

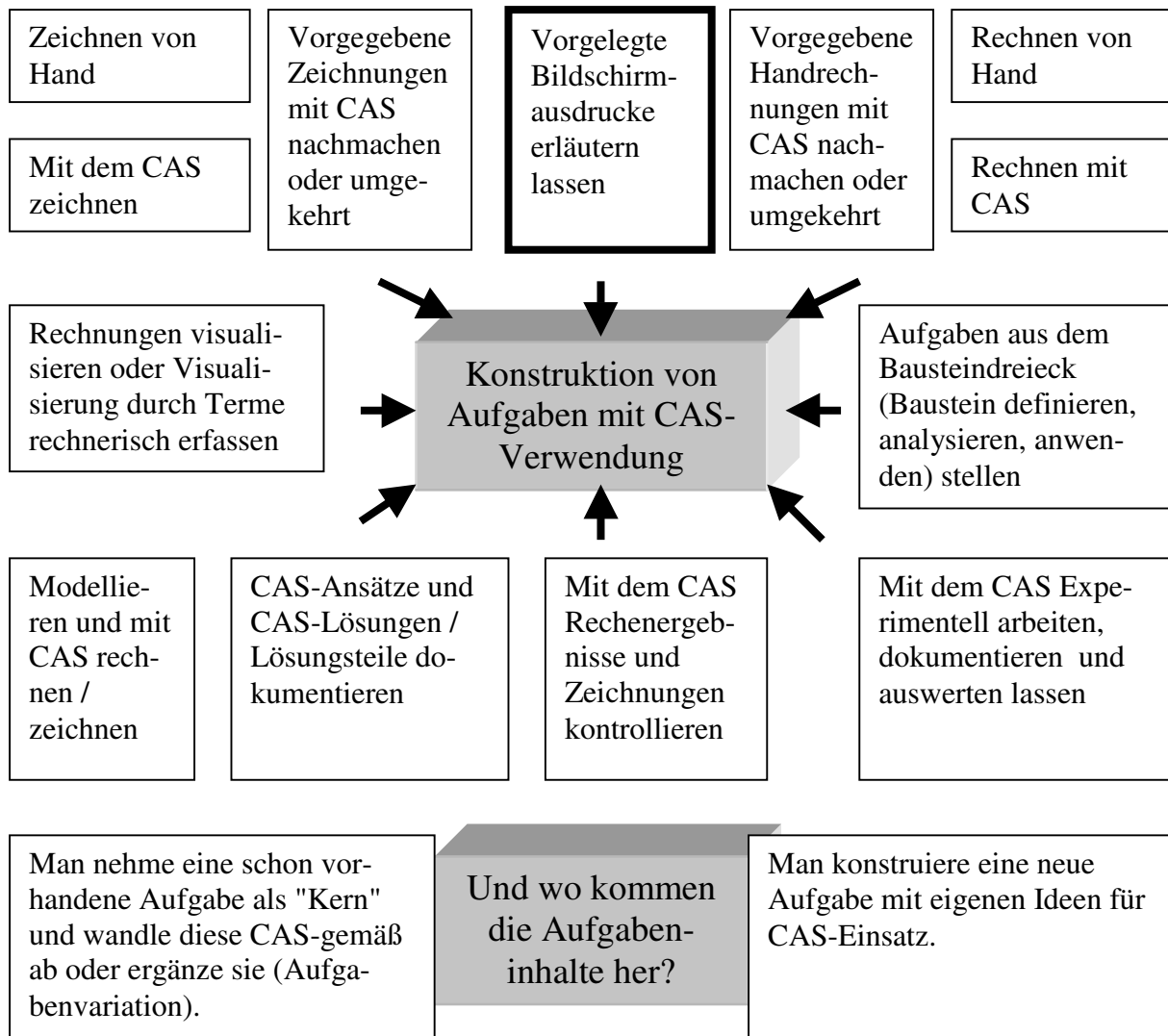
Anhang A

Tipps für Klassenarbeiten mit CAS - auch nützlich für den Unterricht

Sie finden hier Tipps und zusätzliche Erläuterungen zu folgenden Aspekten:

- Visualisieren mit CAS-Hilfe
- Kontrollieren mit CAS
- Vorgelegte Zeichnungen oder Rechnungen ergänzen
- Aufgaben zur Dokumentation
- Das Bausteindreieck (definieren, analysieren, anwenden)
- Veränderte Aufgabekultur → offene Aufgaben
- CAS und Handrechnung
- Ansätze finden lassen - Modellbildung

Die folgende Abbildung fasst mögliche Aufgabenansätze zusammen:



Visualisieren mit CAS-Hilfe

Das Arbeiten mit Visualisierungen kann von verschiedenen Seiten aus erfolgen:

Rekonstruktion gegebener Abbildungen:

Die Rekonstruktion vorgegebener Abbildungen kann man als eine Standardaufgabe für Grafikrechner oder CAS ansehen. Der Lösungsweg wird in der Regel sein:

- 1) Den geeigneten Maßstab wählen und für den ausgewählten Graphen ablesbare Punkte suchen. Die Koordinaten ablesen.
- 2) Mit diesen Vorgaben kann die Funktionsgleichung aufgestellt werden.
- 3) Zeichnen des Graphen.
- 4) Kontrolle des Graphen (charakteristische Punkte vergleichen).
- 5) Entsprechend wird mit allen Graphen verfahren.
- 6) Gesamtbild kontrollieren.

Um zur Rekonstruktion einer Zeichnung zu kommen, muss der Schüler den *Zusammenhang* zwischen Funktionsgleichung und Graph (z. B. lineare Funktionen und Geraden) *verstanden haben*. Er liest zum Beispiel bei Geraden m und n oder 2 Punkte aus dem Graphen ab, ermittelt die Funktionsgleichung und zeichnet erneut. Dabei muss er noch die Fenstergröße und den Maßstab beachten.

Je nach Kenntnisstand der Schüler und bei komplexeren Abbildungen kann diese Aufgabenstellung einen guten Zugang zum experimentellen Arbeiten mit dem Rechner geben.

Kontrollieren mit CAS

Das CAS kann auf verschiedene Arten zu Kontrollarbeiten eingesetzt werden. Es schafft damit Sicherheit für den Schüler.

- Eigene oder vorgelegte Handrechnungen überprüfen
- Zeichnungen überprüfen
- Vermutungen überprüfen
- Vorgelegte Lösungen verifizieren

Aufgaben zur Dokumentation

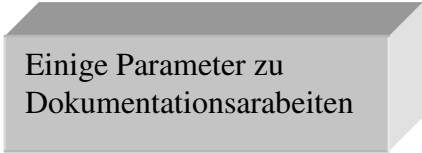
a) Allgemeine Bemerkungen

Dokumentationserwartungen:

Die Erwartungen an die Dokumentation von Computerarbeit entwickelt sich im Verlaufe des Vertrautwerdens der Schüler mit dem Programm und den mathematischen Inhalten.

Die jeweilige Dokumentation ist situationsabhängig und softwareabhängig!

- Welchen Rechner-Kennntnisstand haben die Schüler?
Ist es eine Neueinführung?
War bisher eine
 - nur kurze Benutzungsdauer,
 - mittlere Benutzungsdauer,
 - bereits lange Benutzungsdauer?



Einige Parameter zu
Dokumentationsarbeiten

- Welche Software wird benutzt? Welche Verknüpfungsmöglichkeiten mit anderer Software (z.B. mit Textverarbeitung sind möglich und erwünscht)
Handelt es sich um CAS, DGS, Tabellenkalkulation, sonstige spezielle M-Software?
- Welche Dokumentationsmöglichkeiten sind in dem jeweiligen Kurs überhaupt möglich?
In welcher Situation? – Hausarbeit, Unterrichtsarbeit, Klassenarbeit, Klausur, Abiturarbeit

Daraus folgt:

Es lassen sich nur einige wenige allgemeine Grundsätze aufstellen und einige Tipps zur Dokumentation von Computerarbeit geben. Es ist nötig, sich die jeweiligen Situationsparameter bewusst zu machen.

b) Dokumentationstipps für Schüler und Lehrer

Hinweise an Schüler zum Übernehmen von Zeichnungen vom Computerbild

- Auf kariertem Papier mit Bleistift zeichnen,
- charakteristische Punkte möglichst genau eintragen (z. B.: Schnitte mit den Achsen, Extremwerte, ...), sonstige Auffälligkeiten beachten,
- wichtige Zahlenwerte (gerundet) eintragen (Rechner-Koordinatenanzeigen verfolgen),
- in der Regel maßstabsgetreu zeichnen.

Hinweise an Schüler zur Dokumentation von Termen

- Für einen Vorgang (Bildschirmarbeit) ein Rechteck geeigneter Größe als Bildschirmabbild benutzen. Im Rechteck stehen Eingaben, Ausgaben und Erläuterungen dazu. Durch das Rechteck werden Texte zur Rechnerarbeit abgegrenzt von dem anderen Text.

Eingabe:	$m \cdot x + n \rightarrow \text{gerade}(x, m, n)$
ggf. Erläuterungen:	Hier wird ein Baustein für die Geradenform $y = mx + n$ definiert
Ausgabe:	done
ggf. Erläuterungen:	der Baustein wurde gespeichert
Eingabe	$\text{gerade}(x, 3, 4)$ Der Baustein wurde aufgerufen mit $m=3$ und $n=4$
Ausgabe	$3x+4$ für m und n wurden die Werte eingesetzt, so entsteht der ausgegebene Term
Hinweis: Diese ausführliche Form empfiehlt sich zu Beginn einer entsprechenden Unterrichtssequenz.	

- **Bildschirm abschreiben:**

$\text{solve}(x^2+3x+2=0, x)$	$x = -1$ or $x = -2$
usw.	

Hat den Vorteil, dass man im Schülertext sofort die TI-Arbeit erkennt. Fehleingaben werden nicht notiert!

- Man kann die Teile der Bildschirmarbeit auch farbig markieren lassen.

c) Komplexe Terme, längere Rechnungen

Bei komplexen Termen und längeren Rechnungen sollte man mit Zwischenergebnissen arbeiten. Diese werden geeignet bezeichnet und können in der darauf folgenden Arbeit wieder verwendet werden. Häufig empfiehlt sich dabei auch die Berücksichtigung der auftretenden Variablen als Parameter.

Beispiel: Die Gleichung $m \cdot x + 2 = 3 \cdot x - 2$ wird abgekürzt mit $\text{gleich}(x,m)$. Also $m \cdot x + 2 = 3 \cdot x - 2 \rightarrow \text{gleich}(x,m)$. Damit steht dieser Baustein ab jetzt zur Verfügung.

Teilergebnisse vorgeben

Bei komplexeren Aufgaben trägt ein Vorgeben von Teilergebnissen (Zahlenergebnisse, Terme, Zwischenzeichnung) zu einer Vorstrukturierung bei und ermöglicht Kontrollen, die den Schüler bei seiner Arbeit bestätigen. Auf diese Weise können schwierigere Aufgaben "entschärft" werden.

d) Umfang der Bearbeitungen

Dieser kann recht unterschiedlich sein. So kann man z.B. einige Zeilen der Abbildungen durch zusätzliche Heftskizzen oder weitere Anwendungen eines definierten Bausteins erläutern.

Vorgelegte Zeichnungen oder Rechnungen ergänzen oder nachvollziehen

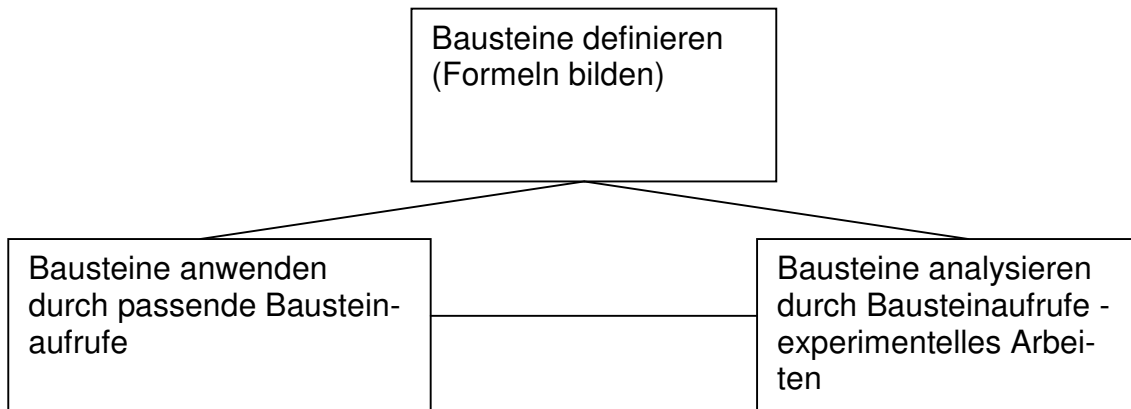
Formulierung von Aufgaben zu gegebenen Bildern

- 1) Ein Schüler hat mit der Abstandsformel folgendermaßen gearbeitet (gegebene Bildschirmausdrucke).
Erläutere seinen Weg mit Hilfe eines Textes und ggf. auch durch zusätzliche Skizzen.
- 2) Formuliere Aufgaben zum Inhalte der beiden Bilder.
- 3) Schreibe einen mathematischen Aufsatz zu den beiden Abbildungen.
- 4) Ohne das Vorgeben der beiden Abbildungen: Veranschauliche das Problem „Abstand eines Punktes von einem Graphen“ mit Hilfe des CAS und erläutere dein Vorgehen.

Die Anforderungen steigen von 1) nach 4).

Das Bausteindreieck

Dem Leser wird aufgefallen sein, dass in vielen Klassenarbeitsaufgaben das Bausteinprinzip verwendet wurde. Hierfür ergeben sich diverse Aufgabenstellungen und Ansätze, indem man das "**Bausteindreieck**" beachtet.



Für Aufgaben mit Geraden sind z. B. folgende Bausteine geeignet:

$m \cdot x + n$ \rightarrow gera(x,m,n)
 $a \cdot x + b \cdot y = c$ \rightarrow glei(a,b,c)
 $a \cdot x + b \cdot y = c$ \rightarrow glei2(x,y,a,b,c)

unter zusätzlicher Benutzung von
SOLVE

Das Bausteinprinzip

Arbeitet man z. B. viel mit linearen Gleichungssystemen, so empfiehlt sich die Definition einer Bausteins:

- $\text{SOLVE}(a1 \cdot x + b1 \cdot y = c1 \text{ and } a2 \cdot x + b2 \cdot y = c2, \{x,y\}) \rightarrow \text{lgs}(a1,b1,c1,a2,b2,c2)$
- Der Aufruf $\text{lgs}(1,-0.7,8,5,0.3,2)$ liefert dann Lösungen zu einem speziellen LGS:
- Der Aufruf $\text{lgs}(a1,b1,c1,a2,b2,c2)$ liefert sogar die Formeln für x und y. Siehe Voyage-

Anhang B gibt nähere Informationen zum Bausteindreieck und seine unterrichtliche Verwendung.

Veränderte Aufgabekultur → offene Aufgaben

Die veränderte Aufgabekultur wird in vielen der vorgelegten Klassenarbeiten deutlich in

- einer Betonung des Findens von Ansätzen,
- den Aufträgen, vorgegebenes Material weiter zu verarbeiten,
- einer Vermischung händischen Rechnens mit CAS- und Grafikanteilen,
- Verständnisfragen zur verwendeten Mathematik,
- der Aufforderung zur Wahl eigener oder mehrerer Lösungswege.



Veränderte Aufgabekultur -
ohne und mit CAS

CAS und Handrechnung

Grundlegende Algorithmen müssen im Unterricht auch von Hand beherrscht werden - allerdings nicht mehr in dem Umfang und der Tiefe, wie noch häufig praktiziert. Aufgabenkaskaden können entfallen. Wenn die Terme komplizierter werden, ist der Einsatz des CAS angesagt! Um dieses verständig einzusetzen, muss auf das Verstehen des Algorithmus großen Wert gelegt werden:

Weniger rechnen - mehr verstehen!

Weiterhin muss bei den Entscheidungen zwischen Hand- und Computerrechnung immer beachtet werden, ob es sich um langfristig zu sichernde Algorithmen handelt. Kurzfristig kann von Schüler mehr Handrechnung erwartet werden, als bei länger zurückliegenden Algorithmen.

Diese Ansätze können auch in Klassenarbeits- und Klausuraufgaben berücksichtigt werden:

- Einfache Rechnungen von Hand durchführen,
- Kontrolle von Handrechnungen mit dem CAS,
- Handrechnungen mit dem CAS simulieren,
- Nachrechnen von vorgelegten CAS-Rechnungen auf Bildschirmausdrucken durch Handarbeit,
- komplizierte und aufwendige Rechnungen an das CAS geben.

Ansätze finden lassen - Modellbildung

In verstärktem Umfang kann es nun auch in Klassenarbeiten / Klausuren um das Modellbilden aus einem Text heraus und das Bearbeiten der dann notwendigen Algorithmen mit einem CAS gehen. Anschließend erfolgt eine verständige Auswertung der vom CAS erzeugten Ergebnisse und ggf. eine Korrektur der Ansätze.