

# Kapitel 1

## Berücksichtigung präferierter Gebiete bei der Depiktion räumlicher Relationen

Daniel Kirsch  
Tim Bärmann  
Richard Cissé  
Tobias Rapoport

### Zusammenfassung

Das Ziel dieser Arbeit besteht darin, mit einem Programm eine vorgegebene Szenerie aus Objekten und Relationen, die zwischen diesen bestehen, in eine bildliche Darstellung umzusetzen. Diese soll einer von einem Menschen mit den gleichen Vorgaben erstellten Darstellung möglichst nahekommen. Es soll also die Semantik räumlicher Relationen wie “rechts” oder “vorne” durch das Programm erfaßt und auf die gegebene Szenerie angewendet werden. Dabei geht es vor allem darum, schöne Darstellungen zu finden, wobei sich “schön” auf das subjektive, menschliche Empfinden bezieht.

Sieht man einmal von unterschiedlichen Auffassungen von Relationen wie “rechts” sowie von den vielen Einflüssen auf unser “rechts”-Empfinden ab, so gelangt man zu einer mathematischen Beschreibung der räumlichen Beziehungen. Die daraus resultierenden Constraints sind nichtlinear und mit algebraischen Methoden nicht vollständig lösbar. Das Problem wird mit einem Verfahren des maschinellen Lernens, dem Entscheidungsbaumalgorithmus CAL5, gelöst. Dabei werden verschiedene Möglichkeiten untersucht, sowohl während des Lernens der räumlichen Relationen als auch bei der Generierung der bildlichen Darstellungen bestimmte Gebiete zu präferieren.

Das Anwendungsgebiet eines solchen Systems sind Probleme, bei denen nichtlineare Constraints hinsichtlich ihrer Erfüllbarkeit überprüft werden müssen. Beispiele hierfür sind Aufgaben der Mensch–Maschine–Kommunikation wie Bildschirmsprachen oder Roboterkinematik.

## 1.1 Einleitung

In vielen rechnergestützten, technischen Anwendungen ist die Einhaltung von räumlichen Randbedingungen notwendig. Die mathematische Überprüfung dieser Constraints kann sehr aufwendig sein. Insbesondere wenn es sich um nichtlineare Constraints handelt, d.h. wenn die Gleichungen bzw. Ungleichungen nichtlineare Terme enthalten, ist eine geschlossene Lösung nur selten möglich. Hier können dann nur noch numerische Verfahren angewendet werden. Diese sind zeitaufwendig und liefern nur Ergebnisse für feste Parameter.

Ein neuer Ansatz verwendet Methoden des maschinellen Lernens zur Prüfung der Erfüllbarkeit komplizierter räumlicher Constraints, wie sie z.B. bei der Roboterkinematik auftreten.

Im Rahmen des DFG-Projektes "SPACE" beschäftigt man sich mit der Depiktion räumlicher Relationen. Eine vorgegebene Szenerie, die durch verschiedene Objekte und Relationen zwischen diesen beschrieben ist, soll möglichst so in eine bildliche Darstellung umgesetzt werden, wie es ein Mensch in der gleichen Situation getan hätte. Die verschiedenen Relationen wie links, rechts, vorne und hinten sollen als räumliche Gebiete erfaßt und auf die vorgegebene Situation angewendet werden. Anwendungsgebiete sind z.B. Systeme der Mensch-Maschine-Kommunikation wie Bildschirmsprachen, bei denen Objekte anhand von sprachlichen Beschreibungen auf dem Bildschirm plaziert werden sollen.

Die Constraints dieses Problems lassen sich als Koordinatentransformationen beschreiben. Es handelt sich also um Ungleichungen mit nichtlinearen Sinus- und Cosinus-Termen, die algebraisch nicht mehr lösbar sind. Die Constraints und damit die räumlichen Relationen sollen daher mit maschinellen Lernverfahren erlernt werden (Constraintlernen).

CAL5 ist ein statistisches Lernverfahren, das aus einer gegebenen Trainingsmenge von klassifizierten Punkten, die in einem  $n$ -dimensionalen Merkmalsraum liegen, einen Entscheidungsbaum konstruiert. Anhand verschiedener Parameter kann der Lernprozeß beeinflußt werden. Durch das Verfahren erhält man einfach interpretierbare Lernergebnisse. Der Entscheidungsbaum kann nicht nur zur Klassifizierung von Punkten verwendet werden, die Auswertung des Baumes liefert zudem Produktionsregeln für die schnelle Erzeugung von Punkten einer bestimmten Klasse.

Aufgabe unseres Projektes ist die "Berücksichtigung präferierter Gebiete bei der Depiktion räumlicher Relationen". Die mit CAL5 erlernten räumlichen Relationen sollen Depiktionen der beschriebenen Szenerie liefern, die besonders "schön" sind. Die Relation "links" z.B. soll für das links liegende Objekt ein Gebiet bevorzugen, das aus Sicht des Betrachters besonders deutlich links ist. Damit soll gewährleistet werden, daß ein Mensch, der aus der gleichen Beschreibung der Szenerie ein Bild konstruieren würde, die Relationen ähnlich dargestellt hätte.

### 1.1.1 Merkmale der räumlichen Relationen

Unsere Aufgabe ist das Generieren von Darstellungen "schöner" Relationen, also Anordnungen von Objekten, die besonders deutlich die Eigenschaften der geforderten Relation erfüllen.

Zunächst stellt sich die Frage, in welchen Fällen bestimmte Relationen überhaupt zutreffend sind, also wann sich ein Objekt z.B. links oder rechts von einem anderen befindet. Dies läßt sich nicht objektiv und allgemeingültig beantworten. So ist eine Entscheidung für "links" oder "nicht mehr links" stark subjektiv und hängt von Faktoren wie dem Größenverhältnis und der absoluten Größe der Objekte oder von der Entfernung der Objekte zueinander ab. Psychologische Untersuchungen haben bei der Beurteilung der Relation von zwei Objekten zueinander für links und rechts einen Bereich von durchschnittlich 90 Grad und für die Relationen vorne und hinten einen Bereich von jeweils ca. 106 Grad ergeben. Soll dagegen zu einem gegebenen Objekt und einer gegebenen Relation ein zweites Objekt angeordnet werden, so wird das zweite Objekt meist direkt auf der Achse positioniert, die durch die Mitte des entsprechenden Gebietes verläuft.

Daraus kann man schließen, daß für besonders schöne, eindeutige Relationen die Objekte möglichst nahe an der entsprechenden Achse bzw. direkt auf dieser Achse liegen sollten. Unter Umständen ist dies aber nicht möglich, wenn z.B. durch ein anderes Objekt oder eine begrenzende Wand der ideale Platz nicht besetzt werden kann. Dann muß eine alternative Position gefunden werden, die die geforderte Relation erfüllt.

Wir beschreiben den Raum der möglichen, d.h. zulässigen Positionen durch Gebiete von jeweils 90 Grad für vorn, hinten, links und rechts (Abb. 1.1). Dabei muß *jeder* Punkt des Objektes in diesem Gebiet liegen, d.h. das Objekt darf nicht aus dem Gebiet herausragen. Die Begründung für diese Interpretation der Relationen liegt vor allem in der “Inferierbarkeit” der Relationen.

Das Ziel unserer Arbeit ist es, soweit möglich die Objekte mit großer Wahrscheinlichkeit direkt auf derjenigen Achse zu positionieren, die der jeweiligen Relation entspricht. Zudem soll der Abstand zwischen den Objekten einer Relation nicht zu groß sein, um möglichst viele Objekte im Raum unterbringen zu können. Kann der ideale Platz nicht besetzt werden, so soll mit großer Wahrscheinlichkeit trotzdem eine der Relation entsprechende Position gefunden werden, damit wir, wenn dies irgendwie möglich ist, eine Depiktion der beschriebenen Szenerie erhalten. In jedem Fall sollen fehlerhafte Depiktionen vermieden werden.

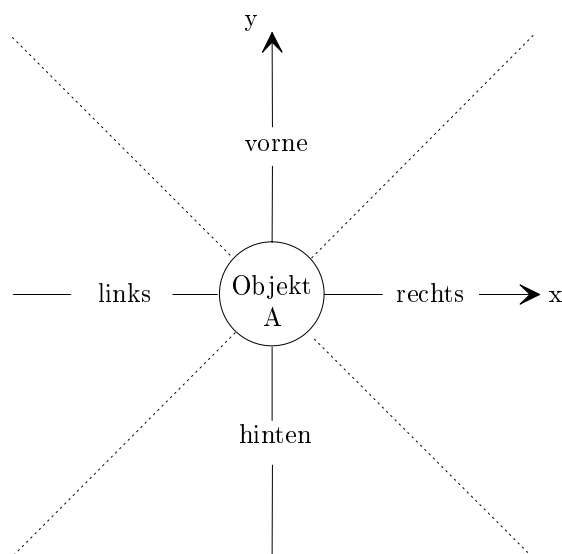


Abbildung 1.1: Darstellung der Gebiete am Beispiel eines kreisförmigen Objektes

### 1.1.2 Ausgangspunkt

Bei unserer Arbeit steht uns ein Programm für den CAL5-Algorithmus zur Verfügung. Als Eingabe wird eine Datei mit klassifizierten Trainingsdaten erwartet. Die Ausgabedatei enthält neben der Beschreibung des resultierenden Entscheidungsbaumes zusätzlich wichtige statistische Parameter, wie z.B. die Anzahl der Klassifizierungen zu jedem Blatt und die Lernerfolgsrate. Aus einem früheren Projekt stehen uns eine Reihe von Programmen zur Generierung und Klassifikation von Daten zur Verfügung [3].

Weiterhin können wir auf eine Diplomarbeit von Carsten Gips [1] zurückgreifen, die sich mit dem Thema der Depiktion räumlicher Relationen beschäftigt. Im Rahmen dieser Diplomarbeit entstand ein Programm, das aus CAL5-Bäumen die Gebiete extrahiert, in denen die Relation erfüllt ist, und daraus Daten für die Darstellung generiert.

Unsere Aufgabe ist vor allem, Heuristiken zu entwickeln, mit denen bei der Depiktion Gebiete präferiert werden, die unseren Forderungen nach schönen Relationen entsprechen.

### CAL5

Der Metaalgorithmus CAL5 [2] ist ein Entscheidungsbaumverfahren für maschinelles Lernen. Während der Lernphase werden dem Algorithmus Paare von Objektbeschreibungen und zugehöriger Klassifizierung angeboten. Der Algorithmus stellt damit eine Hypothese der Klassifizierungsfunktion auf. Die Parameter der Objektbeschreibungen bilden einen n-dimensionalen Merkmals-

raum. Der Algorithmus bildet jeweils Intervalle über einem bestimmten Parameter und ordnet diese einer Klasse zu, oder er verzweigt den Baum weiter, indem ein anderer, erfolversprechender Parameter gewählt wird. Die einzelnen Parameter können so auch wiederholt innerhalb eines Pfades des Baumes für Verzweigungen verwendet werden.

Wenn möglich wird zu einem gegebenen Konfidenzniveau “1-alpha” und einem Schwellenwert “S” eine statistisch konfidente Entscheidung für die eine oder andere Klasse getroffen. D.h. wenn in einem Intervall eine Klasse mit der Wahrscheinlichkeit “1-alpha” bei der Schwelle “S” dominiert, wird für diese Klasse entschieden. Für die Kostenberücksichtigung kann der Schwellenwert auch klassenabhängig gewählt werden. Wenn eine solche Entscheidung in einem Intervall nicht mit der gewünschten Sicherheit getroffen werden kann, wird für diejenige Klasse entschieden, der die Mehrheit der Trainingsdaten in dem Intervall zugeordnet sind, und diese mit einem Stern versehen. Das entstandene Blatt des Entscheidungsbaumes entspricht einem Gebiet im  $n$ -dimensionalen Merkmalsraum, das durch die Intervalle der jeweiligen Parameter definiert ist. Jedes Blatt enthält die Trainingsdaten, die in dem entsprechenden Gebiet liegen.

Die Cal5-Bäume werden abschließend durch das Programm `veri.pl` noch mit folgenden Mitteln vereinfacht (“Pruning”):

- Alle  $B$ - und  $B^*$ -Gebiete werden gelöscht, da sie nicht weiter verwendet werden.
- Über dem gleichen Parameter gebildete, benachbarte Gebiete werden zusammengefaßt.
- Nicht vorkommende Parameter werden durch die maximalen, beim Lernen verwendeten Grenzen ersetzt.
- Die Anzahl der Trainingsdaten wird mit abgespeichert.

Die reellwertigen Parameter der Objektbeschreibung sind in unserem Fall die Dimensionen und Orientierungen der an einer Relation beteiligten Objekte sowie Parameter, die die Lage der Objekte zueinander beschreiben. Es gibt zwei Möglichkeiten der Klassifizierung. Entweder erfüllt die Objektbeschreibung die Relation (Klasse  $A$  oder, falls keine konfidente Entscheidung getroffen werden konnte,  $A^*$ ) oder sie erfüllt sie nicht (Klasse  $B$  oder  $B^*$ ).

Im Gegensatz zu anderen Lernverfahren, z.B. neuronalen Netzen, findet der Lernalgorithmus nur achsenparallele Trennebenen und ist damit ungenauer. Dafür lassen sich die Lernergebnisse relativ leicht interpretieren und auswerten.

## Grundlagen und vorherige Ergebnisse

Das im Rahmen der Diplomarbeit von Carsten Gips entstandene Programm erzeugt aus einer vorgegebenen Szenerie von Objekten, die sich in einem Zimmer befinden, eine Depiktion dieser Szenerie. Die verwendeten Relationen werden durch CAL5-Entscheidungsbäume definiert.

Als Objekte können Kreise und Rechtecke auftreten. Jedem Objekt ist ein eigenes Koordinatensystem zugeordnet. Die räumlichen Relationen sind als Koordinatentransformation des zweiten Objektes auf das erste definiert, d.h. die Relationen beziehen sich nicht auf die Sicht des Betrachters, sondern auf die Sicht des Objektes  $A$ .

Objekte werden durch die Lage ihres Koordinatensystems im Raum beschrieben, d.h. durch ihre  $x$ - und  $y$ -Raumkoordinate sowie den Drehwinkel. Kreise werden weiterhin durch ihren Radius, Rechtecke durch ihre Länge und Breite charakterisiert.

Relationen zwischen Objekten werden durch den Abstand der Objektmittelpunkte zueinander in  $x$ - und  $y$ -Richtung, bei Rechtecken zusätzlich durch die Drehung des zweiten Koordinatensystems in Bezug auf das erste beschrieben.

Das Programm erhält als Eingabe eine Menge von zu erfüllenden Relationen, die zu den Relationen gehörenden geprunten CAL5-Bäume sowie eine Anzahl  $v$  von initialen Vektoren und eine Anzahl  $w$  von Wiederholungen. Es gibt dann für die in den Relationen vorkommenden Objekte die Positionen und Orientierungen im Zimmer aus, falls es eine Möglichkeit gefunden hat, alle Relationen zu erfüllen.

Der Algorithmus arbeitet folgendermaßen: Zunächst werden die Relationen und die Beschreibungen der Objekte eingelesen, dann wird sukzessive jede Relation in einer vom Programm festgelegten Reihenfolge bearbeitet. Für jede Relation tritt einer der folgenden drei Fälle ein:

- Beide Objekte sind bereits im Zimmer positioniert. Dann wird aus den Positionen die Relation berechnet und getestet, ob dazu ein Blatt im Baum existiert.
- Ein Objekt ist bereits im Zimmer positioniert, das andere ist neu. Dann wird folgendermaßen verfahren:
  - Aus dem Baum wird für die Relation zufällig ein Gebiet ausgewählt.
  - Noch nicht festgelegte Parameter der Objekte (Ausdehnung, Orientierung im Raum, Abstand zueinander) werden innerhalb der zulässigen Intervalle zufällig bestimmt.
  - Es wird getestet, ob das zweite Objekt innerhalb des Zimmers liegt und sich mit keinem anderen Objekt überschneidet. Wenn dies nicht der Fall ist, wird diese Schleife wiederholt (insgesamt bis zu  $w$  mal), um evtl. mit einem anderen Gebiet oder anderen Parameterwerten eine gültige Positionierung zu erhalten.
- Beide Objekte sind noch nicht im Zimmer positioniert. Dann wird ein Objekt beliebig im Zimmer positioniert und wie im vorigen Fall verfahren, wobei zusätzlich die Größe des ersten Objektes auch zufällig bestimmt wird.

Da es Fälle gibt, in denen durch eine ungünstige Wahl der Parameter der bereits im Zimmer platzierten Objekte für ein neues Objekt keine gültige Position gefunden werden kann, startet das Programm mit  $v$  Versuchen gleichzeitig, um von diesen nach Abarbeitung aller Relationen wenigstens einige übrig zu behalten.

## 1.2 Methoden zur Präferenzierung von Gebieten

Um bei der Depiktion bestimmte Gebiete zu präferieren, gibt es verschiedene Ansätze.

### 1.2.1 Indirekte Verfahren

Die Fehlerraten der CAL5-Entscheidungsbäume lassen sich verringern, wenn dafür gesorgt wird, daß Gebiete mit unzuverlässiger Klassifizierung möglichst nicht ausgewählt werden können. Es gibt verschiedene Ansätze, um dies zu erreichen:

- Zunächst spielt die Verteilung der Trainingsdaten eine entscheidende Rolle. Wenn an der Trennebene zwischen den Klassen viele Trainingsdaten existieren, dann wird eine feinere und genauere Trennfunktion gefunden, die weniger fehlerbehaftet ist. Zwar steigt der Trainingsfehler an, da mehr Objekte falsch klassifiziert werden, aber es werden weniger unzulässige Generalisierungen durch den CAL5-Algorithmus vorgenommen.
- Der CAL5-Algorithmus liefert dort, wo er nicht mit der geforderten Konfidenz für die eine oder andere Klasse entscheiden kann, sogenannte Sternklassen. Hier wird das Intervall nur aufgrund einer Mehrheitsentscheidung einer Klasse zugeordnet. Solche Blätter sind unsicher für die Klassifizierung und sollten daher nicht für die Depiktion verwendet werden, sondern beim Pruning der Bäume aussortiert werden.
- Die Schwelle für die Klassifizierung kann klassenabhängig gewählt werden. Auf diese Weise kann eine Klassifizierung für die Klasse  $A$  (erfüllt die Relation) mit einem größeren Risiko bewertet werden. Damit vergrößert sich der Sicherheitsabstand der Gebiete, die als zu Klasse  $A$  gehörig klassifiziert wurden, zu den tatsächlichen Trennebenen. Das Gebiet der Klasse  $A$  wird so insgesamt kleiner, aber dafür sicherer.
- Durch gezieltes Hinzufügen von Objekten der Klasse  $B$  zur Trainingsmenge kann vermieden werden, daß der CAL5-Algorithmus unerwünschte Generalisierungen vornimmt.

## 1.2.2 Direkte Verfahren

Auf die Präferenzierung von bestimmten Gebieten läßt sich noch direkter Einfluß nehmen, wenn man die an verschiedenen Stellen verwendeten Zufallsverfahren verändert:

- Ein Entscheidungsbaum liefert üblicherweise mehrere Gebiete, in denen die Relation erfüllt ist, d.h. mehrere Blätter, in denen für die Klasse A entschieden werden konnte. Verschiedene Blätter liefern unterschiedlich schöne Relationen. Es sollten also solche Blätter, die schöne Relationen liefern, für die Depiktion bevorzugt ausgewählt werden.

Die Gewichtung der Blätter kann z.B. anhand der Größe des Gebietes, das ein Blatt verkörpert, oder anhand der Anzahl der Trainingsdaten in einem Gebiet erfolgen. Es sind auch Mischformen beider Möglichkeiten denkbar. Blätter, die unsichere Ergebnisse liefern, welche unter Umständen ungültige Darstellungen einer Relation zulassen, sollen möglichst gar nicht auftreten oder nicht gewählt werden. Da die Größe nicht sehr aussagekräftig für die Schönheit eines Gebietes ist, wird dieser Parameter von uns nicht zur Blattauswahl herangezogen.

Sind in der Trainingsmenge besonders viele schöne Relationen enthalten, so werden die Blätter, die diese Gebiete repräsentieren, besonders große Klassifizierungszahlen aufweisen. Wir verwenden daher die Anzahl der Objekte in einem Gebiet als Auswahlkriterium für ein Blatt. Je höher die Anzahl, desto wahrscheinlicher ist es, daß dieses Blatt bei der Depiktion gewählt wird. Durch die Verteilung der Trainingsdaten kann nun die Wahrscheinlichkeit für die Auswahl eines Blattes und somit die Wahrscheinlichkeit des Auftretens von schönen Depiktionen einer Relation beeinflußt werden.

- Aus dem Entscheidungsbaum können Intervalle extrahiert werden, in denen die Werte der einzelnen Parameter liegen müssen, um eine bestimmte Relation zu erfüllen. Um nun zu einer Realisierung einer Relation zu gelangen, muß ein konkreter Wert innerhalb des Intervalls gefunden werden. Dieser Wert wird per Zufallsexperiment ausgewählt.

Für dieses Zufallsexperiment kann über dem gesamten Intervall eines Parameters eine Gleichverteilung angenommen werden. Aber auch innerhalb dieser Intervalle gibt es schöne und weniger schöne Ausprägungen der Relation. Wenn bekannt ist, wo innerhalb des Intervalles der ideale Wert liegt, kann dieses Wissen genutzt werden, und entsprechend eine asymmetrische Verteilung verwendet werden. So werden die erwünschten Werte mit höherer Wahrscheinlichkeit gewählt als die weniger erwünschten.

## 1.3 Realisierung

Wir haben im Rahmen des Projektes mehrere der genannten Möglichkeiten zur Verbesserung der Depiktionen untersucht.

### 1.3.1 Die Gebietsauswahl

Für die Gebietsauswahl gibt es mehrere mögliche Kriterien:

- die Größe des Gebietes
- die Anzahl der Trainingsdaten im Gebiet
- eine Kombination aus beidem

Was sagt die Größe eines Gebietes über dessen Lage aus? Große Gebiete findet man vor allem dort, wo der 90-Grad-Kegel, der die Relation im normalen Raum begrenzt, bereits sehr breit geworden ist. Zudem muß der Abstand zur Trennebene relativ groß sein, damit die Dimensionen der Objekte vernachlässigt werden können. In der Nähe der Spitze des 90-Grad-Kegels, dort wo die Objekte plaziert werden sollen, werden wir also kaum große Gebiete finden.

Da für sind dort kleine Gebiete zu erwarten. Wir finden aber auch in der Nähe der Trennebene viele kleine Gebiete, die aus der treppenartigen Näherung der Klassifizierungsfunktion resultieren. Wir stellen also fest, daß die Größe kein zuverlässiges Maß für die Auswahl eines günstigen Gebietes darstellt.

Betrachten wir statt dessen die Anzahl der Trainingsdaten. Geht man von einer Gleichverteilung der Trainingsdaten aus, so werden wir in größeren Gebieten gegenüber den kleineren auch mehr Trainingsdaten finden. Wir haben also kein neues Kriterium.

Wir können aber die Verteilung der Trainingsdaten verändern. Wir erzeugen dort, wo die Objekte plaziert werden sollen, mehr Trainingsdaten als in anderen Gebieten. Dadurch tritt eine Häufung von Daten in den Blättern auf, die diese Gebiete repräsentieren.

Bevorzugen wir bei der Auswahl die Blätter mit mehr Trainingsdaten, so werden die günstigen Gebiete präferiert. Über die Verteilung können wir direkt die Wahrscheinlichkeit für die Wahl eines Gebietes beeinflussen.

In den Vorgaben wurde das Gewicht durch Multiplikation der Größe und der Anzahl der Trainingsdaten berechnet. Da, wie oben bereits erklärt, die Größe keinen positiven Einfluß auf die Auswahl hat, haben wir diese Gewichtung durch eine ausschließlich von der Anzahl der Trainingsdaten abhängige ersetzt.

### Implementierung des Blatt-Auswahlverfahrens

Die Implementierung der Blattauswahl ist in der Datei `tree.pm` ab Zeile 315 zu finden. Um das veränderte Auswahlkriterium zu berücksichtigen, haben wir einige Änderungen vorgenommen. Zunächst haben wir die Berechnung des Gesamtgewichtes geändert, um eine Normierung der Gewichte zu gewährleisten. Natürlich wurden die Blätter der Gegenklasse (Klasse *B*) nicht berücksichtigt.

```
$aweight += $pathref->{VOL} * $pathref->{PROBES};
```

Diese alte Gewichtung wurde ersetzt durch:

```
$aweight += $pathref->{PROBES};
```

Nun erfolgt die Berechnung des Gewichtes für jedes einzelne Blatt (also jeden Pfad im Baum, der an einem Blatt endet, das zur Klasse "rechts" bzw. Klasse *A* gehört):

```
foreach my $pathref (@{$tree->{LOP}}) {
  # Gewicht fuer ein Segment (Pfad), zwischen 0 und 1 (normiert)
  $pathref->{WEIGHT} = ($pathref->{VOL} * $pathref->{PROBES})
                    / $aweight;
}
```

Diese Zeilen wurden durch die neue Gewichtung ersetzt:

```
foreach my $pathref (@{$tree->{LOP}}) {
  # Gewicht fuer ein Segment (Pfad), zwischen 0 und 1 (normiert)
  $pathref->{WEIGHT} = ($pathref->{PROBES}) / $aweight;
}
```

### 1.3.2 Verteilung der Trainingsdaten

Wenn Gebiete mit großer Trainingsdatenzahl bevorzugt für Depiktionen verwendet werden, wie muß dann die Verteilung der Trainingsdaten gewählt werden?

Wir haben entsprechend unserer Definition für schöne Relationen Werte um Null für die Parameter  $dx$  und  $dy$  bevorzugt. Daraus resultiert eine Verteilung, die die größte Dichte an der Spitze des 90-Grad-Kegels aufweist und dann in alle Richtungen stufenweise abfällt. Beispielhaft sind im Folgenden die Verteilungsdichten der Trainingsdaten für die Rechtsrelation dargestellt. Durch

Parameter	min	max
$r$	0.1	0.5
$w$	0.1	0.5
$d$	0.3	1.0

Tabelle 1.1: Bereiche der Parameter, in denen Daten erzeugt werden

Drehen des Koordinatensystems ist die Verallgemeinerung auf andere Relationen sehr einfach möglich.

Bei der Generierung der Daten müssen auch andere Dinge berücksichtigt werden. Bei der Bayes'schen Klassifikation stoßen wir auf folgendes Problem: Wie in Gleichung (1.1) zu sehen ist, wird die Entscheidung durch die A-Priori-Wahrscheinlichkeiten der einzelnen Klassen beeinflusst.

$$\begin{aligned} p(A|x) &\geq p(B|x) \\ p(A)p(x|A) &\geq p(B)p(x|B) \end{aligned} \quad (1.1)$$

Vereinfacht ausgedrückt wird eher zu Gunsten einer Klasse mit hoher A-Priori-Wahrscheinlichkeit entschieden als zu einer mit einer niedrigen. Dies kann bei der Erzeugung von Trainingsdaten problematisch sein, frühere Arbeitsgruppen hatten oft ein Verhältnis von etwa  $p(\text{rechts}) = 0.2$  zu  $p(\text{nicht rechts}) = 0.8$ .

Carsten Gips wählte für alle Parameter eine Gleichverteilung, mit Ausnahme des Winkels zwischen zwei Objekten (sofern dieser eine Rolle spielt), hier wird mit einer Wahrscheinlichkeit von 80% ein Vielfaches von 90 Grad gewählt.

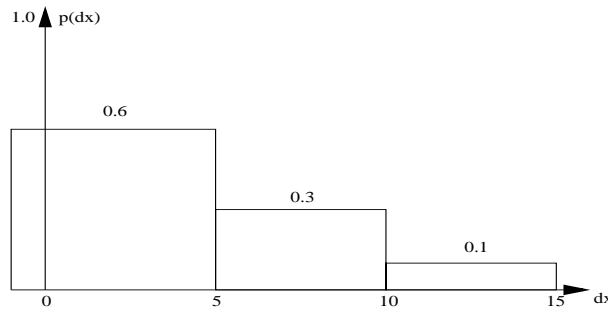


Abbildung 1.2: Verteilungsdichte des Parameters  $dx$  im ersten Versuch.

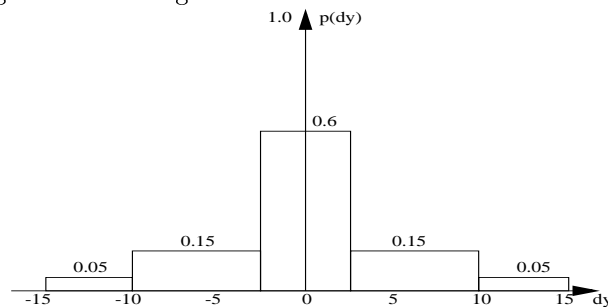


Abbildung 1.3: Verteilungsdichte des Parameters  $dy$  im ersten Versuch.

Wir haben zusätzlich auch noch die Verteilungen der Parameter  $dx$  und  $dy$  geändert. Zuerst wählten wir eine Verteilung, die in den Abbildungen 1.2 und 1.3 zu sehen ist. Die Grafiken visualisieren die Wahrscheinlichkeiten, mit denen die Daten in einem bestimmten Gebiet der Parameter  $dx$  und  $dy$  generiert werden. Alle anderen Parameter wurden, wie in Tabelle 1.1 gezeigt, gleichverteilt erzeugt (siehe dazu auch Ergebnisse).



Unsere erste Verteilung der Parameter  $dx$  und  $dy$  entspricht den bereits angestellten theoretischen Überlegungen. Daß auch im negativen Bereich der  $x$ -Achse Daten generiert werden, verhindert die Generalisierung für die Klasse  $A$  in diesem Bereich. Dabei ergab sich eine beinahe ausgeglichene A-Priori- Verteilung zwischen den Klassen “rechts” (im folgenden als  $A$  bezeichnet) und der Gegenklasse  $B$ . Insgesamt wurden 50.000 Trainingsdaten erzeugt.

Klasse	Anzahl Merkmalsvektoren	in %	Fehlerrate
A	26.723	53.4 %	11.6 %
B	23.277	46.6 %	16.5 %

Tabelle 1.2: Erster Versuch (Lernerfolgsrate - LER: 86.12 %)

Die Verteilung war allerdings nicht “extrem” genug, es ergaben sich kaum Veränderungen gegenüber der Gleichverteilung. Daraus resultierten die Verteilungen in den Abbildungen 1.4 und 1.5. Hier waren schon bessere Ergebnisse zu sehen.

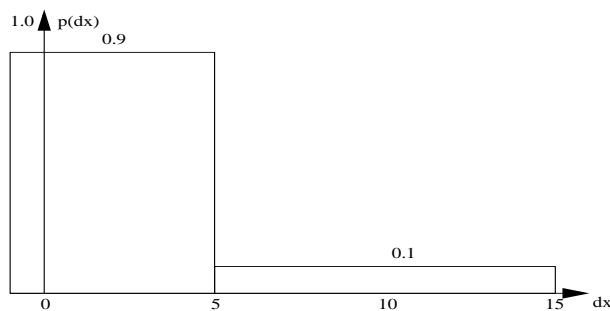


Abbildung 1.4: Verteilungsdichte des Parameters  $dx$  im zweiten Versuch.

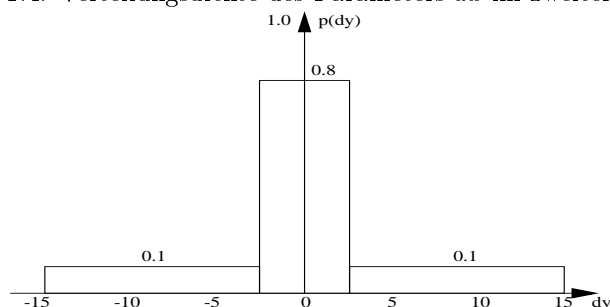


Abbildung 1.5: Verteilungsdichte des Parameters  $dy$  im zweiten Versuch.

Klasse	Anzahl Merkmalsvektoren	in %	Fehlerrate
A	24.681	49.4 %	4.5 %
B	25.319	50.6 %	14.7 %

Tabelle 1.3: Zweiter Versuch (LER: 90.33 %)

Auffällig ist die große Anzahl von Fehlern bei der Klasse  $B$  (Tabelle 1.3). Dies resultierte aus einer Generalisierung, die CAL5 traf: Alle Merkmalsvektoren, die einen  $dx$ -Wert von mehr als 3.7 aufwiesen, wurden der Klasse  $A$  zugeordnet. Der Grund dafür ist die bereits angesprochene A-Priori-Wahrscheinlichkeit. Die Klasse  $B$  ist in dem beschriebenen Bereich unterrepräsentiert, was zu einer schnellen Entscheidung für die Klasse  $A$  führt. Der CAL5-Algorithmus trifft häufig

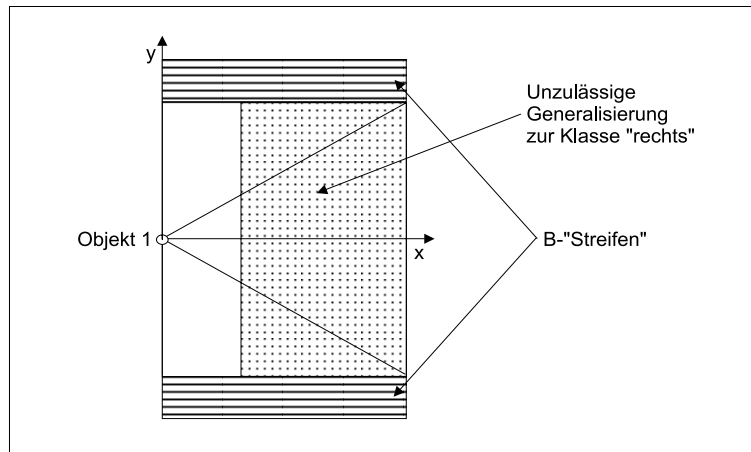


Abbildung 1.6: Auswirkungen der Generalisierung.

unzulässige Generalisierungen. Abbildung 1.6 zeigt die Auswirkungen dieser Generalisierung. Der Test mit einer von einer anderen Projektgruppe generierten Testmenge ergab eine Testerfolgsrate von 92.52%.

Klasse	Anzahl Merkmalsvektoren	in %	Fehlerrate
A	24.822	24.8 %	18.7 %
B	75.178	75.2 %	1.6 %

Tabelle 1.4: Dritter Versuch (LER: 94.16 %)

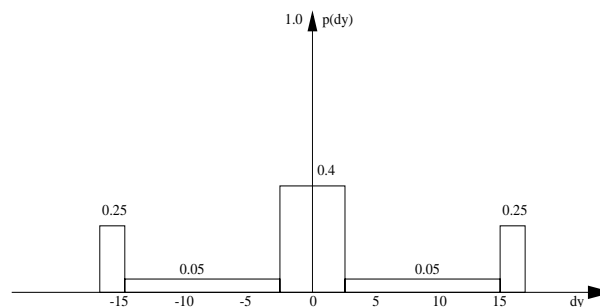


Abbildung 1.7: Verteilungsdichte des Parameters  $dy$  im dritten Versuch.

Es muß also eine Kompensation gefunden werden, die die Verteilung der Trainingsdaten in den A-Blättern des Baumes nicht beeinflusst, die störenden Generalisierungen aber verhindert. Die Lösung diese Problems liegt in einer Erhöhung der A-Priori-Wahrscheinlichkeit für die Klasse B. Wir haben zur Trainingsmenge Daten hinzugefügt, die durch ihren Abstand zur Trennfunktion zweifelsfrei der Klasse B zugeordnet werden. Wir erreichen dies, indem wir zwei "Streifen" entlang der  $dx$ -Richtung in die Verteilung von  $dy$  einfügen (Abbildung 1.7). Da CAL5 als ersten Parameter  $dx$  untersucht, ist immer garantiert, daß genug Merkmalsvektoren der Klasse B zur Verfügung stehen, unabhängig vom  $dx$ -Wert, so daß keine unzulässige Generalisierung stattfindet. Da in die beiden Streifen 50% aller Trainingsdaten fallen, haben wir die Zahl der Trainingsdaten verdoppelt (auf jetzt 100.000). Wir haben absichtlich so viele Daten in den Streifen erzeugt. Zum einen ist eine

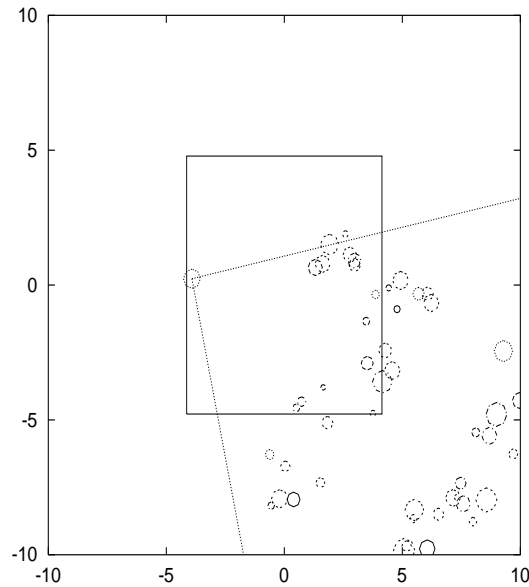


Abbildung 1.8: Verteilung von 100 Lampen mit der ursprünglichen Rechtsrelation. Das innere Rechteck stellt das Zimmer dar, das Rechtsgebiet der Relation wird durch die beiden Linien abgegrenzt, die von dem an der linken Wand liegenden Kreis ausgehen.

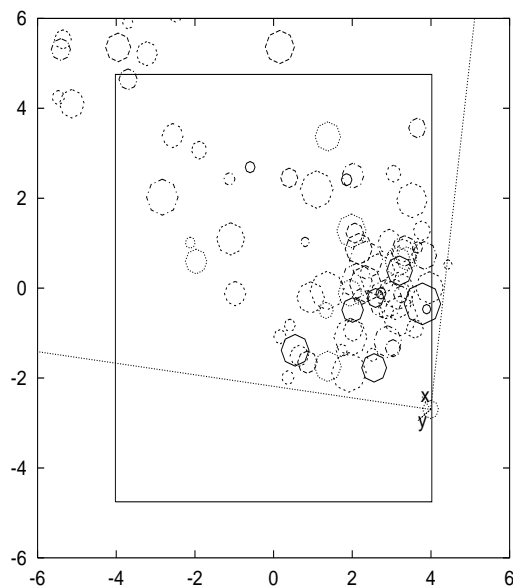


Abbildung 1.9: Verteilung von 100 Lampen mit neugelernter Rechtsrelation.

leichte Dominanz der Klasse  $B$  wünschenswert, da Fehlentscheidungen zugunsten der Gegenklasse besser sind als solche, bei denen Objekte fälschlicherweise als "rechts" klassifiziert werden. Zum anderen ergaben Versuche mit weniger Trainingsdaten in den Streifen, daß dann häufig immer noch ungewollte Generalisierungen auftraten. Durch die Streifen werden Generalisierungen für die Klasse  $A$  beinahe ausgeschlossen und die Verteilung der  $A$ -Trainingsdaten bleibt insbesondere auch an der Trennebene unverändert.

Die Abbildungen 1.8 und 1.9 zeigen, wie sich die Darstellungen durch die Auswahlstrategie nach der Anzahl der Trainingsdaten verbessert haben. Die Objekte in Abbildung 1.8 sind weiter verstreut, unsere neugelernte Relation hingegen entspricht schon gut unseren Anforderungen (Abb. 1.9 wurde mit der endgültigen Verteilung erstellt).

### 1.3.3 Bestimmung der Werte der Parameter

Wenn wir ein Gebiet bzw. ein Blatt des Entscheidungsbaumes ausgewählt haben, stellt sich die Frage, wie die konkrete Realisierung der Relation aussehen soll. Bisher ist für jeden Parameter nur ein Intervall gegeben. Das Intervall für die Parameter  $dx$  und  $dy$  gibt ein Gebiet vor, in dem der Mittelpunkt eines Objektes  $X$  in Bezug auf ein Objekt  $Y$  liegen darf. Die übrigen Parameter bestimmen die Dimensionen der Objekte.

Um zu konkreten Werten zu gelangen, wird für jeden Parameter innerhalb des Intervalls per Zufall ein Wert ausgewählt. Für das Würfeln kann man eine bestimmte Verteilungsdichte des Parameters über dem Intervall annehmen, z.B. eine Gleichverteilung. Jeder Wert innerhalb des Intervalls ist gleichwahrscheinlich.

Wenn wir die Dimensionen der Objekte auf diese Weise bestimmen, begehen wir sicherlich keinen Fehler. Da wir kein Vorwissen über die Größe der Objekte haben, können wir auch keine Annahmen darüber machen, und jede Ausprägung kann als gleichwahrscheinlich angesehen werden.

Über die Parameter  $dx$  und  $dy$  können wir aber sagen, daß wir sie im Sinne möglichst eindeutiger Relationen dem Betrag nach so klein wie möglich haben wollen. Wir sollten innerhalb des ausgewählten Gebietes die Objekte möglichst optimal positionieren.

Für die Parameter  $dx$  und  $dy$  verwenden wir daher keine Gleichverteilung. Statt dessen präferieren wir den betragsmäßig kleinsten Wert innerhalb des zulässigen Intervalls. Die Verteilung muß für jedes Intervall neu bestimmt werden. Es ergeben sich drei Fälle für die Lage des Intervalls. Der Ort der maximalen Verteilungsdichte ( $max(p(x))$ ) wird so weit wie möglich in die Nähe von Null verschoben (Abb. 1.10).

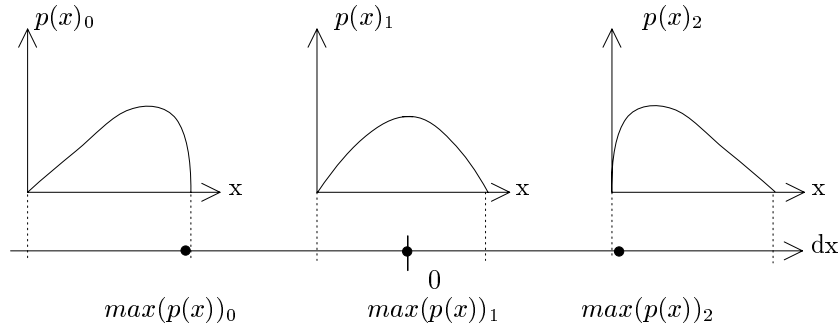


Abbildung 1.10: Änderung der Verteilungsdichte in Abhängigkeit von der Lage des Intervalls

Die Darstellungen (siehe Abbildung 1.17) der Relationen zeigen, daß das Verfahren recht gute Ergebnisse liefert. Als Beispiel ist wieder die Rechtsrelation dargestellt. Deutlich mehr Objekte als zuvor werden in der Nähe des Objektes  $X$  und auf der Achse positioniert.

#### Implementierung der variablen Verteilung

Angenommen, man hätte eine Zufallsvariable  $\chi$  mit der gewünschten Verteilung zur Verfügung ( $0 \leq \chi \leq 1$ ), dann berechnet sich der Wert des Parameters  $dx$  (bzw.  $dy$ ) aus seinen Intervallgrenzen  $lBound$  und  $uBound$  wie folgt:

$$dx = \chi(uBound - lBound) + lBound \quad (1.2)$$

Nun erzeugen Generatoren für Zufallszahlen aber nur gleichverteilte Daten. Wir benötigen also ein Transformationsverfahren in Form einer Funktion, die die gleichverteilten Daten auf eine

solche Variable  $\chi$  mit der gewünschten Verteilung abbildet.

Wir geben die Verteilungsdichte  $p(x)$  so vor, daß für die betragsmäßig kleinsten Werte im Intervall die Verteilungsdichte maximal wird ( $x_{max}$ , im Beispiel 1.11 gleich Null). Daraus läßt sich die Verteilungsfunktion  $F(x)$  durch Integration berechnen (Abb. 1.11). Eine Abbildung der gleichverteilten Variablen  $\chi_{gl}$  auf die Variable mit der neuen Verteilung  $\chi_v$  erhält man durch einfaches Vertauschen der Achsen bzw. Spiegelung an der ersten Winkelhalbierenden (Abb. 1.12). Man kann sich anhand des Diagramms leicht das Prinzip erklären. Dort, wo die Funktion eine geringe Steigung aufweist, werden viele Werte der gleichverteilten Variablen  $\chi_{gl}$  auf den gleichen Wert der Variablen  $\chi_v$  abgebildet.

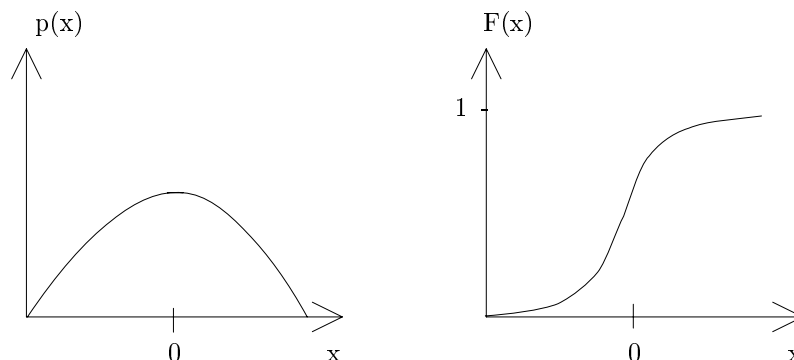


Abbildung 1.11: Beispiel einer Verteilungsdichte und zugehöriger Verteilungsfunktion. Das Maximum der Verteilungsdichte liegt beim betragsmäßig kleinsten Wert im Intervall.

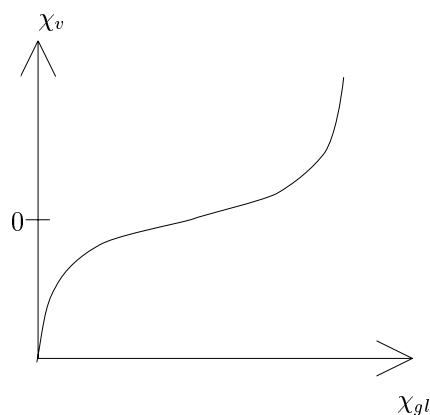


Abbildung 1.12: Durch Vertauschen der Achsen entsteht aus der Verteilungsfunktion die Abbildungsvorschrift der gleichverteilten Zufallsvariablen  $\chi_{gl}$  auf die Variable  $\chi_v$  mit der gewünschten Verteilungsdichte  $p(x)$ . Die Verteilungsdichte von  $\chi_v$  ist dort am größten, wo die Steigung der Funktion am geringsten ist. In diesem Fall gilt ( $0 \leq \chi_{gl} \leq 1$ ), aber man kann die  $\chi_{gl}$ -Achse beliebig skalieren, ohne daß sich die Darstellung ändert.

Wir haben die Funktion, die eine gleichverteilte Zufallsvariable  $\chi_{gl}$  ( $-1 \leq \chi_{gl} \leq +1$ ) auf die Zufallsvariable mit der neuen Verteilung  $\chi_v$  ( $-1 \leq \chi_v \leq +1$ ) abbildet, durch eine kubische Funktion angenähert. Unsere Wahl fiel auf  $x^3$ , da der Funktionsgraph einer ungeraden Potenzfunktion einen Sattelpunkt bei Null hat, und durch die Punkte  $(1, 1)$ ,  $(-1, -1)$  verläuft. Diese Eigenschaften begünstigen das Verschieben der maximalen Dichte. Der Sattelpunkt von  $x^3$  ist verglichen mit allen anderen in Frage kommenden Potenzfunktionen am wenigsten ausgeprägt (d.h. die Varianz der Dichte wird am geringsten). Es ist also  $\chi_v = \chi_{gl}^3$ .

Eigentlich wollen wir allerdings  $\chi_{gl}$  nicht auf  $\chi_v$ , sondern auf  $\chi$  mit ( $0 \leq \chi_v \leq 1$ ) abbilden. Dies wird durch Strecken, Stauchen und Verschieben von  $\chi_{gl}^3$  erreicht, wobei der Ort der maximalen

Dichte  $x_{max}$  ( $0 \leq x_{max} \leq 1$ ) berücksichtigt wird: Die Werte zwischen minus Eins und Null werden in den Bereich von  $-x_{max}$  bis Null gestreckt bzw. gestaucht (also mit  $x_{max}$  multipliziert) und die Werte zwischen Null und Eins in das Intervall  $[0, 1 - x_{max}]$  (also mit  $1 - x_{max}$  multipliziert). Nach einer anschließenden Verschiebung um  $x_{max}$  liegt der Sattelpunkt bei  $x_{max}$ , der Minimalwert bei Null und der Maximalwert bei Eins.

Die Berechnungsvorschrift kann leider nicht in geschlossener Form angegeben werden:

$$\chi = \begin{cases} x_{max}\chi_{gl}^3 + x_{max} & : x < 0 \\ (1 - x_{max})\chi_{gl}^3 + x_{max} & : x \geq 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

Nun fehlt uns nur noch die Berechnung von  $x_{max}$ . Wie bereits erwähnt unterscheidet man drei Fälle. Liegt das Intervall vollständig im negativen bzw. im positiven Bereich, so legen wir den Ort maximaler Dichte an die rechte bzw. linke Intervallgrenze. Ist der Wert Null vom Intervall eingeschlossen, berechnet man  $x_{max}$  wie folgt:

$$x_{max} = -\frac{lBound}{uBound - lBound} \quad (1.4)$$

Nun können wir zu einem gegebenen Intervall für die Parameter  $dx$  oder  $dy$  einer Relation und einer gleichverteilten Zufallsvariablen einen Wert zu bestimmen, der das Gebiet möglichst optimal nutzt, das heißt innerhalb des zulässigen Gebietes günstige Positionen präferiert:

```

if lBound > 0 then  $x_{max} := 0.01$ ;
if uBound < 0 then  $x_{max} := 0.99$ ;
if lBound ≤ 0 ∧ uBound ≥ 0
  then  $x_{max} := -\frac{lBound}{uBound - lBound}$ ;
 $\chi_{gl} := rand()$ ;
if  $\chi_{gl} < 0$  then  $\chi := x_{max}\chi_{gl}^3 + x_{max}$ ;
  else  $\chi := (1 - x_{max})\chi_{gl}^3 + x_{max}$ ;
 $dx := \chi(uBound - lBound) + lBound$ ;

```

Nachfolgend sind einige Beispiele für verschiedene Werte von  $x_{max}$  dargestellt (Abb. 1.13).

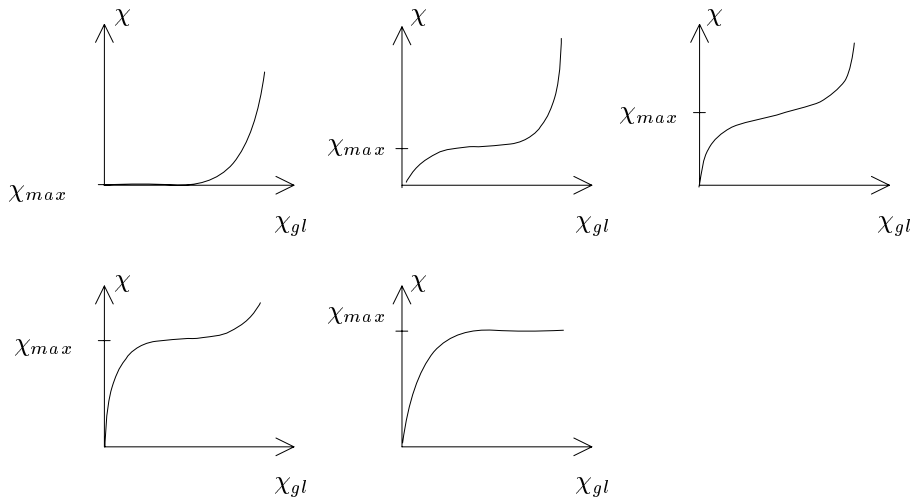


Abbildung 1.13: Beispiele für Abbildungsvorschriften bei unterschiedlichen Werten der maximalen Verteilungsdichte.

### 1.3.4 Entfernen von $A^*$ -Klassen

Die erzeugten Darstellungen sind nun schon recht gut. Im Folgenden soll es darum gehen zu gewährleisten, daß alle Darstellungen auch die gewünschte Relation erfüllen. Durch Generalisierungen, die der CAL5-Algorithmus trifft, kann es nämlich dazu kommen, daß Gebiete der Klasse  $A$  über die Trennebene hinaus reichen.

Betrachten wir die Bäume einmal genauer. Im Beispiel der Rechtsrelation zwischen zwei Kreisen weist der Entscheidungsbaum ca. 150 Blätter auf, die mit  $A$  klassifiziert wurden.

Etwa 80% der  $A$ -Blätter, also ca. 120, sind der  $A^*$ -Klasse zugeordnet worden. Das bedeutet, daß keine sichere, mit der Schwelle "1-alpha" konfidente Entscheidung für die eine oder andere Klasse getroffen werden konnte. Statt dessen wird für eine Klasse aufgrund einer Mehrheitsentscheidung entschieden und die Klasse mit einem Stern gekennzeichnet.

Die Gebiete liegen zum einen in der Nähe der Trennebene zwischen den Klassen. Zudem sind sie meist recht klein, so daß auch nur wenige Trainingsdaten zur Verfügung standen, häufig weniger als 10 (Im Gegensatz dazu liegen in den großen Gebiete 300 - 7.000 Daten).

All diese Eigenschaften der  $A^*$ -Blätter machen sie für die Depiktion von Relationen nicht sehr attraktiv:

- Die Gebiete sind unsicher: Es können Depiktionen auftreten, die nicht die gewünschte Relation erfüllen.
- Die Gebiete liegen im uninteressanten Randgebiet, wo möglichst selten Objekte positioniert werden sollen.
- Die Gebiete beinhalten so wenig Trainingsdaten, daß sie beim Auswahlverfahren nur mit sehr geringer Wahrscheinlichkeit gewählt werden.

Wir entfernen daher die  $A^*$ -Blätter aus dem Baum, bevor er für die Depiktion verwendet wird. Auf den ersten Blick verändern sich die Darstellungen nicht, denn die entfernten Blätter würden ja nur selten ausgewählt werden. Aber die Sicherheit der Depiktionen ist durch die Modifikation gestiegen. Außerdem spart man Speicherplatz, da ein Großteil der Blätter aus dem Baum entfernt werden kann.

Zum Entfernen der Blätter aus einem mit CAL5 erzeugten Baum haben wir das Programm `RemoveA*` geschrieben. Als Eingabe erwartet es einen korrekt aufgebauten CAL5-Entscheidungsbaum. Die Ausgabe ist ein ebenfalls korrekt aufgebauter Entscheidungsbaum, bei dem alle  $A^*$ -Blätter durch  $B^*$ -Blätter ersetzt wurden.

### 1.3.5 Klassenabhängige Klassifizierungsschwellen

Trotz des Entfernens der  $A^*$ -Blätter reichen noch immer Gebiete über die zulässigen Grenzen der Relation hinaus. Wir haben versucht, dies mit den Methoden, die CAL5 bietet, zu verhindern.

Da kein Objekt der Klasse  $B$  fälschlicherweise als zur Klasse  $A$  gehörend klassifiziert werden soll, ist die Entscheidung für die Klasse  $A$  mit einem größeren Risiko behaftet als die Entscheidung für die Klasse  $B$ . Man kann dem Rechnung tragen, indem man für die beiden Klassen unterschiedliche Entscheidungsschwellen  $t_A$  und  $t_B$  einführt. Zuvor waren die Schwellen für beide Klassen gleich gewählt worden ( $t = 0.8$ ). Nun wird die Schwelle für die Klasse  $A$  höher gewählt als die der Klasse  $B$ .

Wir erwarten, daß sich durch diese Maßnahme eine Art Sicherheitsabstand des  $A$ -Gebietes zur Trennebene herausbildet. Das Gebiet der Klasse  $A$  wird kleiner, aber dafür sicherer (Abb. 1.14).

Verschiedene Experimente mit unterschiedlichen Schwellen für die beiden Klassen führten zu keinen befriedigenden Ergebnissen. Entweder konnte gar keine Veränderung der Bäume festgestellt werden, oder die Bäume schrumpften auf eine Größe mit nur einem einzigen  $A$ -Gebiet zusammen. Dieses lag weit entfernt von der Spitze des 90-Grad-Kegels und ließ keine sinnvollen Depiktionen mehr zu.

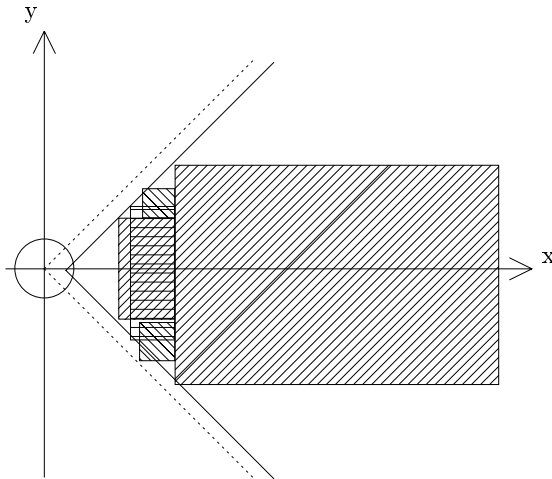


Abbildung 1.14: Durch das Einführen von klassenabhängigen Entscheidungsschwellen erhoffen wir einen vergrößerten Sicherheitsabstand des mit  $A$  klassifizierten Gebietes zu den Trennebenen.

Da unser Ziel die Entwicklung eines möglichst allgemeingültigen Verfahrens für das Erlernen von räumlichen Relationen ist, haben wir darauf verzichtet, eine ausgedehnte Versuchsreihe mit kleinen Abstufungen der Schwellen und allen erdenkbaren Kombinationen für die Werte  $t_A$  und  $t_B$  durchzuführen.

Wir hätten damit vielleicht eine kleine Verbesserung hinsichtlich der Sicherheit der Depiktionen erhalten. Die Depiktionen wären, wenn überhaupt, aber eher negativ beeinflusst worden, da sich das Gebiet der  $A$ -Klasse aus der Spitze des 90-Grad-Kegels zurückgezogen hätte. Außerdem kann keine allgemeingültige Belegung der beiden Schwellen angegeben werden, da diese von Relation zu Relation variiert.

Zudem fehlt ein einfaches Kriterium, um gute Bäume von schlechten zu unterscheiden. Lediglich die Projektion des Parameterraumes auf die Parameter  $dx$  und  $dy$  (also die durch die Blätter repräsentierten Gebiete) erlaubt eine vage Bewertung.

Den Ansatz, die Sicherheit der Depiktionen mit Hilfe klassenabhängiger Entscheidungsschwellen zu optimieren, haben wir aus diesen Gründen wieder verworfen.

## 1.4 Ergebnisse

Als Ergebnis unserer Untersuchungen sehen wir zum einen die konkreten Zahlen und die Qualität der Depiktionen, die wir mit unseren Versuchen erreicht haben. Weiterhin kann aber auch die Methode verallgemeinert auf andere Relationen und Anwendungen übertragen werden. Auch das ist ein Ergebnis unserer Arbeit und wird in Form eines Rezeptes zur Erzeugung neuer Relationen angegeben.

### 1.4.1 Die Entscheidungsbäume

In diesem Abschnitt sollen die folgenden Eigenschaften der erlernten Entscheidungsbäume näher betrachtet werden, die für die Depiktionen wesentlich sind:

- die Anzahl der mit  $A$  klassifizierten Blätter
- die Anzahl der Trainingsdaten, die mit  $A$  klassifiziert wurden
- die Anzahl der objektiv falschen Szenarien, die vom Depiktionsprogramm erstellt wurden



- die Lernerfolgsrate (LER)
- die Lage und Größe der erlernten Gebiete

Zunächst betrachten wir nur den relativ einfachen Fall der Rechtsrelation zwischen zwei Kreisen. Diese Relation ist deshalb leichter zu erlernen, weil sie durch weniger Parameter beschrieben wird, als beispielsweise die Relationen zwischen Rechtecken. Auf die Übertragbarkeit unserer Ergebnisse auf höherdimensionale Probleme kommen wir in einem der folgenden Abschnitte zu sprechen.

Wir haben 100.000 Trainingsdaten generiert und klassifiziert. Die Verteilungsdichte der Trainingsdaten entspricht dem bereits vorgestellten Modell, d.h. die Dichte nimmt mit steigenden  $dx$ - und  $dy$ - Werten ab und die Hälfte der Trainingsdaten liegt im  $B$ -Balken.

Der erlernte Entscheidungsbaum enthält ca. 145 Blätter, die mit  $A$  klassifiziert werden konnten. Davon sind allerdings 115 Blätter nur der Klasse  $A^*$  zugeordnet, lediglich bei 30 Blättern konnte auf Grund einer konfidenten Entscheidung für  $A$  entschieden werden.

Es stellt sich die Frage, wie gut mit diesen 145 bzw. 30 Blättern das  $A$ -Gebiet abgedeckt ist. Man kann versuchen, den erlernten Baum im Objektraum zu interpretieren, also im Koordinatensystem eines bestimmten Objektes. Dazu reduzieren wir den Parameterraum und machen eine Projektion auf die beiden Koordinaten  $dx$  und  $dy$ . Das Ergebnis ist eine Darstellung der Gebiete, in denen der Mittelpunkt eines zweiten Objektes liegen kann, das z.B. rechts vom ersten Objekt liegen soll. Im Folgenden werden wir diese Darstellung einfach "Projektion" nennen. Jedes mit  $A$  klassifizierte Blatt im Entscheidungsbaum erzeugt ein Rechteck in dieser Projektion. Die Rechtecke können sich überschneiden.

In der Darstellung sind der Übersichtlichkeit halber nur die großen Gebiete dargestellt. Die schrägen Balken auf den Trennebenen sollen die vielen kleinen  $A^*$ -Gebiete verkörpern (Abb. 1.15).

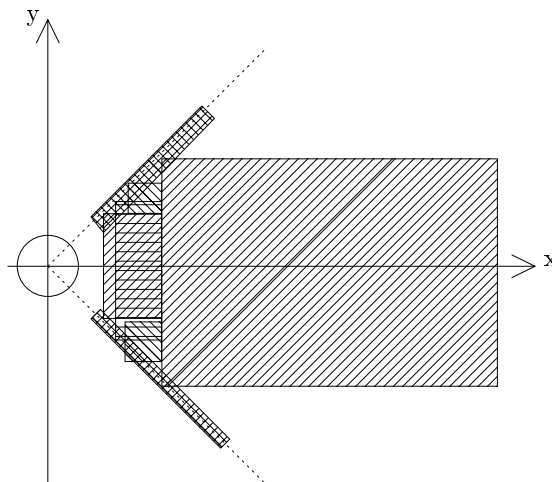


Abbildung 1.15: Projektion der  $A$ -Gebiete des Entscheidungsbaumes für die Rechtsrelation zwischen zwei Kreisen.

Die Wahrscheinlichkeit, daß eines dieser Blätter bzw. Gebiete für die Depiktion ausgewählt wird, hängt von der Anzahl der Trainingsdaten ab. In der Tabelle 1.5 sind die Blätter mit ihren Intervallen der Parameter, nach der Anzahl der Trainingsdaten geordnet, aufgeführt.

Insgesamt wurden ca. 25.000 Trainingsdaten mit  $A$  klassifiziert, also etwa die Hälfte der "echten" Trainingsdaten, wenn man die  $B$ - "Streifen" nicht mitrechnet. In den nicht aufgeführten Blättern liegen insgesamt nur etwa 3 Prozent der  $A$ -Trainingsdaten.

Die Anzahl der  $B$ -Trainingsdaten, die fälschlicherweise mit  $A$  klassifiziert wurden, also der Lernfehler für die Klasse  $B$ , stellt ein Maß für die Sicherheit der Depiktionen dar. Der Fehler

Anzahl der Trainingsdaten	dx	dy	r1	r2
9.089 (47,6%)	3.7-15.0	-4.0- 3.4	0.1 -0.47	0.1 -0.42
3.925 (20,5%)	2.2- 3.7	-2.3- 2.0	0.17-0.5	0.1 -0.33
3.038 (15,9%)	1.8- 3.7	-1.7- 1.6	0.1 -0.5	0.33-0.5
635 (3,3%)	2.2- 3.7	-2.4- 2.0	0.1 -0.15	0.1 -0.33
481 (2,5%)	2.7- 3.7	1.6- 2.5	0.1 -0.5	0.33-0.5
378 (2,0%)	2.8- 3.7	-3.2-(-1.7)	0.1 -0.5	0.33-0.5
313 (1,6%)	1.6- 1.8	-1.3- 1.2	0.1 -0.5	0.1 -0.33
291 (1,5%)	2.7- 3.7	2.0- 2.8	0.17-0.5	0.1 -0.33
170 (0,9%)	1.8- 1.9	-1.4- 1.2	0.1 -0.5	0.1 -0.33
134 (0,7%)	8.8-15.0	-11.0-(-4.0)	0.1 -0.47	0.1 -0.42
93 (0,5%)	6.5-15.0	3.4- 7.2	0.1 -0.47	0.1 -0.42

Tabelle 1.5: Aufstellung der  $A$ -Gebiete, geordnet nach der Anzahl der Trainingsdaten. Je höher die Anzahl der Trainingsdaten ist, desto wahrscheinlicher ist es, daß dieses Blatt für die Depiktion gewählt wird.

Anzahl der Blätter											$\Sigma$
a) ohne removeA*	35	83	77	81	102	128	146	152	168	210	1.173
b) mit removeA*	18	74	74	39	25	44	31	42	80	69	505
b) in % von a)	51,4	89,16	96,1	48,14	24,5	34,37	21,23	27,63	47,61	32,8	43

Tabelle 1.6: Aufstellung der Blattanzahl in Abhängigkeit von der Extraktion der  $A^*$ -Gebiete.

beträgt jedoch nur 1.6 Prozent. Insgesamt lag die Lernerfolgsrate mit ca. 94 Prozent über dem von uns geforderten Mindestwert von 90 Prozent.

### 1.4.2 Das Entfernen der $A^*$ -Blätter

Durch das Entfernen der  $A^*$ -Blätter verändern wir die charakteristischen Daten der Entscheidungsbäume:

- die Anzahl der mit  $A$  klassifizierten Blätter wird kleiner
- die Anzahl der Trainingsdaten, die mit  $A$  klassifiziert wurden, wird geringer
- der Lernfehler für die Klasse  $B$  wird geringer
- die Lernerfolgsrate wird wahrscheinlich geringer
- die Lage und Größe der erlernten  $A$ -Gebiete bleibt erhalten, lediglich die in der Nähe der Trennebene liegenden  $A^*$ -Gebiete fallen weg. Sie machen aber den Großteil der Blätter eines Baumes aus (Abb. 1.16).

Nach dem Pruning bleiben ohne die Entfernung der  $A^*$ -Gebiete durchschnittlich doppelt so viele Blätter im Baum als mit dieser Maßnahme (siehe Tabelle 1.6). Die große Streuung der Reduktion ist durch die zufällige Lage der  $A^*$ -Blätter und ihre unterschiedliche Anzahl zu erklären.

Diese Verkleinerung der Blätteranzahl trägt natürlich zur Beschleunigung des Depiktionsverfahrens bei und spart Speicherplatz.

### 1.4.3 Depiktionen der Kreis-Kreis-Relationen

In diesem Abschnitt wollen wir die Depiktionen der Rechtsrelation zwischen zwei Kreisen genauer betrachten. Die Ergebnisse lassen sich leicht auf die anderen Relationen ("links", "vorn", "hinten")

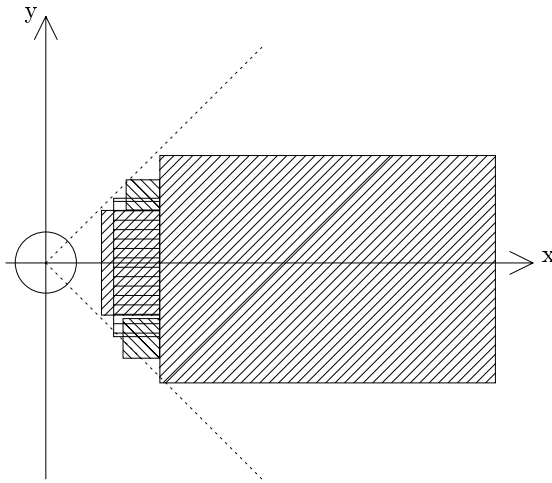


Abbildung 1.16: Projektion der  $A$ -Gebiete des Entscheidungsbaumes für die Rechtsrelation zwischen zwei Kreisen nach der Entfernung der  $A^*$ -Gebiete.

zwischen zwei Kreisen übertragen. Der Vergleich zu Relationen zwischen Rechtecken erfolgt im nächsten Abschnitt. Zur besseren Illustration des Verhaltens unseres Depiktionsprogramms sind in der Abbildung 1.17 hundert Lampen (Kreise) zu sehen, die rechts von "Steffi" angeordnet wurden.

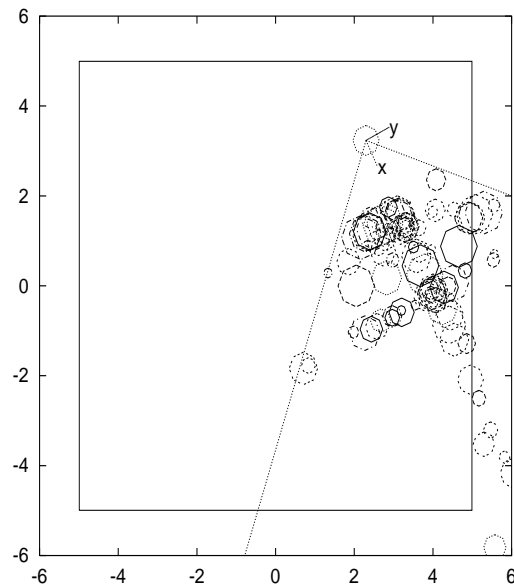


Abbildung 1.17: Verteilung von 100 Lampen mit dem endgültigen, von uns entwickelten Depiktionsverfahren.

Damit dies möglich ist, wurden für diesen Versuch die Kollisionschecks (eine Überprüfung im Depiktionsprogramm, ob sich Gegenstände überlappen) abgeschaltet, weshalb sich die Lampen auch überlappen können. Es ist zu erkennen, daß sich die meisten Kreise unseren Anforderungen entsprechend nahe an "Steffi" befinden und auf der  $x$ -Achse (geringe Varianz von  $dy$ ) befinden.

Einzelne Ausrutscher, die die objektiven Kriterien für “rechts” nicht erfüllen, sind dadurch zu erklären, daß CAL5 den Merkmalsraum nur in achsenparallele Abschnitte einteilen kann und diese stets eine gewisse Ungenauigkeit beinhalten. Diese Überschneidungen führen dazu, daß Gebiete, die eigentlich zur Klasse  $B$  gehören, in die Klasse  $A$  eingeordnet werden. In den meisten Fällen liegt aber zumindest der Mittelpunkt der Kreise noch im geforderten Gebiet, die Überschreitungen sind minimal.

#### 1.4.4 Übertragbarkeit des Verfahrens auf höherdimensionale Probleme

Wir haben bisher ausschließlich Kreis-Kreis-Relationen betrachtet. In diesem Abschnitt werden wir am Beispiel von Relationen mit Rechtecken untersuchen, welche Probleme auftreten, wenn wir die Methoden auf höherdimensionale Probleme anwenden. Bei der Rechteck-Kreis-Relation wird die Beziehung der beiden Objekte durch fünf statt bisher vier Parameter beschrieben. Das Bezugsobjekt ist nun ein Rechteck, statt des Radius besitzt das Objekt nun eine Tiefe und eine Breite, die allerdings halbiert angegeben werden. Dies deshalb, weil für die Rechtecke der Schwerpunkt zur Abstandsberechnung benutzt wird. Bei unseren Untersuchungen ergaben sich kaum Unterschiede zur Kreis-Kreis-Relationen, da lediglich das Bezugsobjekt seine Form verändert hat. Dies hat lediglich einen kleinen Einfluß auf die untere Grenze des Parameters  $dx$ . Die Lernerfolgsrate blieb beinahe unverändert.

Um die “rechts”-Relation bei zwei Rechtecken abzu prüfen, benötigt man bereits sieben Parameter. Neben den Abständen der Schwerpunkte der Rechtecke  $dx$  und  $dy$  benötigt man die halben Längen ( $L1, L2$ ) und Breiten ( $B1, B2$ ) der beiden Rechtecke und den Winkel  $\theta$ , in dem beide zueinander orientiert sind. Beim Erlernen des Baumes stellten wir überrascht fest, daß CAL5 diesmal den Parameter  $dy$  als wichtigsten ausgewählt hatte und die Lernerfolgsraten nur bei etwa 80% lagen. Wir erhöhten die Anzahl der Trainingsdaten auf 200.000, was die Erfolgsrate zwar verbesserte, aber auch nicht zufriedenstellend war. Mit der Option `-c` legten wir im Programm `ca15v` zu Testzwecken den Parameter  $dx$  als am wichtigsten fest. Erstaunlicherweise ergaben sich dadurch viel bessere Lernerfolgsraten (bei 96% !) und auch die Depiktionen sahen sehr gut aus. Die Reduktion der Trainingsdaten auf erneut 100.000 zeigte, daß dadurch die Lernerfolgsrate kaum sinkt. Hier scheint die Transinformation nicht den günstigsten Parameter auszuwählen. Mit der Festlegung des Parameters  $dx$  (wie bei den anderen Relationen mit Kreisen auch) ergab sich jedoch - wie für die anderen Relationen - eine sehr gute Qualität des Klassifikators.

#### 1.4.5 Sicherheit der Depiktionen

Wir wollen in diesem Abschnitt untersuchen, wie wahrscheinlich Depiktionen sind, die *nicht* die geforderte Relation erfüllen. Wir betrachten also nicht den häufig auftretenden Fall der “schönen” Relationen.

Von 5.000 getesteten Relationen wurden 137 falsch, d.h. nicht dem objektiven Kriterium genügend, plaziert, das ergibt eine Fehlerrate von 2,74%.

Unsere Art des Parameterwürfels könnte theoretisch positive und negative Auswirkungen auf die Sicherheit haben.

Die Trennebene im Raum wurde - wie in den Projektionen gezeigt - vom CAL5-Algorithmus durch “Treppen” approximiert, da sie diagonal zu  $dx$  und  $dy$  verläuft. Daher liegt bei einem auf die Ebene projizierten Blatt eine seiner vier Ecken mit höherer Wahrscheinlichkeit außerhalb des  $A$ -Gebietes als die anderen, und zwar gerade diejenige, die am nächsten an der Trennebene liegt.

Negativ wirkt sich unser Würfel aus, daß die Objekte in  $x$ -Richtung näher an ihrem jeweiligen Bezugsobjekt plaziert werden.

Positiv wirkt sich dagegen aus, daß die Objekte in der  $y$ -Richtung eher weiter entfernt von der jeweiligen Trennebene plaziert werden.

Wie sich diese Auswirkungen aufsummieren, kann nur durch Tests abgeschätzt werden. Ein Test ergab, daß bei gleichverteiltem Parameterwürfel von 5.000 Relationen 177, also 3,54%, nicht korrekt waren. Die beiden Phänomene scheinen sich also beinahe aufzuheben.

### 1.4.6 Ein Rezept zum Erlernen räumlicher Relationen

Wir beschreiben nun ein allgemeines Verfahren, nach dem räumliche Relationen erlernt werden können. Dieses Verfahren ist natürlich auch auf andere, ähnliche Probleme übertragbar.

Allgemeine Vorgehensweise für das Erlernen von räumlichen Relationen:

- Definition “schöner” Relationen (evtl. Validierung durch psychologische Untersuchungen)
- Erzeugung einer entsprechenden Verteilung der Trainingsdaten
- Trainingsdaten der Klasse  $B$  hinzufügen ( $B$ -“Streifen”)
- Klassifikator auf Daten anwenden
- mit CAL5 Baum lernen
- $A^*$ -Klassen entfernen
- evtl. die Verteilung beim Parameterwürfeln festlegen

### 1.4.7 Depiktionen komplexer Szenen

Unser Ziel ist die Darstellung von textuell formulierten Raumbeschreibungen. Diese enthalten im Gegensatz zu den bisherigen Betrachtungen, die von einer einzelnen Relation zwischen zwei Objekten ausgingen, im Allgemeinen mehrere Objekte und Relationen. Daher untersuchen wir im Folgenden, wie sich die bisher betrachteten Methoden (zur Darstellung einer schönen Relation zwischen zwei Objekten) bei komplexeren Raumbeschreibungen auswirken.

Insbesondere geht es um die Frage, ob eine komplexe Szenerie von einem Menschen in ähnlicher Form dargestellt worden wäre, ob also die schönen Relationen zwischen einzelnen Objekten eine schöne Gesamtdarstellung bewirken. Dies kann natürlich nur dann zutreffen, wenn man bei der Definition einer schönen Gesamtdarstellung auf diejenigen zusätzlichen Kriterien verzichtet, aufgrund derer ein Mensch die Darstellung vornehmen würde, die aber durch die einzelnen Relationen nicht abgedeckt werden können.

Ein Mensch könnte beispielsweise folgende Kriterien zusätzlich berücksichtigen:

- Die Vermeidung bestimmter Gebiete im Raum für einzelne Objekte. Ein Mensch würde z.B. Tische oder Lampen im Allgemeinen nicht in den Ecken eines Raumes platzieren.
- Die Ausrichtung bestimmter Objekte. Ein Mensch würde die meisten rechteckigen Objekte so im Raum platzieren, daß ihre Seiten parallel oder rechtwinklig zueinander stehen.

Bei der Betrachtung einer komplexen Szenerie mit vier Objekten und fünf Relationen (Abbildung 1.18) wird klar, daß diese Kriterien nicht erfüllt sind. Dies läßt sich auch nicht erreichen, ohne zusätzliche Informationen über die Objekte und Relationen einzuführen und zu verwenden. Abgesehen davon ist die Darstellung befriedigend, da für alle einzelnen Relationen eine schöne Darstellung gefunden wurde, d.h. bei jeder Relation liegt das zweite Objekt relativ nahe am Bezugsobjekt, und es befindet sich eindeutig im Gebiet, in dem die Relation erfüllt ist.

Es werden also auch bei komplexeren Szenerien gute Ergebnisse erzielt. Es ist allerdings auch möglich, daß aufgrund von ungünstig gewählten Relationen oder einer hohen Komplexität schlechtere Darstellungen erreicht werden, wenn z.B. ein Objekt an mehreren Relationen beteiligt ist, daß es bei einigen davon nicht mehr im jeweiligen präferierten Gebiet liegen kann, oder wenn der Raum zu einem so großen Teil gefüllt wird, daß nur wenig freie Gebiete übrigbleiben. In diesen Fällen würde aber auch durch einen Menschen keine befriedigende Lösung erreicht werden können.

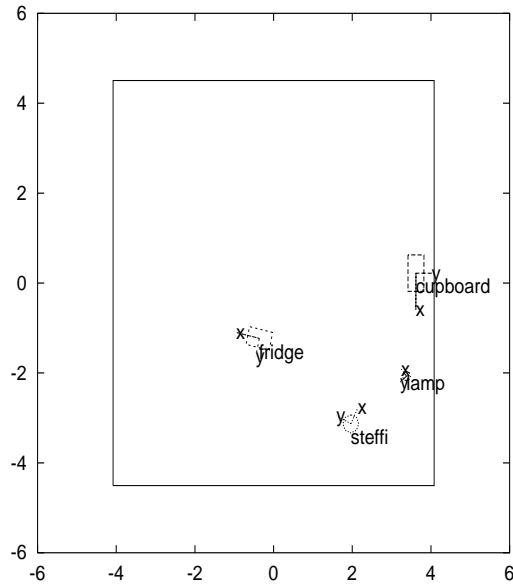


Abbildung 1.18: Szenerie mit fünf Relationen zwischen vier Objekten (letzte Zeile der Tabelle 1.8)

Relation	A-Blätter vorher	A-Blätter neu
Rechteck vor Kreis	1.984	46
Rechteck rechts von Kreis	1.702	40
Kreis rechts von Rechteck	2.079	101
Kreis links von Rechteck	832	38

Tabelle 1.7: Reduzierung der Anzahl der Blätter

### 1.4.8 Vergleich mit früheren Ergebnissen

Grundlage für unsere Arbeit waren im Rahmen der Diplomarbeit von Carsten Gips entstandene Programme zur Depiktion räumlicher Relationen, die wir verwendet und modifiziert haben. In ihrer ursprünglichen Form stellten diese räumliche Relationen dar, ohne präferierte Gebiete zu berücksichtigen; demzufolge entstanden im Allgemeinen auch keine schönen Relationen.

Eine von uns erreichte Verbesserung betrifft die Größe der für die verschiedenen Relationen verwendeten Entscheidungsbäume: Die Anzahl der A-Blätter ist im Vergleich zu den ursprünglichen Bäumen immer deutlich niedriger (Tabelle 1.7). Ursache hierfür ist zum einen die Entfernung der Sternklassen, mehr noch aber die geänderte Verteilung der Trainingsdaten.

Wir haben für verschiedene Szenarien Vergleiche zwischen unseren und den mit den ursprünglichen Programmen erreichten Ergebnissen vorgenommen (Tabelle 1.8). Die komplexe Raumbeschreibung in der letzten Zeile der Tabelle zeigt die Abbildung 1.18.

Erläuterung der Bezeichnungen anhand der letzten Zeile der Tabelle 1.8 (siehe auch die Beschreibung des zugrundeliegenden Algorithmus im Abschnitt “Grundlagen und vorherige Ergebnisse”): 20,4 gültige Vektoren bei 1.000 initialen Vektoren und maximal 100 Versuchen bedeutet, daß von 1.000 verschiedenen Depiktionen für die erste gegebene Relation ausgegangen wird. Diese Depiktionen werden sukzessive soweit möglich mit jeweils einer weiteren Relation erweitert, wobei jeweils bis zu 100 Mal versucht wird, diese neue Relation in die vorhandene Depiktion einzufügen. Wenn dies nicht gelingt, verringert sich die Anzahl der Vektoren, da die Depiktion nicht vervollständigt werden kann. Nach dem Einfügen der letzten Relation bleiben noch durchschnittlich

Relationen	gültige Vektoren	Anzahl initialer Vektoren/ max. Versuchsanzahl	initiale Vektoren je gültigem Vektor (Mittelwerte)
right (steffi,cupboard) left (fridge,lamp) front (steffi,fridge)	86,2 (vorher: 25) 8,3	1.000/ 100 100/ 10	11,6 (vorher: 40) 12,05
right (cupboard,lamp) left (fridge,lamp) front (steffi,fridge)	993,7 (vorher: 8) 51,3	1.000/ 100 100/ 10	1 (vorher: 125) 1,95
right (cupboard,lamp) right (steffi,cupboard) left (fridge,lamp) front (steffi,fridge)	53,9 (vorher: 2,7) 2,3	1.000/ 100 100/ 10	18,55 (vorher: 375) 43,48
atwall(wall1,cupboard) right (cupboard,lamp) right (steffi,cupboard) left (fridge,lamp) front (steffi,fridge)	– (vorher: 15,7) 20,4	10.000/ 1.000 1000/ 100	– (vorher: 638,3) 49,02

Tabelle 1.8: Vergleich mit früheren Ergebnissen.

20,4 komplette Depiktionen übrig. Der Wert in der letzten Spalte gibt dann an, wieviele initiale Vektoren durchschnittlich benötigt werden, um einen gültigen Vektor, eine vollständige Depiktion zu erhalten.

Es fällt zunächst auf, daß das Verhältnis von initialen Vektoren zu gültigen Vektoren bei unseren Depiktionen immer niedriger ist, es werden also mehr Depiktionen gefunden, obwohl doch bei jeder Relation durch die präferierten Gebiete das Gebiet für das zweite Objekt eingeschränkt wird.

Man könnte demnach vermuten, daß es schwieriger wird, Depiktionen zu finden, wenn alle dazugehörigen Relationen möglichst schön sein sollen, und daß es deswegen eigentlich weniger gültige Vektoren als vorher geben müßte. Dies ist nicht der Fall, da diese Einschränkung dadurch mehr als ausgeglichen wird, daß die Objekte nun auch näher an ihr jeweiliges Bezugsobjekt heranrücken, und somit viel seltener als vorher außerhalb des Raumes liegen. Die höhere Zahl von gültigen Vektoren wird also vor allem durch die geänderte Gebietsauswahl erreicht.

Weiterhin ist der große Unterschied zwischen den ersten beiden Zeilen bemerkenswert, der allerdings auch vorher schon vorlag, wenn auch in schwächerer Form. Obwohl in beiden Fällen insgesamt drei Relationen und vier Objekte gegeben sind, werden bei der zweiten Szenerie viel mehr gültige Vektoren gefunden. Solche Unterschiede werden durch die Reihenfolge verursacht, in der die Relationen abgearbeitet werden. Die Relationen sind in der Tabelle entsprechend dieser Reihenfolge angegeben. Diese Reihenfolge ist also erkennbar nicht in jeden Fall optimal, wenn z.B. wie bei der ersten Szenerie die ersten beiden Relationen kein Objekt gemeinsam haben, aber die dann folgende Relation *kein* neues Objekt einführt, so daß sie nur selten erfüllt werden kann.

Wenn der Wert der letzten Spalte sich bei verschieden großer Zahl von maximalen Versuchen nicht oder kaum ändert (wie z.B. bei der ersten Szenerie), bedeutet dies, daß jede neue Relation (falls überhaupt) schon nach wenigen Versuchen eingefügt wird, so daß die Angabe einer höheren Zahl von maximalen Versuchen wenig sinnvoll ist, da sich dadurch nur die Ausführungszeit verlängert. In diesem Fall lassen sich also die Ergebnisse auch durch eine Erhöhung der maximalen

Versuchsanzahl ab einem bestimmten Wert nicht mehr verbessern.

### 1.4.9 Resümee

Wir haben in diesem Projekt versucht, ein möglichst allgemeines Verfahren zu entwickeln, mit dem der semantische Inhalt räumlicher Relationen erlernt werden kann. Dazu haben wir definiert, wie wir uns die Darstellungen von räumlichen Relationen vorstellen.

Wenn wir die Ergebnisse betrachten, so können wir feststellen, daß es uns gelungen ist, die Depiktionen einzelner räumlicher Relationen in der gewünschten Qualität zu erzeugen. Die Darstellung komplexer Szenen hingegen ist noch verbesserungsfähig.

Diese Aufgabe ist jedoch ohne zusätzliche Information über die einzelnen Objekte nicht zu lösen. Dabei steht im Vordergrund, daß nicht alle Objekte gleich behandelt werden können. Dieses Zusatzwissen ist kontextabhängig, im Falle der von uns betrachteten Raumbeschreibung könnte man zum Beispiel folgende Überlegungen einfließen lassen:

- Ein Schrank wird mit größerer Wahrscheinlichkeit an der Wand stehen als eine Lampe oder eine Person.
- Die Beschreibung eines Raumes wird sich üblicherweise an einem Bezugspunkt orientieren. Diesen müßte man bei der Depiktion der Szene berücksichtigen und die Reihenfolge der Erfüllung der Relationen danach ausrichten.

Diese Zusatzinformationen sind jedoch sehr problemspezifisch und nicht verallgemeinerbar. Deshalb wurde im Rahmen dieser Arbeit nicht genauer darauf eingegangen.

## 1.5 Ausblick

Es ist uns durch die verschiedenen, in den vorigen Abschnitten aufgeführten Methoden gelungen, die Qualität der Depiktionen zu verbessern. Die dargestellten Relationen entsprechen eher als vorher dem menschlichen Empfinden dieser Relationen. Außerdem werden zu einer vorgegebenen Szenerie mehr Depiktionen gefunden, und die Fehlerrate ist niedriger als vorher. Insofern war unsere Arbeit recht erfolgreich.

Trotzdem sind wir an gewisse Grenzen gestoßen. Es ist festzustellen, daß trotz dieser Verbesserungen die Anordnung der Objekte in den meisten Fällen, auf jeden Fall aber bei komplexeren Depiktionen, immer noch nicht einer Anordnung nahekommt, wie sie von einem Menschen mit den gleichen Vorgaben vorgenommen worden wäre.

Dies liegt vor allem daran, daß Menschen zusätzliches Vorwissen haben, wie die im vorigen Abschnitt angesprochenen Beispiele zeigen. Außerdem können Objekte in bestimmten Situationen, z.B. wenn sie nahe beieinander stehen, die objektiven Bedingungen einer Relationen verletzen, aber trotzdem nach menschlichem Empfinden diese Relation erfüllen.

Will man dieses zusätzliche Wissen berücksichtigen, um zufriedenstellende Depiktionen zu erhalten, wird wahrscheinlich eine Zusammenarbeit mit Psychologen notwendig sein, um die Gesetzmäßigkeiten der menschlichen Raumvorstellung besser in Regeln fassen zu können.



# Literaturverzeichnis

- [1] C. Gips. Erfüllung von Constraintnetzen beim räumlichen schließen. Master's thesis, TU Berlin, 2000.
- [2] W. Müller and F. Wysotzki. The Decision-Tree Algorithm CAL5 Based on a Statistical Approach to Its Splitting Algorithm. In G. Nakhaeizadeh and C. C. Taylor, editors, *Machine Learning and Statistics - The Interface*, pages 45–65. Wiley, 1997.
- [3] S. Wiebrock and F. Wysotzki. Lernen von räumlichen relationen mit CAL5 und DIPOL. Technical Report Fachberichte des Fachbereichs Informatik, ISSN 1436-9915, Report No. 99-17, TU Berlin, 1999. <http://ki.cs.tu-berlin.de/~sppraum/Papers/Studproj/main.ps.Z>.