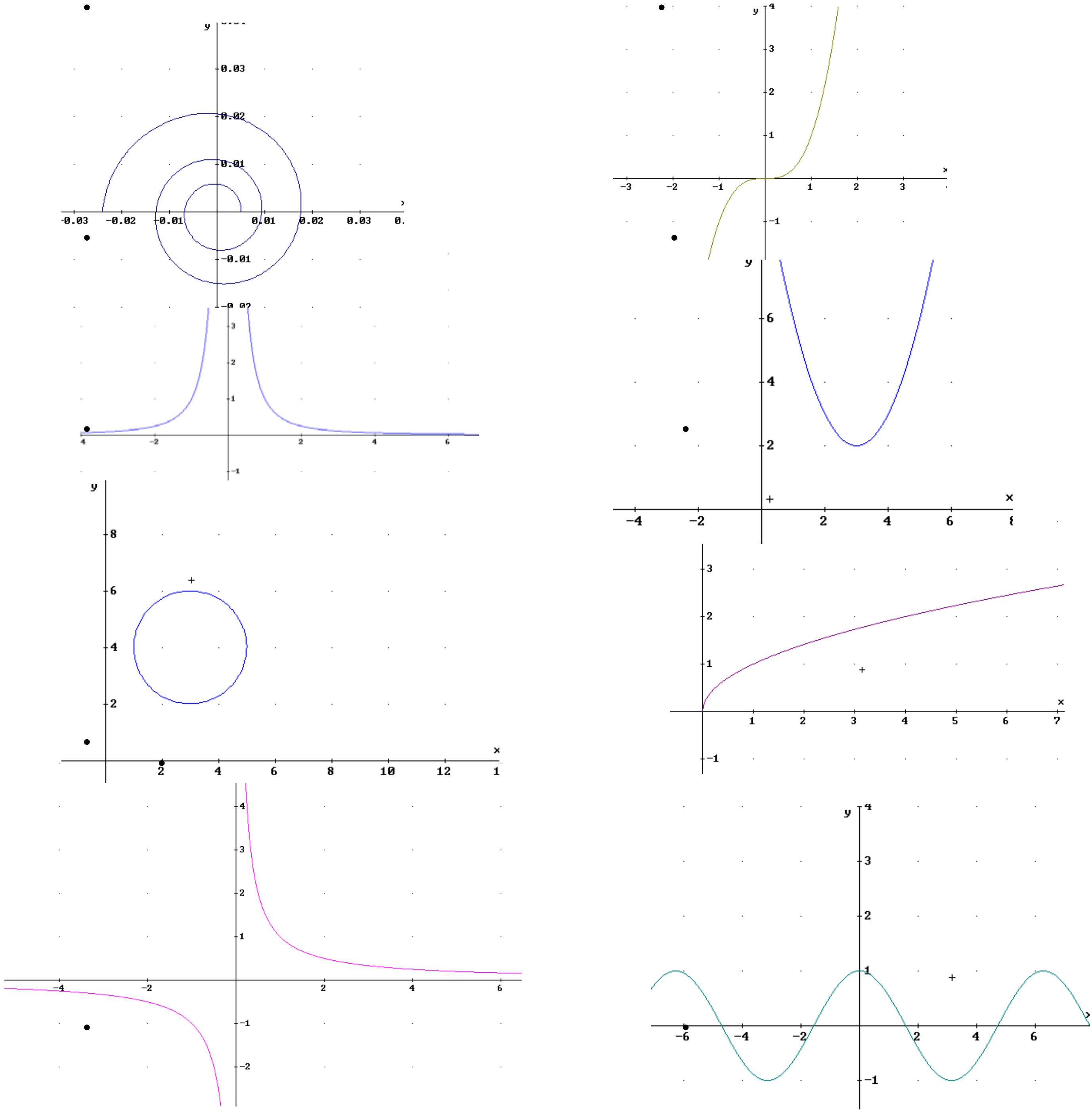
a) Gib den Wertebereich der Funktion an und bestimme die Periodenlänge dieser Funktion.
b) Wann hat die Schreibspitze den größten Ausschlag? Begründe kurz!
c) Der Graph kann durch eine Funktionsgleichung der Form f(x) = a·sin(bx) beschrieben werden.Bestimme die Koeffizienten a und b und gib die Funktionsgleichung an.
d) Innerhalb der ersten 10 Millisekunden (ms) beträgt der Ausschlag der Schreibspitze zweimal 1mm. Bestimme diese Zeitpunkte!



Impuls 6 gehört nicht zu Jahrgangsarbeit!

Impuls 6
Diese Figur nenne ich SINUS-SPINNE.
Kannst du sie mit dem TI-92 nachzeichnen?

Abbildung 1 zur Jahrgangsarbeit



Ende der Vergleichsarbeit der Rückert-Oberschule

B Jahrgangsarbeit der Martin-Buber-Oberschule

Jahrgangsarbeit Klasse 10 (E/F) 09.04.2003

Name: .... LehrerIn: ....

Bewertungseinheiten: Prozent: Note: Punkte:

.... von ....% ....

Punkte	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3
Anzahl Sch. im Kurs													
Anzahl Sch. in E gesamt													
Anzahl Sch. in F gesamt													
Anzahl Sch. E/F gesamt													

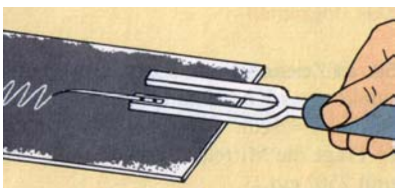
1. Gegeben sind die beiden Funktionen f und g mit

$$\mathbf{f(x) = (x+2)^2 - 1} \quad \text{und} \quad \mathbf{g(x) = 3x + 2}$$

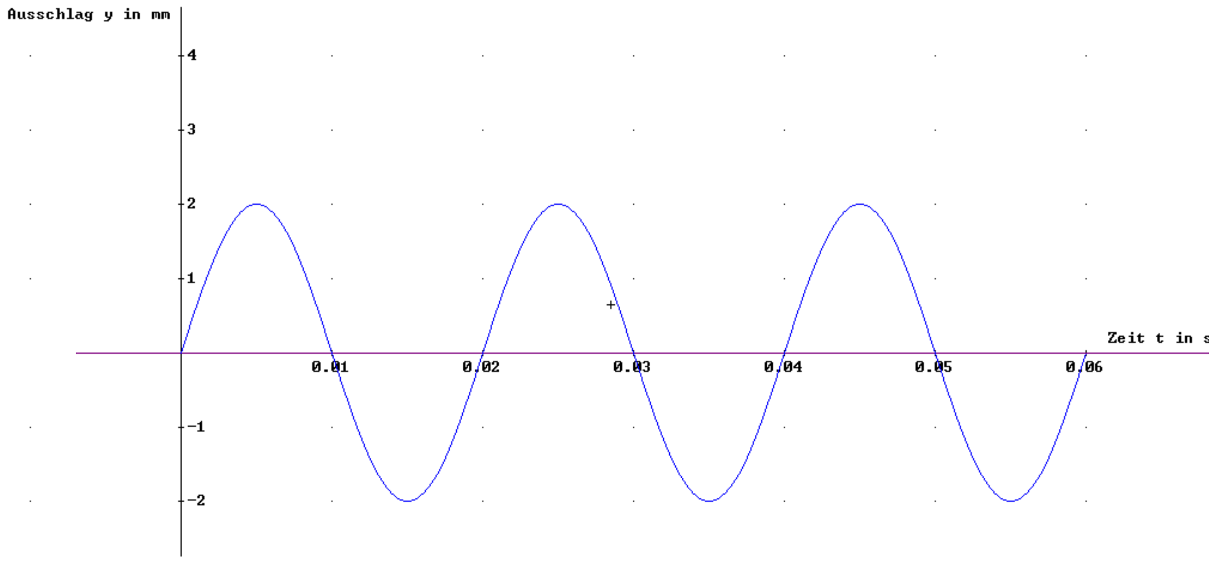
1.1. Bestimme die Nullstellen von f !
1.2. Wo schneiden sich die beiden Graphen?
1.3. Wie groß ist die Steigung des Graphen von g ?
1.4. Ist einer der beiden Graphen achsensymmetrisch zur y-Achse oder punktsymmetrisch zum Ursprung?
1.5. Wie geht der Graph von f aus dem der Normalparabel hervor?

2. Der Term $\frac{2 \cdot \sqrt{125}}{\sqrt{5}}$ wird in ein Computeralgebrasystem eingegeben.
Das System formt ihn automatisch um und gibt die Zahl 10 an.
Schreibe die notwendigen Umformungsschritte auf.

3. Mit Hilfe einer berußten Glasscheibe gelingt es, die schnell ablaufenden Schwingungen einer Stimmgabel aufzuzeichnen. Die Schreibspitze hinterlässt eine gleichmäßige Wellenlinie .



Legt man ein Koordinatensystem darunter, so erhält man folgendes Diagramm:



3.1. Gib den Wertebereich der Funktion an: ....

3.2. Bestimme die kleinste Periode dieser Funktion. ....

3.3. Wann hat die Schreibspitze den größten Ausschlag?

3.4. Zu welchen Zeitpunkten beträgt der Ausschlag der Schreibspitze 1mm?

3.5. Der Graph kann durch eine Funktionsgleichung der Form $f(x) = a \cdot \sin(bx)$ beschrieben werden. Bestimme die Koeffizienten a und b. Gib die Funktionsgleichung an!

4. Ein Quader aus Eisen ist 13 cm lang, 8 cm breit und 4 cm hoch. Aus diesem Quader sollen Eisenkeile, deren Form quadratische Pyramiden sein sollen, hergestellt werden. Die Keile sollen eine Grundkantenlänge und eine Höhe von 4cm haben.

4.1. Berechne das Volumen des Quaders.

4.2. **Fall 1:** Der Quader soll geschmolzen werden.

4.2.1. Wie viele Keile können aus dem geschmolzenen Quader gegossen werden?

4.2.2. Gib den verbleibenden Abfall in Prozent an!

4.2.3. Die Keile sollen mit einer Farbfolie beklebt werden. Wie viel Folie benötigt man für einen Keil, wenn mit 10 % Verschnitt gerechnet werden muss?

4.3. **Fall 2:** Die Keile sollen aus dem (festen) Quader herausgeschnitten werden! Wie viele ganze Keile könnte man so erhalten? Fertige eine Skizze an.

Ende der Jahrgangsarbeit der Martin-Buber-Oberschule

C Jahrgangsarbeit der Paul-Natorp-Oberschule

Es handelt sich hierbei um unsere Jahresabschlussarbeit, die in zwei Klassen mit einem Durchschnitt von 2,2 und 2,3 und in der dritten Klasse einen Schnitt von 3,? eigentlich sehr zufriedenstellend ausgefallen ist.

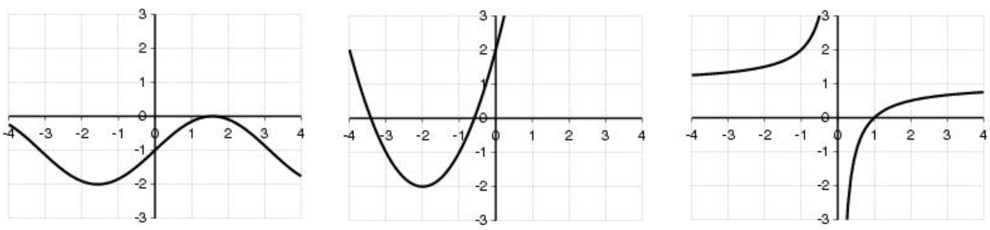
Jahresarbeit Klasse 10 **(13. 06. 2003) Gruppe B**

1. Rechne von Hand.
   a) $2^3 - 2^{-2}$
   b) $2^2 - 4^{-1} - 4^{0,5}$
   c) $\log_{10}(100) + \log_{10}(0{,}01)$

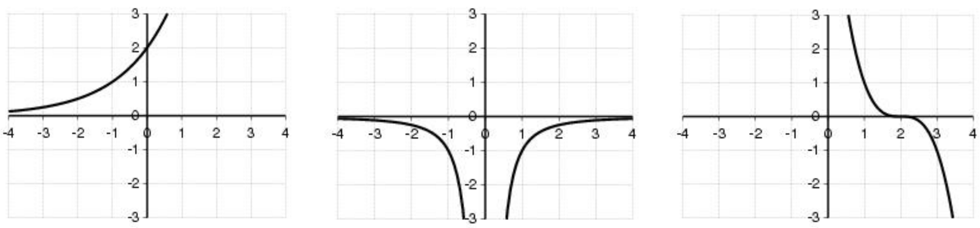
2. Berechne jeweils die fehlenden Seiten und Winkel der Dreiecke:
   a) $\alpha = 60°$; $\gamma = 90°$; $c = 6$ cm
   b) $\alpha = 60°$; $b = 4$ cm ; $c = 6$ cm

3. Eine Grippe breitet sich in einer Großstadt exponentiell aus. Die Zahl der ursprünglich 350 Kranken Menschen verdoppelt sich nach vier Tagen.
   a) Stelle die Wachstumsgleichung auf.
   b) Wie viele Personen sind nach 14 Tagen krank?
   c) Nach wie vielen Tagen sind 10 000 Personen erkrankt?

4. Ordne die drei Funktionsgleichungen einem Graphen zu und gibt für die restlichen drei Graphen eine geeignete Funktionsgleichung an.
   a) $y1 = 2 \cdot 2^x$
   b) $y2 = -(x-2)^3$
   c) $y3 = (x+2)^{2\,-}\,2$



(1) (2) (3)

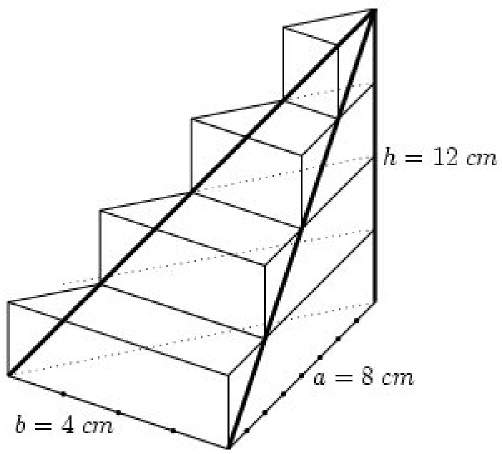


(4) (5) (6)

5. Ein Sektkelch hat die Form eines umgekehrten Kreiskegels (Höhe h = 10 cm; Durchmesser d = 8 cm) .
   a) Berechne das maximale Füllvolumen (randvoll) in cm³.
   b) Bei welcher Füllhöhe ist das Glas volumenmäßig zur Hälfte gefüllt ?

6. Gegeben ist eine Pyramide mit rechtwinkliger, dreieckiger Grundfläche. Die Spitze befindet sich senkrecht über einem Eckpunkt.
   a) Gib die Seitenkanten der 4 Treppen an. (ohne Begründung)

b) Berechne das Volumen der äußeren Treppe im Heft.
c) Stelle eine Formel für V(n) mit beliebigen Seitenkanten a, b und h auf und berechne damit V(100) für die angegebenen Seitenlängen.



Ende der Vergleichsarbeit der Paul-Natorp-Oberschule

2.4 Aus der CAS-Arbeit im Fachseminar Mathematik

Das Fachseminar Mathematik an der Paul-Natorp-Oberschule unter der Leitung von Dr. K. Meyfarth hat auch im zweiten Jahr aktiv am TI-92-Projektes mitgearbeitet Jeden Dienstag nehmen die 12 Referendare am Unterricht der Klasse 10a der Paul-Natorp-Oberschule teil, wobei entweder Dr. Meyfarth oder einer der Referendare unterrichtet.

Zusätzlich haben die Referendare im Rahmen des SINUS – Projektes im Schuljahr 2002/3 an Fortbildungsveranstaltungen für den TI-92 und über das Geometrieprogramm GEONEXT teilgenommen. Hierbei konnten dann die Vorteile und Nachteile der Arbeit mit GEONEXT im *PC-Raum* oder mit dem TI-92 im *Klassenraum* besprochen werden. Dabei wurde festgestellt, dass die Arbeit mit Geometrieprogrammen am PC wegen des großen Bildschirms sinnvoller ist, dass aber für algebraische und graphische Betrachtungen der TI-92 von ausreichender Größe ist. Insbesondere wurde der Vorteil herausgestellt, dass der TI-92 jederzeit im Klassenraum verwendet werden kann und auch für die Hausaufgaben problemlos zur Verfügung steht.

Als Konsequenz aus der Arbeit mit dem TI-92 im Fachseminar Mathematik hat sich ergeben, dass mehrere Referendare das **Ausleihverfahren von TI** für vier Wochen für ihre Schulen in Anspruch genommen haben:

- Herr Schacher hat den TI-92 in der 8. Klasse der Freiherr-vom-Stein – Oberschule für die Einheit über Lineare Gleichungen eingesetzt, aus der sich seine Staatsexamensarbeit ergeben wird.

- Herr Zimmerschied verwendet den TI-92 in der 11. Klasse bei der graphischen Darstellung von Funktionen. Seine Staatsexamensarbeit hat er im Wahlpflichtfach der 9. Klasse in Geometrie mit GEONEXT geschrieben.

- Herr Andrees hat den TI-92 in der 11. Klasse bei den trigonometrischen Funktionen im Rahmen seiner Staatsexamensarbeit eingesetzt. Das Inhaltsverzeichnis seiner Arbeit zeigt die große Breite und Tiefe seiner Untersuchung:
  1. Einleitung
  2. Rechnereinsatz im Mathematikunterricht
     - 2.1 Die Bedeutung des Rechners für eine Neugestaltung des MU
     - 2.2 Technische Aspekte des Rechnereinsatzes
     - 2.3 Didaktische Aspekte des Rechnereinsatzes
     - 2.4 Methodische Aspekte des Rechnereinsatzes
     - 2.5 Allgemeine Probleme des Rechnereinsatzes
     - 2.6 Forderungen des Rahmenplanes
  3. Planung und Durchführung der Unterrichtsreihe ...
  4. Darstellung und Analyse ausgewählter Unterrichtsstunden
     - 4.1 Bedeutung der Parameter in f(x)=a*sin(x-c) unter dem Aspekt ihrer experimentellen Herleitung mit dem TI92 (6. Stunde)
     - 4.2 Die Sinusfunktion in Alltagsprozessen unter dem Aspekt ihrer graphischen Veranschaulichung mit dem TI92 (8. Stunde)
     - 4.3 Einschränkung des Definitionsbereiches bei Sinusfunktionen mit dem TI92 (10. Stunde)
     - 4.4 Test
     - 4.5 Schülerfragebogen
  5. Gesamtanalyse
  6. Literaturverzeichnis

Herr Zimmerschied und Herr Andrees haben am 17. Mai 2003 auf dem Berliner Tag der Mathematik an der Technischen Fachhochschule TFH vor etwa 50 Lehrern über ihre Erfahrungen mit dem TI-92 und mit GEONEXT mit großem Erfolg vorgetragen.

> In allen Fällen hat sich gezeigt, dass nicht nur die Schüler zusätzliche Kompetenzen erworben haben, sondern dass auch die Kollegen und die Schulleitungen auf die CAS-Rechner und auf GEONEXT aufmerksam gemacht wurden.

Die Arbeit mit den TI-92 wird in der 11. Klasse der Paul-Natorp-Oberschule und damit auch im Fachseminar fortgesetzt.

Impuls 7
Geometrische Objekte aus dem Unterricht in den Klassen 9 und 10 und ein Bildvergleich. – Schreibe einen mathematischen Aufsatz

2.5 Umfrage bei den ProjektlehrerInnen am Ende des Projekts

Dr. Eberhard Lehmann
mirza@snafu.de

Fragebogen nach Ende des Berliner CAS-Projekts-Klasse 9/10
Name: ....

1) Wie beurteilen Sie die Schülerakzeptanz des TI-92 über die zwei Jahre hin?

2) Sehen Sie Unterschiede bei Jungen und Mädchen?

3) Wie geht es mit Ihrer Klasse bzgl. des Rechnereinsatzes weiter?

4) Was hat sich an Ihrem Unterrichtsstil durch den nun zweijährigen TI-Einsatz geändert?

5) In welcher Unterrichtseinheit hat sich der CAS-Einsatz besonders bewährt?
Klasse 9, Grund:
Klasse 10, Grund:

6) In welcher Unterrichtseinheit hat sich der CAS-Einsatz am wenigsten bewährt?
Klasse 9, Grund:
Klasse 10, Grund:

7) Falls Sie KollegInnen Ihrer Schule den Rechnereinsatz empfehlen würden: Welche Tipps würden Sie ihnen geben?

8) Würde Ihrer Meinung nach ein grafischer Taschenrechner ausreichen oder würden Sie auf ein CAS bestehen?
Grund:

9) Wie schätzen Sie den TI-Einsatz bei Klassenarbeiten ein?

10) Sonstige Bemerkungen zum Projekt:

Besonders wichtig für die Unterrichtspraxis von CAS-Anfängern ist die Einschätzung der ProjektlehrerInnen zu Frage 7.

Die folgenden Antworten stammen von:
Susanne Diesing, Simone Enzenroß, Günter Dreeßen-Meyer, Walter Gussmann, Hannelore Harnischfeger, Dr. Konrad Meyfarth, Angelika Reiss und Walter Stoss

1) Wie beurteilen sie die Schülerakzeptanz des TI-92 über die zwei Jahre hin?

- 50:30:20 Die Hälfte der Schüler findet den TI okay, würden auch gern weiter damit arbeiten, auch wenn er ihnen zu groß und manchmal zu unpraktisch in der Bedienung erscheint. 30 % sind ambivalent, finden ihn besser als einen Taschenrechner, weil sie sich besser kontrollieren können, haben aber auch Probleme im Umgang, weil sie zu wenig üben. 20% lehnen ihn einfach ab.

- In meinem E-Kurs unterschiedlich. Je schwächer die Schüler, desto skeptischer waren sie. (Ausnahmen bestätigten die Regel) Allerdings gab es auch Fehler bei der Einführung des TI. Heute wüsste ich, was ich auf jeden Fall anders machen müsste und auch im nächsten Schuljahr anders machen werde! (falls du mehr dazu wissen willst, sag Bescheid).
- Die SchülerInnen meiner Gruppe haben ein positiveres Verhältnis zur Mathematik entwickelt. Mathematik ist nicht mehr nur Rechnung, sondern auch Experimentieren und mehr Argumentieren. Auch wenn es den Schülern unserer Schule schwer fällt. Gruppenarbeit steht höher im Kurs.
- Anfangs waren die Schüler skeptisch (2/3 dagegen). Am Ende waren fast alle dafür (>90%)
- Gut.
- In meiner 10a ist die Akzeptanz sehr groß. Die Schüler wollen unbedingt in der 11. Klasse weitermachen und dafür auch 20 Euro Leihgebühren bezahlen.
- Akzeptanz wird u. a. deshalb größer, da auch der Nutzen für andere Fächer deutlicher wird.
- Da ich diesmal keine Umfrage unter den Schülern durchgeführt habe, kann ich nur Vermutungen äußern, die sich auf einzelne Beobachtungen stützen. Es ist eine wachsende Akzeptanz bei allen Schülern zu erkennen, die Anfangsprobleme in der Bedienung sind überwunden. Es kamen in letzter Zeit nur noch sehr wenige neue Tastenkombinationen hinzu. Leistungsstarke Schüler sprechen sich eindeutiger für den TI aus.

2) Sehen sie Unterschiede bei Jungen und Mädchen?

- Fast alle Jungen finden den TI ganz gut, bei den Mädchen sind es komischerweise eher die schwachen Schülerinnen, die gern damit arbeiten.
- Die gab es schon, aber nicht sehr ausgeprägt. Jungen waren froh, dass sie nicht mehr so viel selber zeichnen mussten und gingen freier an die „Technik“ heran. Mädchen probieren nicht so frisch und frei herum. Ausnahmen bestätigen...
- Nein.
- Die Motivation war bei den Jungen deutlich größer als bei den Mädchen.
- Nö.
- Ein paar Mädchen sind etwas reservierter, alle begrüßen aber die zusätzlich gewonnene Medienkompetenz.
- Eigentlich wenig; nur „echte Freaks“ sind nur bei Jungen anzutreffen.
- Nein.

3) Wie geht es mit ihrer Klasse bzgl. des Rechnereinsatzes weiter?

- Die 10.Klassen werden aufgelöst und neu zusammengesetzt, Mathelehrer wechselt, kein weiterer Einsatz wahrscheinlich. Ich selber habe nächstes Jahr eine 7.Klasse und meinen GK in 13 – ohne Rechner.
- In Klasse 11 wird der TI flächendeckend eingesetzt – auch die Aufbauschüler von der Realschule werden herangeführt, 4 neue Kollegen und ich werden mit dem TI bzw. VOYAGE 200 in unseren fünf 11.Klassen unterrichten. Johanna wird den Profilkurs übernehmen.
- Wir werden den Rechner im kommenden Jahr weiter in 10 einsetzen.
- Fortführung in Klasse 11-13
- Wir machen in 11 weiter – das wird bis zum Abitur so bleiben.
- In der 11. Klasse geht es weiter, alle drei Klassen machen mit, wir Lehrer auch.
- Ich setze den TI in der E-Phase ein. 10 Schüler verlassen die Klasse 10b (Repetenten, Auslandsaufenthalte), ich erwarte Neuzugänge. Es stellt sich die Frage nach der Heranführung der neuen an den TI-Einsatz. Inzwischen denke ich auch an den Einsatz in der SEK II.

4) Was hat sich an ihrem Unterrichtsstil durch den nun zweijährigen TI-Einsatz geändert?

- Eher durch die verstärkte Zusammenarbeit mit Cordula. Wir werden auch nächstes Jahr in der 7. Klasse zusammenarbeiten. Ich habe mehr Gruppenarbeit und mehr eigenständiges Lernen anstelle von Frontalunterricht machen lassen; ein bisschen Klippert eben!
- Überall, wo Funktionen auftauchen, gab es gravierende Änderungen (und wo tauchen sie nicht auf?)! Der Funktionsbegriff als solcher wird deutlicher. Parameter und deren Bedeutung können schnell und effizient selbst E-Schülern nahe gebracht werden (in der Sek I bisher kaum oder nur

mit hohem Zeitaufwand möglich ohne PC/TI). Funktionale Abhängigkeiten können schnell graphisch veranschaulicht werden – z.B. Radius-Kugeloberfläche. (OK – das war mehr inhaltlich).
Unterrichtsstil: Verstärkt wurde
- Schüler helfen Schülern (auch ohne meine Anweisung),
- Arbeiten mit Fehlern („Display an Wand"),
- offene Aufgabenstellung wurde erleichtert (viele unterschiedliche Zugangsmöglichkeiten: Graph, Tabelle, CAS) (aber offene Aufgaben als solche waren auch so schon bekannt),

- Mehr Gruppenarbeit, mehr Präsentation von Ergebnissen, mehr Eigenverantwortung der Schüler für ihren Lernerfolg.
- Methodisch hat sich sehr wenig geändert, weil ich schon früher auf starke Selbstständigkeit der Schüler gebaut habe.
- Offenerer Unterricht, komplexere Beispiele.
- Mehr Mathematik – weniger rechnen.
- Der Unterricht ist mehr von Diskussionen geprägt, da mehr experimentiert wird.
- Ich kann mich öfter zurücknehmen, da es viele Gelegenheiten gibt, bei denen der Schüler Experte ist. Anwendungsorientierte Aufgaben und viel und ausführliches und sauberes Formulieren rückt in den Mittelpunkt.
- Die Aufgabenstellung ist offener geworden, ein klassisches Üben des Kalküls kommt in den Hintergrund. Schülerpräsentationen werden häufiger (Display). Ein Schülervorrechnen an der Tafel gab es kaum noch, es werden Ergebnisse präsentiert. Das Lernen vom Mitschüler findet in der Kleingruppe statt. Die behandelten Aufgaben sind mehr an der Rechnerlösung orientiert.

5) In welcher Unterrichtseinheit hat sich der CAS-Einsatz besonders bewährt?

- Klasse 9: Lineare Gleichungen; Pythagoras
  Grund: 1: Graphisches Lösungsverfahren schnell einsichtig; daraus sich ergebende Einsicht, dass man es auch ausrechnen können müsste; rechnerisch durch den TI-Einsatz schnelle Lösungen; mehr Zeit, um aus der Art der Gleichungen auf die Lösungen zu schließen.
  Grund 2: Bausteineinsatz, dadurch auch Zeitersparnis auf der Rechenseite, Gewinn für das Erkennen von Unterschieden und Lösungsmöglichkeiten.
  Klasse 10: Trigonometrie. Grund: Verbindet etwas das Obengesagte.

- Klasse 9: Lineare Gleichungssysteme, quadratische Funktionen und Gleichungen
  Grund: siehe 4).
  Klasse 10: Trigonometrische Funktionen, Potenzfunktionen, Exp.funktionen
  Grund: siehe 4).

- Klasse 10: Trigonometrie, überhaupt Funktionen.
  Grund: Zusammenhang Graph/Funktion kann deutlicher gemacht werden.

- Klasse 9: Parabeln und quadratische Gleichungen.
  Grund: Ausführlicher Vergleich zwischen Lösung von Gleichungen und geometrischer Bedeutung als Nullstellen, Symmetrie der Nullstellen zur x-Koordinate des Scheitelpunktes.

- Klasse 9: LGS, Quadr. Funktionen, Grund: Veranschaulichung.
  Klasse 10: Pot. Funkt., Trig. Funkt., Expo. Funktionen, Grund:Veranschaulichung (Graphik).
  Klasse 10: Körper: Pyramide, Kegel, Kugel, Grund: Approximationen, Summenformeln (CAS).

- Klasse 9: LGS (Grafikfähigkeit), Grund: Kreis (Grafik- und CAS-Fähigkeit).
  Klasse 10: Volumen (Ausnutzung der CAS-Fähigkeit), Grund: Funktionen (Grafikfähigkeit), insbesondere Expon. / Log. Funktion

- Klasse 9: Quadratische Gleichungen und Funktionen.
  Grund: Beliebiges Zeichnen von Graphen; durch leichten Wechsel zwischen Graphen einerseits und Term, Gleichung, etc. andererseits können die Zusammenhänge viel vielfältiger und einprägsamer deutlich werden.

- Klasse 9: LGS
  Grund: Veranschaulichung der linearen Funktionen; Bedeutung der Lösung wird mit Hilfe des Graphikbildschirms deutlicher; es wird nicht einfach nur ein bzw. drei Verfahren gelernt, sondern das Verständnis wächst.
  Wurzeln, Heron: Das Näherungsverfahren ist mir sehr wichtig. Der Rechner erlaubt einen guten, schnellen Zugang.
  Pythagoras: Der Abstand zweier Punkte (auch im Raum) mit praktischen Aufgaben (z.B. Elfmeter ins linke obere Eck, „Fangzeit" des Torwarts?).
  Klasse 10: Funktionen
  Grund: Anschaulichkeit, tieferes Verständnis.
  Volumina, Summenformel und Grenzwertbestimmung, Einschachtelungsverfahren durch Treppenkörper

6) In welcher Unterrichtseinheit hat sich der CAS-Einsatz am wenigsten bewährt?

- Klasse 9: Bei der Einführung der reellen Zahlen, bei der Wurzelrechnung.
  Grund: Muss man einfach ein bisschen üben.
  Klasse 10: Potenzrechung, Grund: s.o.

- Klasse 9: Wurzeln, Pythagoras, Grund: nicht schädlich, aber keine wesentlichen Vorteile..
  Klasse 10: Potenzgesetze, trigon. Berechnungen (am Dreieck), Körperberechnungen.
  Grund: siehe Klasse 9.

- Klasse 9: Sachrechnen, Grund: Der Rechner wurde nur als TR benutzt.

- Klasse 9 : Einführung reeller Zahlen, Grund: Wenig sinnvolle Nutzung.
  Klasse 10 Potenzrechnung, Grund: Anzeige oft verwirrend.

- Klasse 9: Strahlensätze, Grund: Keine Veranschaulichung.
  Klasse 10: Trigon. Berechnungen, Grund: Weniger Veranschaulichung.

- Klasse 9: Zentrische Streckung, Strahlensätze.

- Klasse 9: Strahlensätze, Grund: Ich habe keine geeignete Themenstellung gefunden. Klassisch unterrichtet. Wurzelgesetze, Grund: CAS formt teilweise merkwürdig um! Verwirrt eher, ist mit den Gesetzen nicht begründbar.
  Klasse 10: Sinus- und Kosinussatz, Grund: Keine geeigneten Aufgaben.

Zusammenfassung:

Eignung von Gebieten für CAS-Einsatz	Geeignete Gebiete (überwiegend übereinstimmende Meinungen)	Weniger geeignete Gebiete (überwiegend genannt)
Klasse 9	LGS, Wurzeln (Heron), Pythagoras (Abstand von Punkten), quadratische Gleichungen und Funktionen	Einführung in reelle Zahlen, Strahlensätze, zentrische Streckung
Klasse 10	Funktionen, Trigonometrie Volumina: Einschachtelung mit Treppenkörpern, Summenformeln, Grenzwertbestimmung	Potenzrechnung

7) Falls Sie KollegInnen Ihrer Schule den Rechnereinsatz empfehlen würden: Welche Tipps würden Sie ihnen geben?

Wichtige Tipps für den ersten Taschencomputereinsatz!

- Gut überlegen, wann man damit anfängt und genügend Zeit für eine Art Einführung einrechnen. Die Schülern müssen Spaß am Üben haben, aber auch den Sinn, d.h. auch die Arbeitserleichterung erkennen. Bei den linearen Gleichungssystemen ging das gut!
- Entscheidend ist der Start: Nicht zu viel auf einmal; gleich klar machen: es geht auch ohne TI, aber ICH verlange, dass du damit umgehen kannst! Extra zu Beginn: Einführung in den TI mit anschließendem Test!!! (damit Bedeutung gleich den Schülern klar ist!).
- Sinnvoller TI-Einsatz ist mehr als sein Einsatz als TR. Die Unterrichtsform, der Unterrricht selbst muss geändert werden. Mehr Experimenten, mehr Probieren, mehr Gruppenarbeiten etc.
- Zusammenarbeit mit Kolleginnen in Parallelklassen, Lösungswege nicht einengen, alle Methoden akzeptieren.
- Am Anfang sich Zeit nehmen, damit das Handling des Rechners klar ist.
- Im Unterricht streng darauf achten, dass der Rechner in 2/3 des Unterrichts geschlossen zur Seite gelegt wird, damit das Arbeiten mit Papier und Bleistift nicht verlernt wird. Es besteht insbesondere bei den Jungen die Gefahr, einfach zu experimentieren und zu spielen.
- Nicht auf Vorrat lernen; nicht sofort gleich den Rechner an allen Stellen und mit allen Möglichkeiten einsetzen zu wollen; Erwartungen an die Dokumentation z. B. an Beispielen deutlich machen und konsequent einfordern; Rechner auch in Klassenarbeiten etc. zulassen;
  Eltern einbinden.
- Vermeidet Anfängerfehler! (z.B. zur Gruppe sprechen und nicht jedem einzeln erklären.)
  Kein Vorratslernen! Klare Erläuterung und Notieren der verwendeten Befehle. Plant Zeit für das Üben des Rechnergebrauchs ein. Nicht krampfhaft den Rechnereinsatz in jeder Unterrichtseinheit forcieren!

8) Würde Ihrer Meinung nach ein grafischer Taschenrechner ausreichen oder würden Sie auf ein CAS bestehen?

- Wenn man nicht durchgängig mit dem TI-92 arbeiten kann, weil er zu teuer ist, stellt sich schon die Frage, ob ein graphischer T. nicht reicht. Schöner fände ich den TI-92, weil man auch in der Oberstufe weniger Zeit für die langen Rechnungen braucht und mehr Zeit für die Diskussion der Ergebnisse hätte.
- In E-Kursen grafisch ausreichend, in F-Kursen und ab Klasse 11 CAS.
  Grund: E-Erfahrung: CAS wird kaum souverän genutzt, Grafiken schon!
- Eventuell schon. Gerade wenn ich mir das Buch von Herrn Heinrich im Stark-Verlag anschaue. Viele wünschenswerte Dinge sind auch damit realisierbar.
  Grund: Der Preis für das Teil ist geringer und man könnte es von den Eltern kaufen lassen.
- Grafik ist schön, CAS impliziert einen anderen Unterricht
  Grund: Die S. müssten mind. grafikfähige Rechner erhalten. Mit CAS können neue Aspekte betrachtet werden (allg. Verfahren werden gelernt, die auf neue Probleme übertragbar sind).
- CAS ist netter, aber ein Grafikrechner tut's auch.
- Wenn die Schüler den Rechner selbst kaufen müssen, halte ich in der Mittelstufe den grafischen Rechner für ausreichend. Nun, der VOYAGE 200 ist kleiner und handlicher, der TI-92 war eigentlich noch für den Alltag zu groß, weil die Schüler ihn ja täglich transportieren sollen.
- Auf CAS bestehen; so kann man z. B. mit einem Graphikrechner nicht die Wurzelgesetze entdekken lassen; man müsste bei Anwendungen wieder „schöne" Zahlen nehmen, etc.
- Man kann den Eltern nur den Kauf eines Rechners zumuten (bisherige Empfehlung: CASIO FX-85 WA, das Preisleistungsverhältnis stimmt). Wenn mehr Geld investiert werden soll, dann ein CAS oder ein Notebook mit Derive! Bausteine stehen bei den Überlegungen im Vordergrund; sehr schön auch die Approximation.

9) Wie schätzen Sie den TI-Einsatz bei Klassenarbeiten ein?

- Wenn man ihn benutzt hat, gut. Man muss eben die Aufgabenstellung ändern.
- Problemlos – wie im Unterricht. (Voraussetzung: der Schüler arbeitet *immer* mit dem TI – auch bei Hausaufgaben...).
- Bei einer Änderung der Aufgabenstellungen ist der Rechner sinnvoll.
- Hilfreich, wenn bei der Aufgabenstellung die Arbeitsaufträge ganz eindeutig formuliert sind (was ist im Heft von Hand zu rechnen, wo darf der TI eingesetzt werden). Zuvor muss die Protokollierung geübt werden.
- Man muss die Aufgabenstellung danach richten.
- Unsere Klassenarbeiten beinhalteten so wie der Unterricht den Einsatz nur etwa zu 1/3 des Umfangs, war aber auf jeden Fall sinnvoll und nötig.
- Dringend notwendig.
- Der TI-Einsatz bedingt andere Aufgaben. In unseren Arbeiten war er bei einem Drittel der Aufgaben wirklich sinnvoll. Die Lösung durch das CAS muss auf das Schülerverständnis überprüft werden.

10) Sonstige Bemerkungen zum Projekt:

- Hat irgendwie Spaß gemacht, konnte aber nicht so viel Zeit investieren, wie ich gern wollte, werde den TI-92 auch später noch einsetzen. Ich habe zum Teil Nützliches auf den Sitzungen erfahren, aber sie waren auch manchmal zu lang.
- Ein DICKES DANKE für die Rechner und DEINEN Einsatz!!! Sonst würden wir heute noch nicht ahnen, welche Möglichkeiten sich dadurch für den Unterricht und damit letztendlich für den Schüler eröffnen. Wir haben jetzt „laufen gelernt" und sind nun bereits Trainer für andere Kollegen. 2 Jahre Begleitung reichen aus.
- Das Projekt hat viel gezeigt. Der Einsatz ist in F/E-Kursen sinnvoll und möglich, auch in GS mit problematischer Zusammensetzung. So haben wir auch beschlossen, dass die Rechner in der SEKI verbleiben und alle zwei Jahre im 9. und dann im 10. Jahrgang eingesetzt werden. Die Zusammenarbeit mit KollegenInnen aus anderen Schulen und Schultypen ist immer eine Bereichungen für das eigene Schulleben.
- Angenehme Atmosphäre (in der Klasse, Gruppe, Team). Anreiz, sich mit neuen Themen und Unterrichtsformen zu beschäftigen, ohne zuvor Theorie pauken zu müssen.
- Wir drei Lehrer an der PNS (und auch die Referendare) haben viel beim didaktischen Einsatz zusätzlich gelernt, weil wir eng kooperiert haben. Das ist für unser Team und den Schulalltag schon ein Wert. Auch die anfänglichen gemeinsamen Sitzungen aller Teilnehmer waren sehr hilfreich, einschließlich dem wichtigen Austausch der Materialien. Insbesondere war die Anleitung durch Teamchef E. Lehmann unabdingbare Hilfe und wertvoller Motivationsschub. Besten Dank!
- Die gemeinsamen Workshops sind ausgesprochen wichtig, weil KollegInnen auf „gleichem Level" Erfahrungen austauschen, Tipps geben, etc. Dies macht Mut.
- - Gute Zusammenarbeit der PNS-Kollegen
  - Gute Tipps und Anregungen in den gemeinsamen Sitzungen (ausreichend, man ist nicht alleingelassen, die wesentliche Problemen wurden geklärt, keine überflüssige Belastung durch unsinniges Anfertigen von Papieren).
  - Ohne CidS wäre das Projekt undenkbar (keiner der Kollegen hätte vorher für die Anschaffung der TI durch Eltern oder Schule plädiert).
  - Weiterführung des CAS-Einsatzes in Klasse 9 mit zwei neuen Kollegen.
  - Einsatz des CAS im Wahlfachunterricht in 9.
  - Erhaltung und Ausbau des Grundstocks an TI-92 an der PNS.
  - Fortführung in 11 (und SEK II?).
  - Hat Spaß gemacht! Vielen Dank!

2.6 CAS-Poster – Abschluss des SINUS-Projekts

Am 29. und 30.4.2003 fand in Berlin die Abschlusstagung des fünfjährigen bundesweiten SINUS-Projekts zur Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts statt. Hierbei präsentierten die einzelnen Bundesländer ihre Arbeitsergebnisse. Das Berliner CAS-Projekt Sekundarstufe 1 hatte Platz für zwei große Poster. Diese werden im Folgenden abgedruckt.

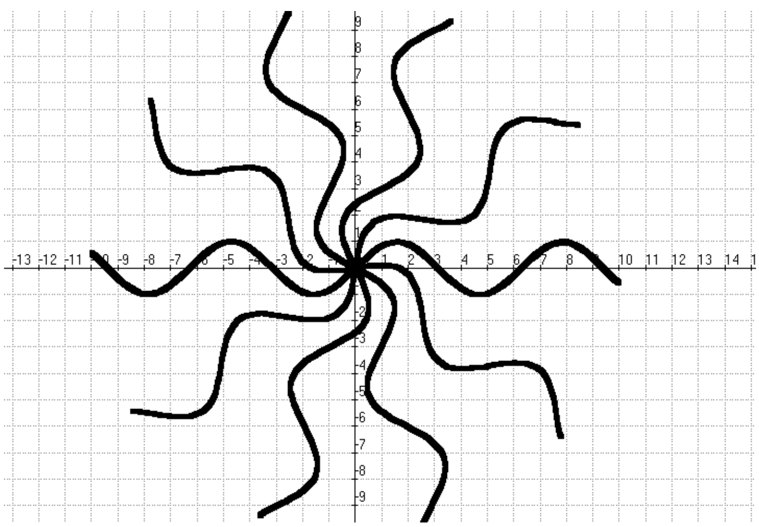
Über die Rolle des Einsatzes von Computern, insbesondere von Computeralgebrasystemen, wurden einige Einschätzungen bereits in Band 1 der Projektevaluation dokumentiert, siehe auch in Band 2, Kapitel 1. Dabei wurden die einzelnen SINUS-Module unter dem Aspekt des Computereinsatzes analysiert (Kapitel 6.1) und festgetellt:

> Insgesamt führt der Computereinsatz im Unterricht bei allen Modulen zu meist sofortigen, häufig direkt sichtbaren Rückmeldungen für den Schüler und Lehrer.

Die Sorge, dass die am SINUS-Projekt beteiligten LehrerInnen von den eigentlichen Zielen des Projekts abgelenkt werden, hat sich erwartungsgemäß als falsch herausgestellt. **Vielmehr erzwingt der Einsatz von Computeralgebrasystemen und insbesondere von Computergrafik einen veränderten, viel offeneren Unterricht mit all den wünschenswerten Folgerungen im Sinne des SINUS-Projekts.** Auch das in letzter Zeit immer mehr geforderte selbstgesteuerte Lernen der SchülerInnen wird durch Computerbenutzung erheblich gefördert.

Vier der am Berliner CAS-Projekt beteiligten Schulen arbeiteten auch beim SINUS-Projekt mit. An der dort nicht beteiligten Paul-Natorp-Oberschule wurden die Auswirkungen des CAS-Einsatzes auf die Unterrichtskultur und auf die Kooperation der beteiligten Lehrer besonders deutlich. Auch ohne direkte Teilnahme am SINUS-Programm wurden viele der dort propagierten Ziele erreicht – durch eigenständige Überlegungen und durch Blick auf das gesamte Projektteam.

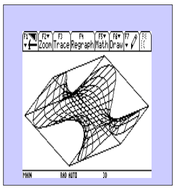
Die auf den folgenden Seiten gezeigten Poster zeigen Aktivitäten aus dem CAS-Projekt und weisen auf dadurch erreichte Unterrichtsveränderungen hin.



> **Impuls 7**
> **Nachzeichnen!**
>
> Mein Name ist
>
> *„5 Jahre SINUS-PROJEKT”*

Arbeitskreis CAS
und Dynamische Geometrie
im Mathematikunterricht

BLK-MODELLVERSUCHS PROGRAMM
Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts



Berliner CAS-Projekt-Sekundarstufe 1
Klassen 8, 9 und 10

Strukturen zur Kooperation und Kommunikation

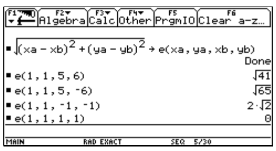
Kooperation

von Projektleitung und beteiligten LehrerInnen

Kooperation von SchülerInnen

Kommunikation

E-Mail (Informationen, Materialübermittlung), Telefon, Besuche der Projektlehrer und Projektklassen durch die Projektleitung



16 LehrerInnen, ca. 400 Schüler

Projektleitung: Eberhard Lehmann, mirza@snafu.de

Teilnehmende Schulen

Carl-von-Ossietzki-GS

Gottfried-Keller-OS

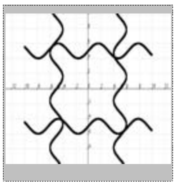
Martin-Buber-GS

Paul-Natorp-OS

Rückert-OS

BLK-MODELLVERSUCHS PROGRAMM
Steigerung der Effizienz des mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterrichts

<CAS - Weniger mechanisch rechnen - mehr verstehen>



Berliner CAS-Projekt-Sekundarstufe 1 - Klassen 8, 9, 10

So nicht mehr!

~~Aufgabe: Vereinfache den Term~~

$$\frac{(x-y)^2}{s^3\cdot t^4}\cdot\frac{\sqrt[3]{s}}{\sqrt[3]{x-y}}$$

~~Aufgabe: Erstelle eine Wertetabelle und zeichne:~~

$$f(x)=2\cdot\sin(2x-\pi/2)+1$$

~~Aufgabe: Löse das LGS rechnerisch mit drei verschiedenen Methoden~~

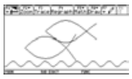
$$\begin{array}{ll} I & 2x+3y=4 \\ II & y=4x+5 \end{array}$$

Neue Aufgabenkultur mit dem Computeralgebrasystem (CAS)

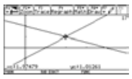
Aufgabe: Steigt man mit einem Ballon in die Höhe, so nimmt die Sichtweite s (in km zum Horizont) in Abhängigkeit von der Ballonhöhe h (in km) zu: $s=\sqrt{h^2+12740\cdot h}$

In welcher Höhe kannst Du 25 km weit sehen? Rechne auf zwei Wegen.

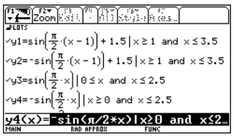
Aufgabe: Zeichne die fliegenden Sinus-Fische nach und schließe die Schwanzflosse. Zusatz: Zeichne Parabelfische.

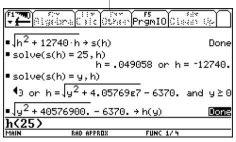


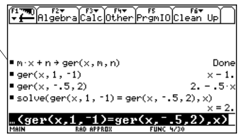
Aufgabe: Welches LGS gehört zu der Abbildung?



Unterrichtspraxis
Hausaufgaben
Klassenarbeiten







White-Box

Mathematik verstehen

Dazu muss man u.a. auch einfache Rechnungen und Zeichnungen von Hand durchführen können.

Man denke sich das Thema

LINEARE GLEICHUNGSSYSTEME

Black-Box (CAS)

Anwenden

Experimentieren

Analysieren

Mathematik verstehen

Wann erfolgt der Übergang?

Was muss man noch per Hand rechnen und zeichnen können?

Wann sollte man den Computer benutzen?

Teilnehmende Schulen

Carl-von-Ossietzki-GS

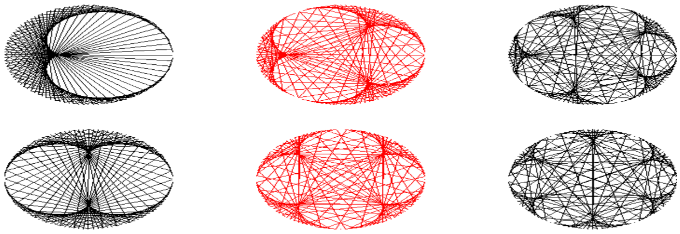
Gottfried-Keller-OS

Martin-Buber-GS

Paul-Natorp-OS

Rückert-OS

3. Ausblicke



Das neue Berliner CAS-Projekt für die Sekundarstufe 2 mit (vorwiegend) Grundkursen von sechs Schulen

Berliner CAS-Arbeitskreis für Fortgeschrittene

CAS-Fortbildungs-veranstaltungen siehe LISUM-Verzeichnis

Ausweitung Berliner CAS-Projekts - Sekundarstufe 1 an zwei Schulen

→ Wenn Sie Interesse an diesen Aktivitäten haben, senden Sie eine E-Mail oder rufen Sie an.

Kontakte:
Dr. Eberhard Lehmann
mirza@snafu.de
Tel. 030-7112420

3. Ausblicke

3.1 Nutzung der gewonnenen Kompetenzen

Bereits im September 2002 haben einige ProjektlehrerInnen maßgeblich an der Gestaltung des ersten Berliner MNU-Kongresses mitgewirkt und dabei die neu gewonnenen CAS- und Unterrichtskompetenzen weiter verbreitet.

ProjektlehrerInnen als Vortragende beim 1. Berliner MNU-Kongreß, 5. / 6. September 2002

Vortragende	**Thema**
Angelika Reiß	Bilanz zum SINUS-Projekt
Günter Dreeßen-Meyer	SINUS-Modul: Sicherung von Basiswissen
Cordula Kollotschek	SINUS-Projekt: Neue Aufgaben - alte Zöpfe
Eberhard Lehmann	Computeralgebrasysteme in der Berliner Schule
Eberhard Lehmann	Workshop: Gründung eines CAS-Arbeitskreis Berlin
Walter Gussmann, Dr. Konrad Meyfarth, Walter Stoss	Der TI-92 im Unterricht der 9.Klassen (erste Zwischenbilanz)

Auch beim 2. MNU-Kongress werden ProjektlehrerInnen vortragen.

ProjektlehrerInnen als Vortragende beim 2. Berliner MNU-Kongreß, 4. / 5. September 2003

Vortragende	**Thema**
Angelika Reiß	Klassenarbeiten mit dem CAS
Günter Dreeßen-Meyer	Workshop: CAS für Anfänger mit Beispielen aus der Sekundarstufe 2
Cordula Kollotschek	Workshop: CAS für Anfänger mit Beispielen aus der Sekundarstufe 1
Dr. Eberhard Lehmann	Wie bringe ich meine Schüler zu selbstständigem Arbeiten - am Beispiel des Mathematikunterrichts

Die Vortragenden wurden von T-Cube, Münster unterstützt.

Dr. Meyfarth hat mit einigen seiner Mathematik-Referendare einen CAS-Workshop beim „Tag der Mathematik" an der Freien Universität gestaltet.

Lutz Kreklau wird die Belange des Computereinsatzes bei der Leitung der Berliner Fortsetzung des SINUS-Projekts berücksichtigen und als Mitglied der neuen Mathematik-Lehrplankommission – entsprechende CAS-Impulse geben. Zu dieser Kommission gehört auch die Mathematik-Fachseminarleitern Irmgard Letzner. Sie arbeitet auch am neuen CAS-Projekt (Sekundarstufe 2) mit und wird in der Kommission und in ihrem Seminar weitere CAS-Hilfestellungen geben können.

3.2 Der Berliner CAS-Arbeitskreis

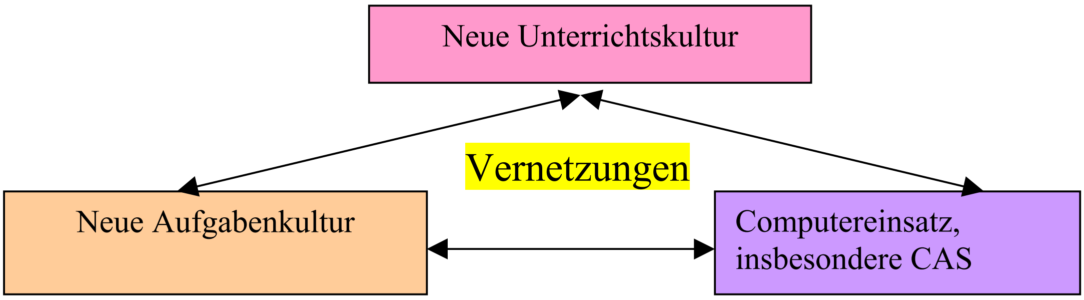
Der Berliner CAS-Arbeitskreis hatte seine erste Sitzung im September 2002 und hat seitdem noch drei Mal getagt. Er richtet sich an KollegInnen, die bereits Erfahrung im Umgang mit CAS haben. Damit wird der Kreis der CAS-Lehrer weit über die Projektlehrer hinaus erweitert; andere Schulen werden mit einbezogen. Die Intentionen werden aus der folgenden Zusammenstellung deutlich.

Dr. Eberhard Lehmann, mirza@snafu.de

AK-CAS-Berlin (Arbeitskreis für Computeralgebra in der Berliner Schule)

Der AK wendet sich Problemen des CAS-Einsatzes in beiden Sekundarstufen zu

---



- CAS in einem zeitgemäßen M-Unterricht
- CAS in Klassenarbeiten und Klausuraufgaben
- CAS bei Abituraufgaben
- Didaktisch-methodische Fragen des Computereinsatzes

Arbeitsformen werden u.a. sein:

• Erfahrungsaustausch	• Materialaustausch
• Workshops	• Vorträge
• Zusammenarbeit mit LISUM, MNU, ZKL Münster,Texas-Instruments, mit anderen Arbeitskreisen	• Vereinbarung regelmäßiger Treffen (u.a. über LISUM-Verzeichnis)
• Datenaustausch nur über E-Mail oder bei Veranstaltungen	• Erstellen einer E-Mail-Liste

- In einer ersten Phase werden insbesondere KollegInnen erwartet, die schon gewisse Erfahrungen in einigen dieser Bereiche erworben haben.
- Andere an CAS interessierte KollegInnen bitte ich zunächst auf die angebotenen Fortbildungsveranstaltungen (siehe u.a. LISUM-Verzeichnis) zu achten und ggf. später in den AK einzusteigen.
- Fragebogen: Schicken Sie mir eine E-Mail, in der Antwort finden Sie dann den Fragebogen.

3.3 Zusammenarbeit mit dem LISUM

Das LISUM (Landesinstitut für Schule und Medien) ist das Berliner Fortbildungsinstitut. Auch hier sind KollegInnen aus dem CAS-Projekt als Moderatoren tätig (Angelika Reiß, Günter Dreeßen-Meyer) und tragen zur Verbreitung des CAS-Unterrichts bei.

Schon bisher und weiterhin:
Angebote des LISUM für M-Fachbereiche (mit und ohne Computer)

- Taschencomputer
- PC

- *Qualitätsinitiative im MU (Reiß, Perlich)*

- *Zeitgemäßer M-Unterricht für den gesamten Fachbereich (E.Lehmann)*

Die genannten Veranstaltungen sind nur eine Auswahl aus den Angeboten mit CAS-Einsatz. Die Fachbereichsveranstaltungen wurden inzwischen von vielen Schulen angefordert, so dass sich neue Methoden und insbesondere CAS-Einsatz langsam verbreiten.

3.4 Das neue Berliner CAS-Projekt für die Sekundarstufe 2

Inzwischen hat einen neues CAS-Projekt begonnen. Hierbei arbeiten vorwiegend Grundkurse mit dem Taschencomputer Voyage 200 von Texas Instruments. Die Zielsetzung:

CAS-Projekt-Berlin II - -Sekundarstufe 2, (vorwiegend) Grundkurse
mit dem Taschencomputer VOYAGE 200

Projektleitung: Dr. Eberhard Lehmann, Rückert-Oberschule, (privat mirza@snafu.de)
im Auftrag der Berliner Senatsschulverwaltung und des LSA Berlin

Kurze Beschreibung des Vorhabens

(A) Das Projekt verfolgt u.a. folgende Ziele:
(1) Durchführung von Mathematikunterricht (MU) mit Taschencomputer-Einsatz (TC-Einsatz) in Grundkursen, wobei jedem Schüler ein TC des Typs VOYAGE 200 (Fa. Texas Instruments) mit einem Derive-ähnlichen Computeralgebrasystem (CAS) zur Verfügung steht. Der VOYAGE 200 ist das Nachfolgemodell des TI-92-Plus.
Der TC verbleibt während des Projekts ständig beim Schüler, so dass dieser ortsunabhängig bzw. unabhängig von einem PC-Raum, also auch zu Hause zur Verfügung steht.

(2) Das Projekt wird in Grundkursen durchgeführt, um den Mathematikunterricht gerade in diesen Gruppen zu fördern und die Motivationslage der Grundkursschüler zu verbessern.

(3) Das Projekt ist einem zeitgemäßen MU verpflichtet, der gekennzeichnet ist durch
- offene Unterrichtsformen mit selbständiger Schülerarbeit,
- einer neuen Aufgabenkultur (offene Aufgaben, Anwendungsbezug, Problemorientierung) und
- Medieneinsatz.

(4) Das Hauptaugenmerk liegt auf den Aspekten
- CAS-Einsatz bei Klausuren, auch in der Abiturklausur,
- Entwurf von Arbeitsblättern mit CAS-Einsatz,
- Hausaufgaben mit CAS-Einsatz (Nachbereitung / Übung, Vorbereitung von Unterricht).

(B) Was wird von den teilnehmenden Lehrern / Schulen erwartet?
(1) Engagierte LehrerInnen, die mit ihren Schülern an den oben formulierten Zielen gemeinsam mit den anderen beteiligten KollegInnen und der Projektleitung arbeiten wollen.
Geringe Erfahrungen im Computereinsatz im Unterricht sind erwünscht.

(2) Zu den Erwartungen gehört die Verpflichtung zur aktiven Teilnahme an den angeboten Workshops und an anderen einschlägigen Veranstaltungen. Die Voraussetzungen hierzu müssen von der jeweiligen Schulleitung gesichert sein.

(3) Von jeder beteiligten Schulen sollen in der Regel **2 Grundkurse** (Start mit dem 1.Semester) an dem Projekt teilnehmen. Das Projekt läuft zunächst bis zum Abitur der beteiligten Grundkurse.

(4) Die Projektteilnahme soll durch die Mathematik-Fachkonferenz abgesichert sein. Die LehrerInnen des Projekts berichten auf den Fachkonferenzen über die sich kumulierenden Projekterfahrungen.

(5) Klausurthemen, Arbeitsbögen, Hausaufgaben sollen der Projektleitung über E-Mail zugeleitet.

(C) Angebote der Projektleitung
(1) Durchführung regelmäßiger Workshops zu den diversen Aspekten des Projekts. Dabei auch Einführungen in die Unterrichtsarbeit mit dem VOYAGE 200 und gelegentliche gemeinsame Unterrichtsentwürfe.

(2) Materialsammlung über E-Mail (Klausuren, Arbeitsbögen, Hausaufgaben)

(3) Besuche an den beteiligten Schulen, einschließlich gelegentlicher Unterrichtsbesuche - auch mit dem Angebot des Projektleiters, gelegentlich selbst Unterricht in den Lerngruppen durchzuführen.

Sonstiges
- Die Taschencomputer VOYAGE 200 werden von der Senatsverwaltung kostenlos zur Verfügung gestellt und verbleiben mindestens während der Projektdauer an der Schule (in der Regel auch danach).
- Stundenermäßigungen werden in der Regel nicht möglich sein.
- Das Projekt wird u.a. von der ZKL der Universität Münster und der Firma Texas Instruments unterstützt.

Anhang A
Ausgewählte Literatur zum Berliner CAS-Projekt Sekundarstufe 1

- **Terme im Mathematikunterricht**
  Eberhard Lehmann: Schroedel 1999, ISBN 3-507-73227-0

Inhaltsverzeichnis

- **Mathematikunterricht mit Parametern in der Sekundarstufe 1**
  Eberhard Lehmann, Schroedel-Verlag 2002, ISBN 3-507-73239-4

Parameter in Sek.1

Inhaltsverzeichnis

- **Die Reihe: Neue Materialien für den Mathematikunterricht**
  mit dem TI-83 / -89 / -92 in der Sekundarstufe 1 (Schroedel-Verlag, Texas-Instruments)
  Hrsg.: Wilfried Herget, Eberhard Lehmann
  (direkt im Unterricht umsetzbare kleine Unterrichtseinheiten)

- **Lineare Funktionen**
  bearbeitet von Bärbel Barzel, Mechthild Ebenhöh, Wilfried Herget, Elvira Malitte, Karin Richter, Schroedel ISBN 3-507-73228-9
- **Stochastik**
  bearbeitet von Benno Grabinger, Günter Schmidt – Schroedel ISBN 3-507-73231-9

• Quadratische Funktionen

bearbeitet von Bärbel Barzel, Mechthild Ebenhöh, Wilfried Herget, Elvira Malitte, Maximilian Steger – Schroedel ISBN 3-507-73229-7

Quadratische Funktionen

Inhaltsverzeichnis

• Exponential- und Winkelfunktionen

bearbeitet von Werner Giesecke, Wilfried Herget, Elvira Malitte, Karin Richter, Alheide Röttger, Armin Würz –
Schroedel ISBN 3-507-73230-0

Exponential- u. Winkelfunktionen

Inhaltsverzeichnis

• Gleichungen

bearbeitet von Eberhard Lehmann – Schroedel ISBN 3-507-73232-7

Gleichungen

Inhaltsverzeichnis

Hinweis auf eine Veröffentlichung von CAS-Klassenarbeiten aus dem CAS-Projekt

Vorwort (vorläufig)
Klassenarbeiten aus dem Bereich der Sekundarstufe 1, in denen ein Computeralgebrasystem (CAS) verwendet wird, sind bisher kaum veröffentlicht. Die hier angebotenen Arbeiten haben eine besondere Entstehungsgeschichte. Sie wurden **im Rahmen des CAS-Projekts Berlin - Sekundarstufe 1** in den Jahren 2001-2003 geschrieben, das mit 5 Schulen und 16 Klassen in den Klassenstufen 9 und 10 durchgeführt wurde. Alle Schüler hatten in dem Projekt einen Taschencomputer TI-92-Plus ständig zur Verfügung, so dass dieser mit seiner Grafik und dem CAS auch in den Klassenarbeiten benutzt werden konnte. Hieraus erklärt sich auch, dass in dem vorliegenden Heft zu einem Unterrichtsthema, z.B. reelle Zahlen, gleich mehrere Arbeiten angeboten werden können. Die Arbeiten wurden jedoch **nicht nur unter dem CAS-Aspekt konzipiert;** sie sind außerdem dem BLK-Sinus-Projekt verpflichtet und daher auch unter den Aspekten **„veränderte Aufgaben- und Unterrichtskultur"** entworfen. Die für die Arbeiten verantwortlichen LehrerInnen hatten also bei der Aufgabengestaltung mehrere Zielsetzungen zu bedenken. Daher sind die Aufgaben mehr als reine CAS-Aufgaben;es wurde von den LehrerInnen auch darauf geachtet, grundlegende Mathematikkenntnisse und Handfertigkeiten abzuprüfen, allerdings gegenüber früher in verringertem Umfang..

Jeder Computereinsatz im Mathematikunterricht muss sich der Frage nach einem sinnvollen, den Unterricht optimierenden Wechselspiel zwischen Handrechnung / Handzeichnung und Computerrechnung / Computerzeichnung stellen.

Als besondere Beigabe werden die **Klassenarbeiten** unter den Aspekten des CAS-Einsatzes **kommentiert**. Hierzu werden häufiger auch **Lösungen und Hinweise für die Arbeit mit dem CAS angegeben und weiterführende Einsatzmöglichkeiten beschrieben..**

Hinweis:
Es ist noch unklar, in welchem Verlag die Veröffentlichung erfolgen wird und wann dieses der Fall sein wird (Plan: Ende 2003).
Nachfragen bitte an Dr. Eberhard Lehmann, mirza@snafu.de.

Mathematiklehren mit Computeralgebrasystem-Bausteinen

Eberhard Lehmann, Franzbecker-Verlag, Hildesheim 2002

Lineare Algebra mit Matrizen

Lehmann, E., Metzler-Verlag / Schroedel-Verlag, 1990, dort vergriffen

Kopien jetzt beim Autor Tel. 030-7112420
E-Mail: mirza@snafu.de

Ein Konzept für einen Lineare-Algebra-Kurs, in dem von Anfang an Matrizen verwendet werden, kompatibal mit dem Berliner Rahmenplan.

dazu Lösungsheft

Wahrscheinlichkeitsrechnung – problemorientierte Unterrichtseinheiten

Eberhard Lehmann, Volk- und Wissen-Verlag, Berlin 1996

Inhaltsverzeichnis

Dazu Unterrichtssoftware – E.Lehmann, Geitnerweg 20c, 12209 Berlin, Tel. 030-7112420, mirza@snafu.de

Programmname	Zu Kapitel	Kurzbeschreibung
CRAP1	3	Simulation des Crapspiels
MARKOW	2,3,4	Bearbeitet Markow-Ketten, siehe Kap.2.9
PFAD-RG3	1,2,3,4	Simulation der Pfadregeln am 2-stufigen Baum
ANIMATO	2,4,5	Animationen / Funktionen-/Relationen-Plotter, siehe Kap.2.9
SABI-6	4	Simulation mit Sammelbilder-Automat, 6 Bilder

Anhang B

T³ EUROPE

T³ - Deutschland informiert

T³ ist eine Abkürzung für **T**eachers **T**eaching with **T**echnology. Dahinter verbirgt sich eine internationale non-profit Organisation, deren Ziel es ist, Lehrerfortbildung zum Einsatz Neuer Medien im mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht zu organisieren.

T³-Deutschland hat seinen Sitz an der Zentralen Koordination Lehrerausbildung der Universität Münster und bietet seine Dienste im ganzen Bundesgebiet an. T³ vermittelt Referenten aus einem bundesweiten Pool von KollegInnen, die mit neuen Technologien Unterrichtserfahrungen gesammelt haben.

Als Beispiele für Veranstaltungen seien genannt:

- "Computeralgebra" (Derive)
- "Dynamische Geometrie-Software" (Cabri Géomètre)
- "Tabellenkalkulation"
- "grafikfähige Taschenrechner" (TI-83+)
- "Taschencomputer"(TI-92+bzw. Voyage 200)
- Erneuerung von Mathematikunterricht
- hinsichtlich der Unterrichtskultur (methodisch-didaktisch)
- neue Prüfungsformen (Facharbeiten)

Am einfachsten können Sie zu T³ per E-Mail an t3.info@uni-muenster.de Kontakt aufnehmen.Oder rufen Sie uns an: 0251/510380 (Westfälische Wilhelms-Universität Münster, Zentrale Koordinaiton Lehrerausbildung, Prinzipalmarkt 38, 48143 Münster).

Teilen Sie uns mit, um welches Fortbildungsvorhaben es sich handelt (welche Schule, welche Technologie, welche Vorkenntnisse, wieviele TeilenehmerInnen). Wir melden uns schnellstmöglich bei Ihnen oder vermitteln direkt den Kontakt zu einem T³-Referenten oder einer T³-Referentin.An schulinternen Fortbildungen (SCHILF) sollten mindestens 15 KollegInnen teilnehmen. Eventuell können Sie eine Nachbarschule einladen. Der Austausch mit anderen Kollegien stellt einen zusätzlichen Reiz einer solchen Veranstaltung dar.

Software, Taschenrechner und Taschencomputer stellt unser Partner Texas Instruments kostenfrei für T³-Fortbildungen zur Verfügung, wofür wir uns an dieser Stelle ausdrücklich bedanken. Die Kosten einer SCHILF (Referentenhonorar, Reisekosten) werden von T³ Deutschland übernommen. Raummieten etc. übernehmen wir allerdings nicht. Beachten Sie aber: Das Budget von T³ Deutschland ist begrenzt. Deshalb freuen wir uns über evtl. Mitfinanzierung aus anderen Quellen. Dann können wir mehr Fortbildungen organisieren!

Weitere Informationen gibt es im Internet unter www.t3deutschland.de. In unregelmäßiger Folge (ca. 15 Ausgaben/Jahr) gibt es einen T³-Newsletter per E-Mail. Falls Sie ihn beziehen möchten, schreiben Sie eine Mail an t3.info@uni-muenster.de.

T³-Ansprechpartner in den Bundesländern

Bundesland	Name	Wohnort	E-Mail
Baden-Württemberg	Ralf Erens	Freiburg	r_erens@web.de
Baden-Württemberg	Dr. Dieter Brandt	Freiburg	DiBrandt@gmx.de
Baden-Württemberg	Dr. Günter Scheu	Pfinztal	mg.scheu@t-online.de
Bayern	Rupert Ernhofer	Oberschleißheim	rupert.ernhofer@t-online.de
Bayern	Wolfgang Pröpper	Nürnberg	w.proepper@wpro.franken.de
Bayern	Maximilian Steger	Königsbrunn	maximilian.steger@gmx.de
Berlin	Dr. Eberhard Lehmann	Berlin	mirza@snafu.de
Berlin	Angelika Reiß	Berlin	Reiss-Berlin@t-online.de
Brandenburg	Ines Fröhlich	Ludwigsfelde	ines.froehlich@t-online.de
Brandenburg	Dr. Götz Bieber	Potsdam	bieber.pdm@t-online.de
Bremen	Reimund Albers	Bremen	R.Albers@nwn.de
Bremen	Heinz-Jürgen Harder	Bremen	hj.harder@web.de
Hamburg	Helmut Springstein	Hamburg	Helmut.Springstein@t-online.de
Hessen	Dr. Hubert Weller	Lahnau	hubert.weller@schule.uni-giessen.de
Hessen	Dr. Sibylle Stachniss-Carp	Lahntal	StachnissCarp@bop.de
Hessen	Dieter Stirn	Gladenbach	d.stirn-gladenbach@vr-web.de
Mecklenburg-Vorpommern	Dr. Jochen Weitendorf	Schwerin	dr.Weitendorf@t-online.de
Mecklenburg-Vorpommern	Mario Poethke	Schwerin	MPoethke@aol.com
Niedersachsen	Klaus-Peter Röttger	Haselünne	Klaus-Peter.Roettger@t-online.de
Niedersachsen	Stefan Luislampe	Hannover	rade.luislampe@t-online.de
Niedersachsen	Alheide Röttger	Haselünne	mailto:Alheide.Roettger@t-online.de
Niedersachsen	Heiko Knechtel	Bückeburg	HKnechtel@aol.com
Niedersachsen	Wilhelm Weiskirch	Stadthagen	mailto:w.weiskirch@teleos-web.de
NRW	Dr. Norbert Esper	Viersen	EsperNobert@aol.com
NRW	Guido von Saint-George	Bottrop	von.Saint-George@uni-essen.de
NRW	Dr. Detlef Berntzen	Hamm	Berntzen@helimail.de
NRW	Bärbel Barzel	Düsseldorf	barzel@math.uni-duisburg.de
NRW	Heinz Laakmann	Münster	hlaakmann@t-online.de
NRW	Dr. Stephan Hußmann	Bochum	hussmann@math.uni-duisburg.de
NRW	Angelika Müller	Aachen	AngeMuellerAC@aol.com
NRW	Diethelm Sippel	Herdecke	dsippel@gmx.de
NRW	Barbara Ringel	Bielefeld	cringel@debitel.net
Rheinland-Pfalz	Heinz Rainer Geyer	St. Katharinen	HeinzRainer.Geyer@t-online.de
Rheinland-Pfalz	Benno Grabinger	Neustadt	BennoGrabinger@t-online.de
Saarland	Dieter Eichhorn	St. Ingbert	DEich2408@aol.com
Sachsen	Dr. Rainer Heinrich	Dresden	Raihein@aol.com
Sachsen-Anhalt	Dr. Elvira Malitte	Großpaschleben	Malitte@mathematik.uni-halle.de
Sachsen-Anhalt	Prof. Dr. Wilfried Herget	Halle	herget@mathematik.uni-halle.de
Schleswig-Holstein	Dr. Karl-Heinz Keunecke	Kiel	KH.Keunecke@t-online.de
Thüringen	Dr. Hubert Langlotz	Wutha-Farnroda	langlotz-mosbach@t-online.de
Thüringen	Dr. Wilfried Zappe	Ilmenau	mailto:wilfried.zappe@onlinehome.de