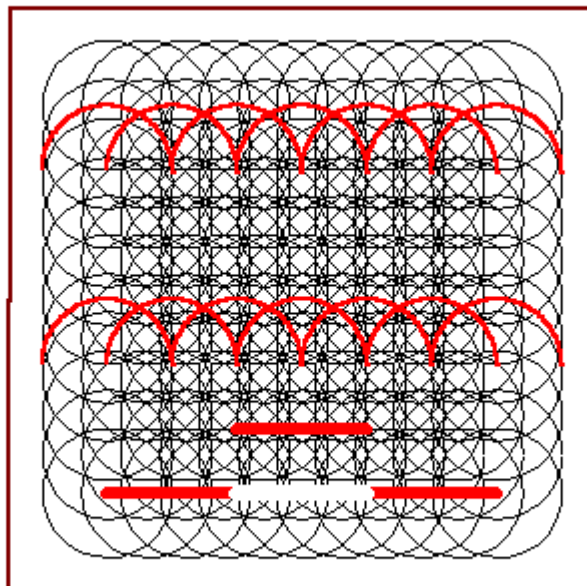


CAS-Bausteine im Mathematikunterricht

- Lernen von der Informatik -

Ein Beitrag anlässlich der
ersten bundesweiten Tagung der Informatik-Fachleiter
in Hamm am 14.6.2002



Eberhard Lehmann - mirza@snafu.de
Berlin 2002

CAS-Bausteine im Mathematikunterricht - ein Erbe der Informatik

Eberhard Lehmann - mirza@snafu.de

Berlin, 12. Juni, 2002

- Wie ändert sich Mathematikunterricht (didaktisch und methodisch) durch den Einsatz von Computeralgebrasystemen (CAS) und anderer mathematischer Softwareprodukte, wie Funktionenplotter, dynamischen Geometriesystemen, Modellbildungssystemen, Tabellenkalkulationsprogrammen?
- Wie kann dabei und durch andere Unterrichtsformen und eine andersartige Aufgabenkultur die Effizienz des Mathematikunterrichts erhöht werden?

Diese Fragen bewegen zur Zeit die Entwicklungen im Schulfach Mathematik. Sie haben auch bereits viele Antworten gefunden, die sich in Büchern und Fachzeitschriften nachlesen lassen und die in diversen Fortbildungsveranstaltungen weitervermittelt werden.

Dabei besinnt man sich auch der Methoden, die die Informatik zur Verfügung stellt. Diese werden in den Computeralgebrasystemen besonders an zwei Stellen deutlich:

- (1) Bei der Arbeit mit CAS-Bausteinen und
- (2) beim Programmieren innerhalb der CAS.

Das Verhältnis zwischen Mathematik und Informatik verdient eigentlich eine eigene ausführliche Abhandlung (siehe z. B. *Herget, W. (1993)*, *Lehmann, E. (1994)*, *Schwill, A. (1994)*, *Weigand, H.-G. (1997)*), kann hier jedoch nur kurz erläutert werden. Es ist für den Schulunterricht in beide Richtungen von erheblicher Bedeutung. In diesem Beitrag soll jedoch nur (1) etwas weiter verfolgt werden.

Es sind drei fundamentale Ideen der Informatik, die für das Bausteinkonzept von großer Bedeutung sind:

- Zerlegen eines komplexen Problems in Teilprobleme (Modularisierung, Modulkonzept),
- das Prozedurkonzept,
- Bearbeitung der Teilprobleme und Zusammenfügen zur Gesamtlösung.

Zu den wichtigsten Strategien des Programmierens in imperativen Programmiersprachen wie z. B. PASCAL gehört das Prozedurkonzept.

Es geht dabei insbesondere um folgende Aspekte:

(a) Prozeduren bei der Zerlegung eines Problems in Teilprobleme

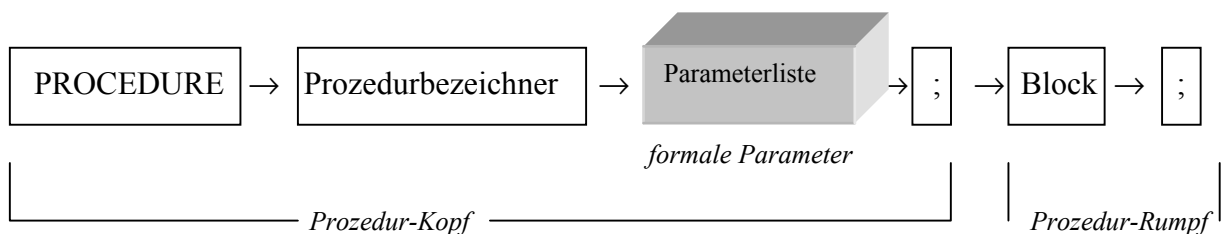
Viele Probleme sind so umfangreich und komplex, dass eine Zerlegung in Teilprobleme sinnvoll ist. Damit wird die Bearbeitung durchsichtiger und kann ggf. auch an verschiedene Bearbeiter delegiert werden. Für diese Teilprobleme kann man nun passende Prozeduren konstruieren, so dass sich schließlich die gesamte Problemlösung als eine Sammlung geeignet angeordneter Prozeduren darstellt.

(b) Wiederverwendbarkeit von Prozeduren

Man wird dabei auch bemerken, dass immer wieder Prozeduren benötigt werden, die die gleiche Aufgabe bearbeiten, etwa die Eingabe von Zeichenketten. Damit gewinnen manche Prozeduren einen universellen Charakter, so dass sie für eine Problemlösung mehrfach oder auch bei der Bearbeitung anderer Problemstellungen eingesetzt werden können. Das setzt allerdings eine geeignete, universell brauchbare Formulierung voraus. Derartige Prozeduren sollte man in Bibliotheken zusammenfassen, um sie immer auf einfache Weise zur Verfügung zu haben.

(c) Definition von Prozeduren

Wie das Syntaxdiagramm zur Prozedurvereinbarung zeigt, haben Prozeduren einen entsprechenden Aufbau wie ein Programm. Die Prozeduraufrufe können an jeder Stelle des Anweisungsteils des Programms erfolgen.



Bausteine

- Prozeduren (Funktionen) können in dem oben beschriebenen Sinne als Bausteine für umfangreichere informatische Problemlösungen bezeichnet werden.
- In entsprechender Weise kann nun auch von Bausteinen für mathematische Problemlösungen gesprochen werden.

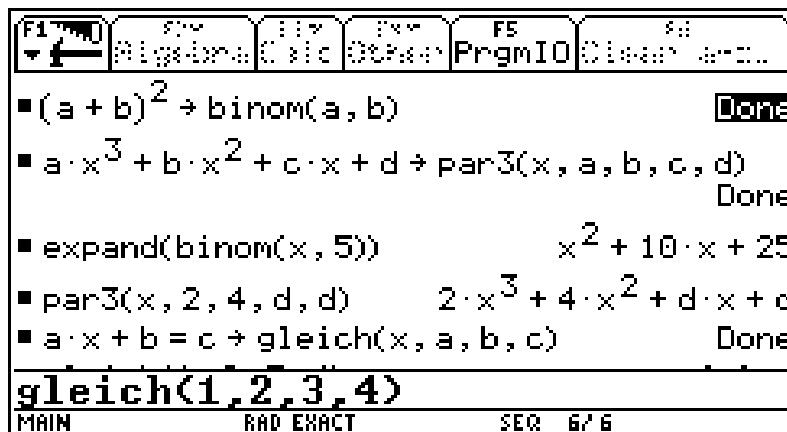
Eine entscheidende Rolle für die weiteren Überlegungen übernimmt nun die oben angesprochene Parameterliste.

Das Arbeiten mit Parametern im Mathematikunterricht

Kurvenscharen sind ein Standardthema in der Analysis, das viel interessante Mathematik beinhaltet und nicht ohne Grund beliebt im Unterricht und bei Klausuraufgaben ist. Hierbei werden die Schüler - möglicherweise erstmals - auch mit dem Umgang mit Parametern vertraut gemacht. Unterrichtserfahrungen (siehe z. B. *Lehmann [14]-[17]*) zeigen, dass die Arbeit mit Parametern einen wesentlich höheren Stellenwert erhalten sollte – und zwar schon in der Sekundarstufe I!

	Meistens übliche Schreibweise	Besser wäre die Schreibweise
Ein binomischer Term	$T = (a+b)^2$	$T(a, b) = (a+b)^2$
Kurvenscharen	$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ mit $x, a, b, c, d \in \mathbb{R}$	$f(x, a, b, c, d) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ mit $x, a, b, c, d \in \mathbb{R}$
Kurve in Parameterform	$x = \cos(t), y = \sin(t)$ mit $t \in \mathbb{R}$	$x(t) = \cos(t)$ und $y(t) = \sin(t)$ mit $t \in \mathbb{R}$
Vektorielle Geradengleichung	$r = r_l + t u$ mit $t \in \mathbb{R}; r, r_l, u$ Vektoren	$r(t) = r_l + t u$ mit $t \in \mathbb{R}; r, r_l, u$ Vektoren

Die in der rechten Spalte angebotenen Schreibweisen (Mitführung der Parameter) sind Grundlage für die Definition von CAS-Bausteinen (hier wird die Syntax des Taschencomputers TI-92-Plus, Fa. Texas Instruments verwendet):



Einige Bausteindefinitionen und einige Bausteinaufrufe.

- `binom(a,b)`
- `par3(x,a,b,c,d)`
- `gleich(x,a,b,c)`

Der Aufruf `gleich(1,2,3,4)` liefert das Ergebnis *false*.

Abb.1: Einige Bausteindefinitionen und einige Bausteinaufrufe.

Informatikern sind Schreibweisen wie *parabel*(x, p, q) geläufig. Für sie handelt es sich um einen Prozeduraufruf mit den Parametern x, p, q . In PASCAL würden sie z.B. definieren

PROCEDURE *parabel*($x, p, q : \text{REAL}$) oder auch als Funktion
FUNCTION *parabel*($x, p, q : \text{REAL}$) : *REAL*,
jeweils gefolgt von einer passenden Anweisungsfolge.

In der Informatikdidaktik hat man früher (noch dem „Programmieren im Kleinen“ verhaftet) derartige Definitionen von Prozeduren mit Parametern und die Arbeit mit diesen als schwierig eingestuft und im Anfangsunterricht zunächst nur Prozeduren ohne Parameter betrachtet. Das hat sich mit wachsenden Unterrichtserfahrungen als nicht nötig erwiesen. Mit den heutigen Hilfsmitteln können von Anfang an komplexere Problemstellungen angegangen werden. Die Komplexität jedoch ist nur zu bewältigen, wenn man auf Konzepte zurückgreift, wie die der wiederverwendbaren Bausteine und die des Einsatzes von Tools. Solche wiederverwendbaren Bausteine sind u.a. Prozeduren aus Baustein-Sammlungen (Modulen).

So ist z.B. die Prozedur

```

PROCEDURE Input_string ( spalte,zeile:  INTEGER;
                        infotext:      STRING;
                        VAR input:     STRING;
                        stringlaenge:  INTEGER;
                        erlaubt:       zeichenmenge);

```

ein mächtiger Baustein, mit dem man eine Zeichenkette (*input*) maximal vorgegebener Länge (*stringlaenge*), beginnend an einer bestimmten Bildschirmposition (*spalte,zeile*) eingeben kann. Dazu wird noch ein Aufforderungstext geschrieben (*infotext*), und es werden nur Zeichen aus einer vorher festgelegten Menge (*zeichenmenge*) angenommen. Die Verwendung dieser Prozedur erfolgt durch einen Aufruf wie z.B.

```

Input_string(2,4,'Eingabe des Namens: ', nachname,20, ['A'..'Z','-' ]).

```

Damit hat man einen sehr universell verwendbaren Baustein zur Verfügung, der in der Programmierpraxis im Unterricht vielfach zur Anwendung kommen kann. Dazu ein kleiner überschaubarer Programmausschnitt:

```

REPEAT
  FOR i:=0 TO 5 DO
    FOR j:=0 TO 9 DO
      Input_string(4+i*11,3+j,' ',planstelle[i,j],10, ['A'..'Z','a'..'z','0'..'9',' ','-']);
      Input_zeichen(1,23,'Alles Ok ? (j,n) = ',antwort, ['J','N','j','n']);
    UNTIL antwort IN ['j','J'];

```

Derartige Prozeduren können in einer Prozedursammlung gespeichert werden.

Für die Mathematik kann eine solche Sammlung eine „**Bausteinkiste**“ werden, aus der wir uns je nach Bedarf Bausteine heraussuchen und miteinander kombinieren können.

Die Erfahrungen haben gezeigt, dass den Schülern derartige Prozedur-Aufrufe mit Parametern schon im Informatik-Anfangsunterricht nicht schwerfallen, sofern die Bedeutung der Parameter klar dokumentiert ist. Mit Hilfe von Bausteinen wird in der Informatik auch die Programmierung komplexer Systeme möglich.

Das Programmieren solcher Systeme wird damit ein Zerlegen in Teilsysteme (Module) und ein Konfigurieren passender Bausteine. Prozeduren (Funktionen) können also in dem oben beschriebenen Sinne als Bausteine für umfangreichere informatische Problemlösungen bezeichnet werden.

An diese Erfahrungen kann der Mathematikunterricht anknüpfen, denn in entsprechender Weise kann nun auch von Bausteinen für mathematische Problemlösungen gesprochen werden.

„Der Mathematikunterricht muss sich dieser Herausforderung durch die Informatik stellen, und er könnte davon durchaus profitieren – durch schrittweise Öffnung gegenüber einer prozessorientierten Sichtweise, insbesondere im Bereich Modellbildung und Simulation, durch behutsame Übernahme von projektorientierten Arbeitsweisen, durch wohlbegründete Einbeziehung von geeigneten Themen der Informatik“ (Herget, W. (1993)).

Die verschiedenen Arbeitsmöglichkeiten mit CAS-Bausteinen ergeben sich aus dem „Bausteindreieck“, siehe Abb. 2.

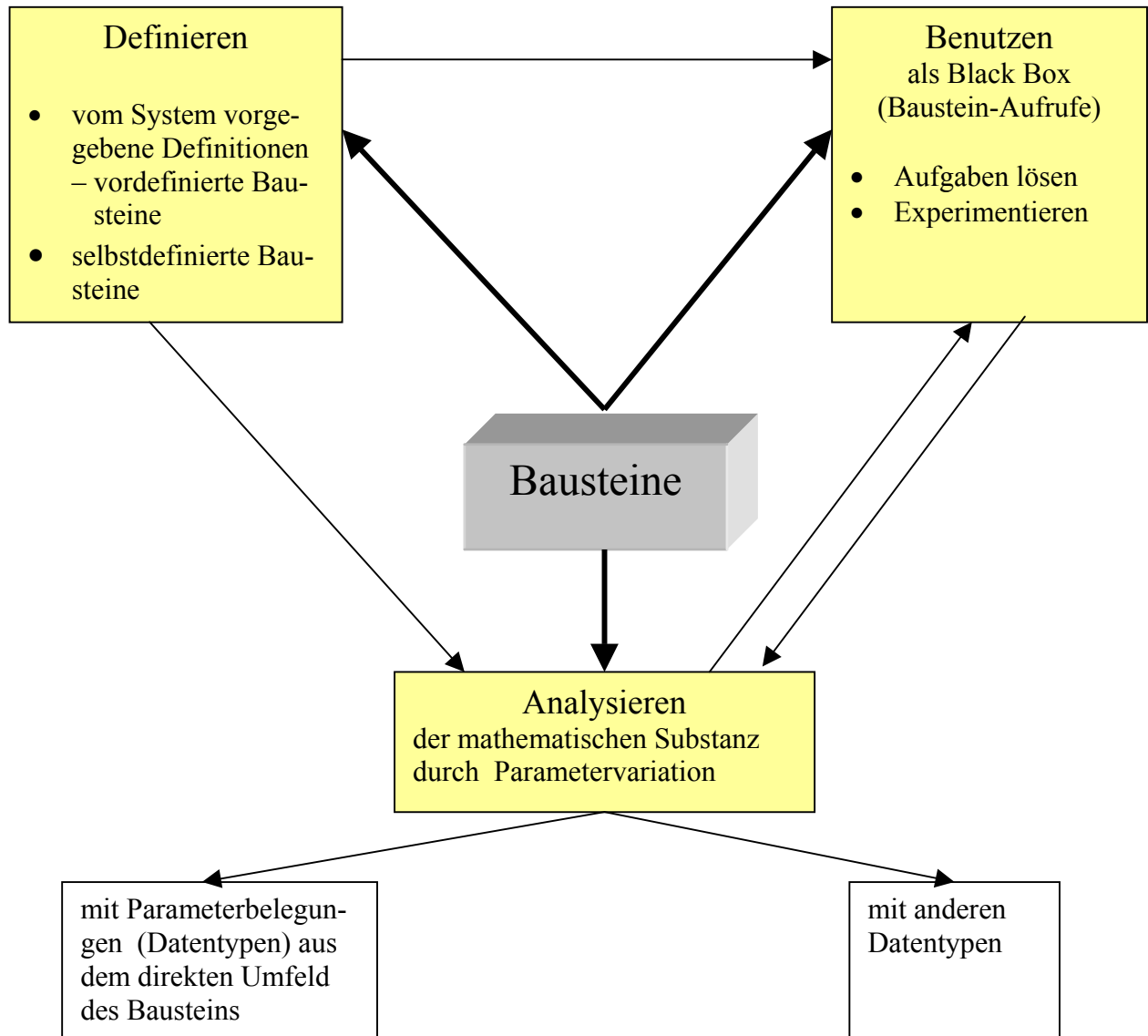


Abb.2: **Das Baustein-Dreieck:** Definieren, Benutzen, Analysieren

Das Bausteindreieck zeigt Möglichkeiten im Umgang mit einem Baustein. Nach seiner Definition kann er in Form von Bausteinaufrufen auf Probleme angewendet werden. Der Baustein kann aber auch analysiert werden, indem man gezielte Aufrufe durchführt. Dabei können häufig auch die Datentypen variiert werden, um den Baustein in anderen Wertebereichen zu erforschen.

In der Informatik werden häufig Programme, Programmteile und Programmläufe analysiert. In ähnlicher Weise kann auch mit CAS-Bausteinen gearbeitet werden!

Analyse eines Bausteins

Hat man einen Baustein mehrfach benutzt und einige seiner Anwendungsmöglichkeiten erkannt, besteht möglicherweise der Wunsch, in ihn hineinzublicken

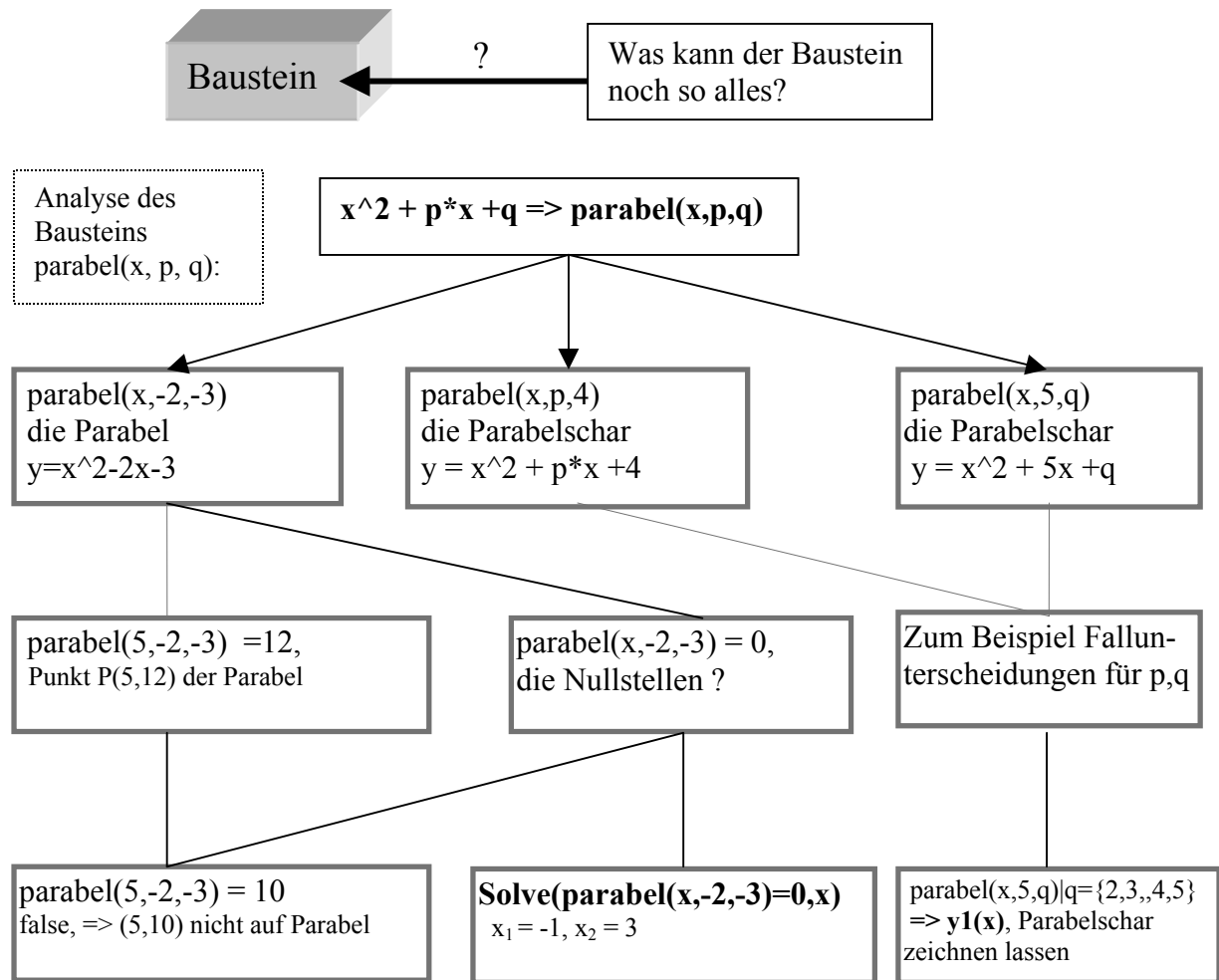


Abb.3 : Einige Stationen möglicher Bausteinaufrufe mit aktuellen Parametern

Bei der Besichtigung der folgenden Beispiele wird sich zeigen, dass es noch ein weiterer Zusammenhang von CAS-Bausteinen mit der Informatik wichtig ist:

Die Konstruktion von Bausteinen steht in engem Zusammenhang mit funktionalem Programmieren.

Beispiele für Bausteine

Beispiel 1 – ein Baustein wird veranschaulicht

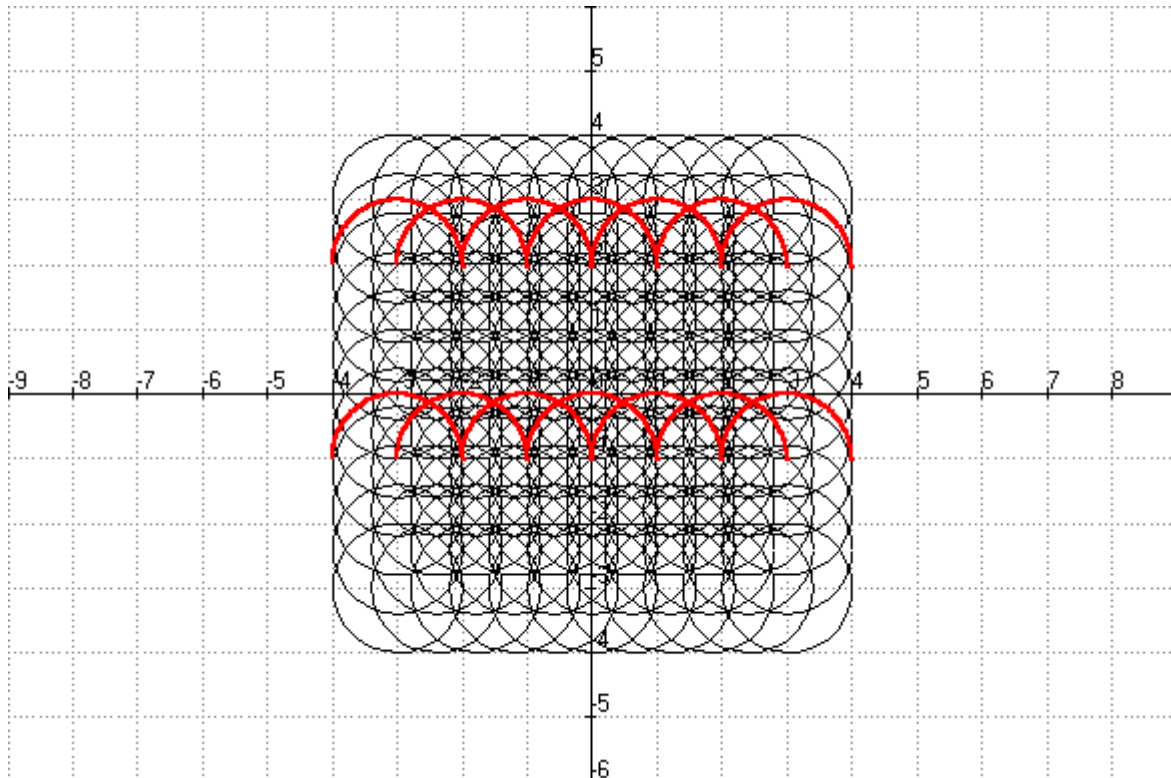


Abb. 3: Ein künstlerisches Bild – erzeugt durch Bausteinaufrufe.

Für diese Abbildung wurde das Programm ANIMATO [19] benutzt:

f1=	$a \cdot \cos(t) + b$	$x(t, a, b)$, Bausteindefinition in Parameterdarstellung
f2=	$a \cdot \sin(t) + b$	$y(t, a, b)$
f3=	$f1(1, u), f2(1, v)$	Bausteinaufruf für zu vielen Kreisen, u und v laufen
f4=	$f1(1, u), f2(1, -1)$	Oben wurde t aus $[0, 6.28]$, gewählt, hier nur aus $[0, 3.14]$,
f5=	$f1(1, u), f2(1, 2)$	daher ergeben sich bei f4 und f5 Halbkreise.

Hinweis: Das Ausblenden des Koordinatensystems würde zu einem Bild führen, wie sie *Francois Morellet* in ähnlicher Weise (ohne Computer) erstellt hat.

Beispiel 2: Visualisierung eines Parabelbausteins

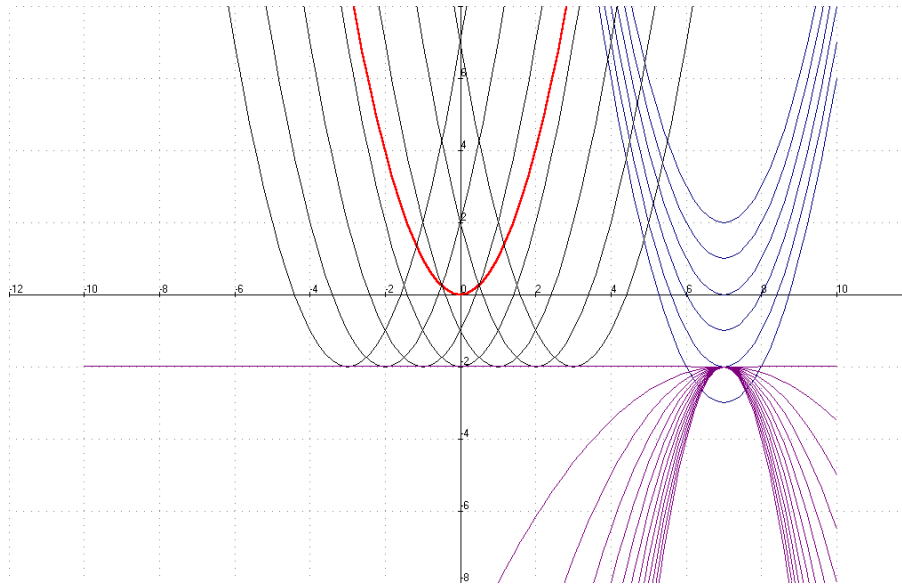


Abb. 4: Parametervariation bei einem Parabelbaustein, Strategien zur Erforschung

f1=	$a \cdot (x-b)^2 + c$	der Parabelbaustein
f2=	$f1(1,0,0)$	Normalparabel
f3=	$f1(1,7,u)$	$a = 1, b = 7$, Variation von c , $u = c \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$
f4=	$f1(1,v,-2)$	$a = 1$, Variation von b , $c = -2$, $v = b \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
f5=	$f1(v,7,-2)$	Variation von a , $b = 7$, $c = -2$, $v = a \in \{-2, -1.833, \dots, 0.333\}$

Was ist das Besondere an der Verwendung des Bausteinkonzepts?

Die Arbeit mit Bausteinen als ein durchgehendes Prinzip!

Bausteine mit ihren Parametern können auf Grund der Verfügbarkeit von CAS als durchgehendes Prinzip schon in der Sekundarstufe 1 und erst recht im späteren Unterricht erforscht und verwendet werden. Diese These kann durch zahlreiche unterrichtserprobte Beispielen belegt werden, siehe u.a. [14]- [18].

Bausteine vertiefen das Verständnis des Funktionsbegriffs und festigen das Umgehen mit Funktionen (Relationen). Die Funktionalität von Bausteinen geht aber viel weiter.

Hierzu werden die folgenden Aspekte genannt:

Aufgabenlösen mit Hilfe von Bausteinen, Modelle bilden

Die Bearbeitung mehr oder weniger komplexer Problemstellungen mit Hilfsmittel der Mathematik erfordert die Konstruktion mathematischer Modelle.

Durch

- das Verwenden vorhandener, schon als nützlich erkannter Bausteine, oder
- die passende Definition neuer Bausteine

erhalten Modellbildungsprozesse eine gemeinsame Leitlinie und eine einfachere Struktur. Diese schwierige Unterrichtsphase kann auf diese Weise erleichtert werden. Da die Modellbildung durch die Schülerinnen und Schüler mit unterschiedlichen Bausteinen erfolgen kann und sich damit verschiedene Lösungswege ergeben können, trägt dieser Ansatz auch zu der vielfach geforderten neuen Aufgabenkultur bei.

Zu einer detaillierten Bewertung des Aufgabenlösens mit Bausteinen wird auf [17] verwiesen.

Bausteine als Black Boxes

Jeder Baustein ist gleichzeitig eine Black-Box. Die Verwendung von Black Boxes ist im täglichen Leben weitverbreitete Praxis. Hier kann auch der Mathematikunterricht ansetzen, wobei stets zu überlegen ist, wie weit man die jeweilige Black Box

- als gegeben hinnimmt,
- vorher begründet (also zunächst eine White Box entwickelt) oder erst im Nachhinein „aufschließt“.

Definition von Bausteinen

Während die Schülerinnen und Schüler in der Regel fertige mathematische Definitionen vorfinden, haben sie durch die Definition neuer Bausteine die Möglichkeit, selbst handelnd in Abläufe und Lösungswege einzugreifen. Die Erfahrung zeigt, dass Schüler für die Bearbeitung eines Problems durchaus unterschiedliche Bausteine konstruieren (z. B. verschiedene Geradenbausteine). Hierbei geht es auch um Definitionen, die woanders nicht zu finden sind. Die Schülerinnen und Schüler können also Mathematik selbst gestalten - ein Umstand, der ihrer Motivation sehr förderlich ist.

Bausteine und Formeln

Mathematische Formeln können auch als Bausteine aufgefasst und definiert werden. Bausteine sind somit Verallgemeinerungen. Während sich der gängige Unterricht zur Lösung eines Problems in der Regel auf eine Einsetzung in die Formel beschränkt, erweitert die Bausteinsicht die Formel auf weitere Aspekte. Nehmen wir beispielsweise die Formel $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$ für Volumen eines Zylinders. Der Baustein $\pi \cdot r^2 \cdot h \rightarrow V(r, h)$ lässt sich dann in Formen wie $V(r, 2)$, $V(3, h)$ oder $V(h + 1, r)$ aufrufen, wodurch gegenüber der gängigen Einsetzung von Zahlen in die Formel (in Bausteinschreibweise dann z. B. $V(2,3)$) weiterführende Fragen möglich werden. Wenn die Schüler die Arbeit mit Bausteinen gewohnt sind, werden solche weiterführenden Ansätze selbstverständlich.

Experimentieren mit Bausteinen

Da Bausteine in der Regel ein größeres mathematisches Feld beinhalten, sind sie vorzüglich geeignet, um mit ihnen experimentell zu arbeiten und dabei Vermutungen aufzustellen, die dann – möglicherweise wieder unter CAS-Einsatz – zu bestätigen oder zu widerlegen sind. Insofern enthält jeder Baustein auch die Aufforderung für ein Stück offenen Unterrichts und trägt so zu einer neuen offenen Unterrichtskultur bei.

Analyse von Bausteinen

Die Erforschung der in einem Baustein versteckten Mathematik und seiner Anwendungsmöglichkeiten befördert das wichtige Unterrichtsziel des Analysierens von Sachverhalten. Der Zwang zu einer geeigneter Darstellung des Ergebnisses der Analyse führt zu einer intensiven Durchdringung der darin verborgenen Mathematik. Insofern gleicht die Analyse eines Bausteins dem Erschließen einer Black Box.

Bausteine und Datentypen

In diesem Zusammenhang ist von Interesse, auf welchen Datentypen die Bausteine operieren. Das Beispiel des Bausteins $(a+b)^n \rightarrow \text{binobau}(a,b,n)$, in dem a und b unter anderem rationale Zahlen, aber auch quadratische Matrizen sein können, wird zeigen, dass hier neuartige Untersuchungsmöglichkeiten liegen, vgl. Kapitel 3.4 in [17].

Mit Bausteinen strukturieren

Das Aufdecken der in einem Baustein vorhandenen Möglichkeiten, z. B. durch seine gezielte Analyse, bedeutet gleichzeitig das Strukturieren eines mathematischen Teilgebietes, oft von erheblichem Umfang. Dieser Aspekt ist für den Unterricht wichtig, schafft er doch für die Lernenden Transparenz über mathematische Teilbereiche.

Bausteine zusammensetzen

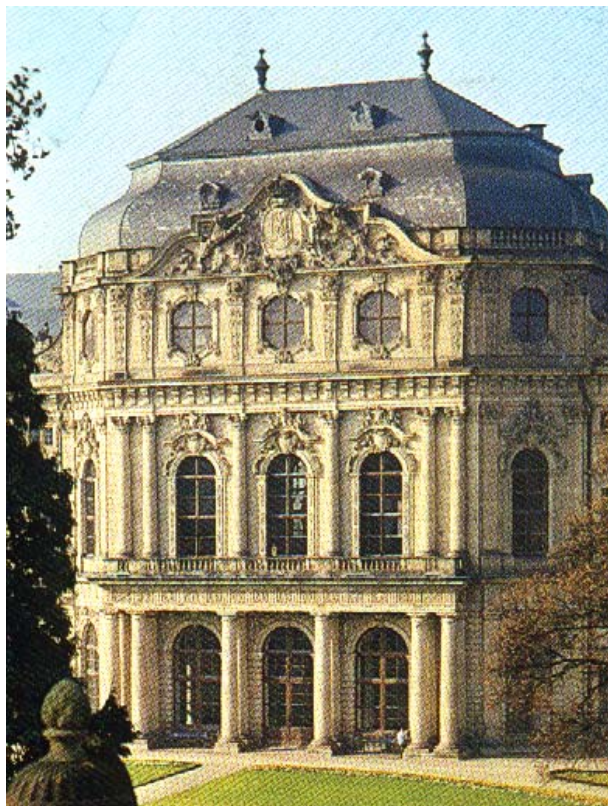


Abb. 5: Residenz in Würzburg

Durch mehrfache Verwendung eines Bausteins oder Zusammensetzung mehrerer Bausteine in einer Sequenz oder auch ineinandergeschachtelt können

- neue Strukturen aufgebaut und
- komplexe Aufgaben in kompakter Weise gelöst werden.

Abbildung zeigt die Wiederverwendung architektonischer Elemente (Bausteine), ein vielfach verwendetes Prinzip. Abbildung 2.2.1-b demonstriert die Schachtelung von Bausteinen, hier als eine Berechnung des kürzesten Abstands eines Punktes von einer Kurve.

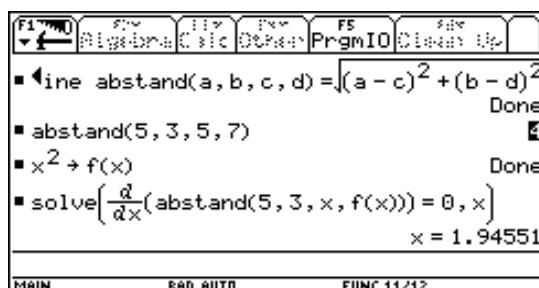


Abb.6: Zusammensetzung von Bausteinen

Ein Beispiel für die Zusammensetzung mehrerer Bausteine:

abstand(...): Abstand zweier Punkte

d(...)/dx: Abstandsfunktion
differenzieren und
Nullsetzen

SOLVE: Gleichung lösen

Ökonomie, Übersichtlichkeit und Eleganz der Arbeit mit Bausteinen

Die Verwendung von Bausteinen in den oben genannten Bereichen zeigt, dass die Arbeit mit ihnen außerordentlich ökonomisch ist, weil damit viele wichtige Unterrichtsziele des Mathematikunterrichts erreicht werden können bzw. tangiert werden. Darüber hinaus sind die kompakten Lösungen kurz, übersichtlich und elegant.

Lernziele für den Unterricht

Zusammenfassend sei noch einmal bemerkt, dass es bei dem Bausteinkonzept nicht wie bei anderen Konzepten vordringlich um den Funktionsbegriff geht. Vielmehr treten etliche weitere Aspekte hinzu, die hier noch einmal in Form von Lernzielen zusammengefasst werden:

Die Schülerinnen und Schüler sollen

- die Arbeit mit Bausteinen als ein durchgehendes Prinzip verstehen,
- mit Hilfe von Bausteinen Modelle bilden und Aufgaben lösen können,
- Bausteine als Black-Box benutzen können,
- Bausteine definieren können,
- mit Bausteinen experimentieren können,
- Bausteine analysieren können,
- mit Bausteinen strukturieren können,
- Bausteine miteinander kombinieren können,
- wissen, dass die Arbeit mit Bausteinen in vielerlei Hinsicht ökonomisch ist.

Zusammenfassung

CAS-Bausteine werden in einem neuartigen Mathematikunterricht eine wichtige Rolle übernehmen. Dabei sollten auch die Chancen zu einer Vernetzung mathematischer Inhalte und Methoden mit denen aus dem Informatikunterricht genutzt werden.

Literatur

- [1] Amelung, Udo u.a. (Hrsg.): Neues Lernen - neue Medien - Blick über den Tellerrand, Tagungsdokumentation Westfälische Wilhelms-Universität Münster, 5.-8.Juni 2001, ZKL-Texte, Münster, 2002
- [2] Henn, H.-W. (1999): Mathematikunterricht im Aufbruch, eine Veröffentlichung des Landesinstituts für Erziehung und Unterricht Stuttgart, Schroedel-Verlag, Hannover
- [3] Herget, W., H. Heugl, B. Kutzler, E. Lehmann: Welche handwerklichen Rechenkompetenzen sind im CAS-Zeitalter unverzichtbar? In MNU 2001, Heft 8
- [4] Herget, W. (1993): Ziele und Inhalte des Informatikunterrichts – zum Vergleich. In Hischer, H. (Hrsg.): Mathematikunterricht und Computer, neue Ziele oder neue Wege zu alten Zielen? Bericht über die 11. Arbeitstagung des Arbeitskreises "Mathematikunterricht und Informatik" in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e.V. 1993 in Wolfenbüttel
- [5] Eberhard Lehmann: Mathematik-Unterricht mit Computer-Einsatz, Band 1: Grundlagen, didaktische und methodische Hinweise für die Sekundarstufen I und II, Dümmler-Verlag 1988
- [6] Eberhard Lehmann: Mathematik-Unterricht mit Computer-Einsatz, Band 2: Anwendungen, Unterrichtsbeispiele für die Sekundarstufen I und II, Dümmler-Verlag 1988
- [7] Lehmann, E. (1995a): Komplexe Systeme, eine fundamentale Idee im Informatik-Unterricht, in LOGIN 1995, Heft 1, LOGIN-Verlag
- [8] Lehmann, E. (1996): Komplexe Systeme, Teil 2 – Komplexe Systeme auf Schulniveau reduzieren, in LOGIN 1996, Heft 2, LOGIN-Verlag
- [9] Lehmann, E. (1999c): Grundlagen von Projektarbeit, Der Mathematik-Unterricht, Heft 6
- [10] Lehmann, E. (2000): Neues Lernen, neue Medien - selbständige Schüler / innen. In Tagungsdokumentation 25.-28.5.1999: Neues Lernen mit neuen Medien – Mathematikunterricht der Zukunft, Westfälische Wilhelms-Universität, ZKL-Texte 8, Münster
- [11] Schwill, A. (1994): Fundamentale Ideen in Mathematik und Informatik. In Hischer, H. & Weiß M. (Hrsg.): Fundamentale Ideen. Zur Zielorientierung eines künftigen Mathematikunterrichts unter Berücksichtigung der Informatik, Bericht über die 12. Arbeitstagung des Arbeitskreises "Mathematikunterricht und Informatik" in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e.V. 1994 in Wolfenbüttel
- [12] Weigand, H.-G. (1997): Veränderungen des Mathematikunterrichts aufgrund des Einflusses der Informatik. In Hischer, H. (Hrsg.): Geometrie und Computer, Bericht über die 15. Arbeitstagung des Arbeitskreises "Mathematikunterricht und Informatik" in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e.V. 1997 in Wolfenbüttel

- [13] Weth, T. (1997): Was bringt der Computer "wirklich" Neues für den Geometrieunterricht? In Hischer, H. (Hrsg.): Geometrie und Computer, Bericht über die 15. Arbeitstagung des Arbeitskreises "Mathematikunterricht und Informatik" in der Gesellschaft für Didaktik der Mathematik e.V. 1997 in Wolfenbüttel

Spezielle Literatur zur Arbeit mit Bausteinen

- [14] Lehmann, E.: Lineare Algebra mit dem TI-92, Handreichung mit weitgehender Verfolgung des Bausteinprinzips - *Texas Instruments 1998*
- [15] Lehmann, E.: Mathematik mit Bausteinen und ihren Parametern - *PM, Praxis der Mathematik, Heft 3/1999, Aulis-Verlag Köln*
- [16] Lehmann, E. (1999a): Mathematikunterricht mit einem Computeralgebrasystem - Analyse des Bausteins Binobau(a, b, n):= $(a+b)^n$ - *MNU, Der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht, Heft 5, 1999, Dümmler-Verlag Köln*
- [17] Lehmann, E.: Mathematiklehren mit Computeralgebrasystem-Bausteinen, Verlag Franzbecker, Hildesheim, Berlin 2002
- [18] Schmidt, Thomas / Günter / Stefan (1996): Numerische Verfahren mit dem TI-92, Texas Instruments, Freising 1996

Software

- [19] Lehmann, Hergen: ANIMATO, ein Funktionenplotter, der durch besondere Gestaltungsmaßnahmen die Erstellung von Animationen mit Funktionen und Relationen durch Schüler in besonderem Maße unterstützt, Berlin 2002.