

# Rechenverfahren zum langsamen Manövrieren aus dem Projekt SLOWMAN

Dr.-Ing. Henning Weede, HSVA

## 1. Einleitung

Gemeinsam mit der SVA Potsdam hat die HSVA das vom BMWi geförderte Forschungsvorhaben SLOWMAN abgeschlossen. Gegenstand war die Entwicklung eines Systems zur Simulation langsam manövrierender Schiffe, auch auf flachem Wasser, da entsprechende Untersuchungen häufiger nachgefragt werden. Manöver, die bei Geschwindigkeiten nahe der Betriebsgeschwindigkeit und mäßigen Driftwinkeln und Gierraten auf Tiefwasser erfolgen, können zufriedenstellend simuliert werden. Eine Untersuchung langsamer Manöver im Flachwasser kann aber bislang experimentell nur mit großem Aufwand oder numerisch sehr eingeschränkt durchgeführt werden. Typische Manöver im Stand oder bei kleinen Geschwindigkeiten sind Hafenmanöver, dynamisches Positionieren, Einsatz von Querstrahlern, Schleppertätigkeiten, An- und Ablegen, Drehen und andere. Hinter „langsam“ verbirgt sich der Sachverhalt, dass anders als bei schneller Fahrt Driftwinkel und Drehkreisradien beliebige Werte annehmen können bis hin zum Traversieren und Drehen auf der Stelle.

Die Arbeiten bestanden aus der Entwicklung neuer Methoden, Modellversuchen und RANSE-Berechnungen sowie der Integration vorhandener Methoden in ein modulares Manövriersimulationssystem das den Bewegungsablauf des manövrierenden Schiffes unter Berücksichtigung geringer Geschwindigkeiten, externer Kräfte (Wind, Seegang, Schlepplein) und Flachwassereffekte numerisch simuliert.

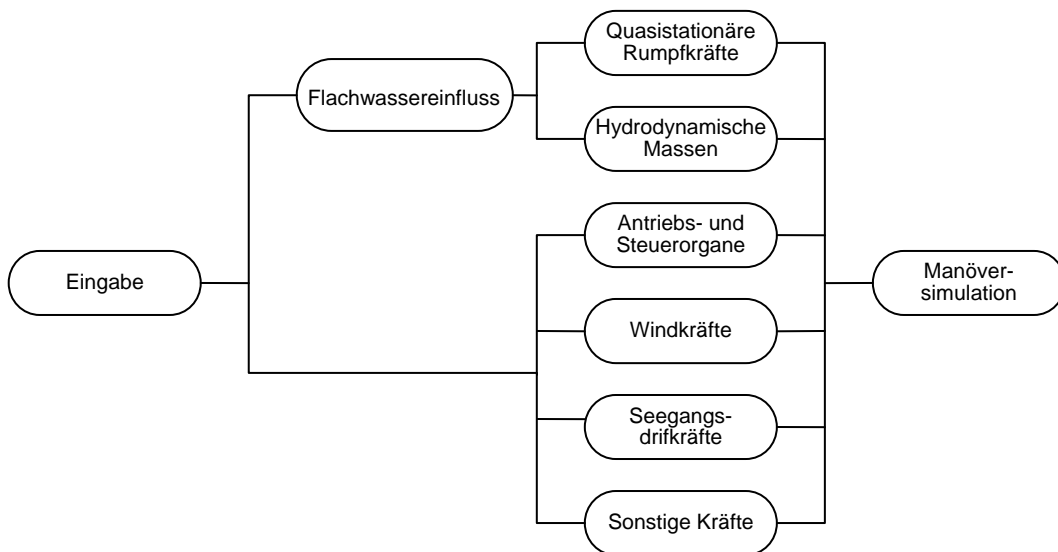
Hier werden das modulare Manövriersimulationssystem kurz vorgestellt, die Bewegungsgleichungen gezeigt und zwei Neuentwicklungen präsentiert:

- eine neue Methode zur konformen Abbildung eines Dipols (bzw. für Flachwasser: einer übereinander angeordneten Serie von Dipolen) in den genauen Verlauf fast beliebiger Spantkonturen, um die ebene Querumströmung des Schiffes und damit seine hydrodynamischen Massen zu bestimmen,
- ein neuer Ansatz für die Regressionsanalyse, um gemessene und RANS-berechnete quasistationäre Rumpfkraften von Vergleichsschiffen als numerisches Modell auf andere Schiffe anzuwenden. Der Ansatz ist der Strömungsmechanik angepasst und berücksichtigt, dass sowohl das Quadrat der Anströmgeschwindigkeit als auch die Anströmrichtung längs des Schiffes variabel sind, und zwar

beim langsamen Manövrieren ganz besonders extrem. Insbesondere vermeidet er eine Division durch Null beim Drehen auf der Stelle.

## 2. Modulares Manövriersimulationssystem

Das modulare System zur Simulation der Manövrierbewegungen, die sich aus Steuersignalen wie z.B. Ruderwinkel, Propellerdrehzahlen bzw. Leistung, Querstrahlruder- oder Schleppereinwirkung und aus Störsignalen wie z.B. Wind ergeben, ist unten schematisch dargestellt.



*Quasistationäre Kräfte des Rumpfes* werden aus archivierten Messdaten oder RANSE-Rechenergebnissen als Funktion der Bewegungskordinaten durch Regressionsanalyse, siehe Abschnitt 5, gebildet. Modellversuche und RANSE-Berechnungen wurden für drei Referenzschiffe für Tief- und Flachwasser durchgeführt.

*Hydrodynamische Massen* werden mittels einer neu entwickelten Streifenmethode, siehe Abschnitt 4, die auch für Flachwasser geeignet ist, berechnet.

*Antriebs- und Steuerorgane* wie Propeller, Pod-Antriebe, Querstrahler, Ruder und sonstige Flossen werden berücksichtigt indem deren hydrodynamische Kräfte mit vorhandenen Messungen oder empirische Formeln bestimmt werden können.

*Windkräfte* werden aus dem Katalog von Blendermann [2] bestimmt.

*Seegangdrifkräfte* werden grob abgeschätzt.

*Sonstige externe Kräfte* um beispielsweise Schleppertätigkeiten simulieren zu können sind definierbar.

*Manöversimulationen* werden durch zeitliche Integration den Bewegungsgleichungen (siehe Abschnitt 3) bewerkstelligt, wobei einzelne Beiträge der oben genannten Module einfließen.

### 3. Manövrier-Bewegungsgleichungen

Die Bewegungsgleichungen werden bei Vernachlässigung von Tauch- und Stampfbewegung für vier Freiheitsgrade formuliert, und zwar im aufrechten körperfesten System (körperfest, jedoch ohne Krängung), und bezüglich der Rollbewegung linearisiert. Da Grenzschicht und Wirbelfäden einen nur geringen Anteil am umgebenden Volumen einnehmen rühren die Trägheitseffekte im wesentlichen von einer Potenzialströmung her. Daraus ergibt sich eine lineare Abhängigkeit der hydrodynamischen Trägheitskräfte von den Beschleunigungen, die hier mit hydrodynamischen Massen ausgedrückt wird. Bekanntlich lassen sich am ausgetauchten Starrkörper die Bewegungsgleichungen entkoppeln, indem man den Schwerpunkt als Bezugspunkt verwendet und die Hauptträgheitsachsen als Koordinatensystem. Dasselbe gelingt auch für ein manövrierendes Schiff, bei dem man die Masse und Massenträgheitsmomente mit den hydrodynamischen Massen zusammenfasst. Man verwendet den hydrodynamisch effektiven Schwerpunkt

$$x_0 = \frac{mx_G + m_{yz}^{(tr)}}{m + m_{yy}^{(tt)}} \quad ; \quad y_0 = 0 \quad ; \quad z_0 = \frac{mz_G - m_{xy}^{(rt)}}{m + m_{yy}^{(tt)}}$$

als Koordinatenursprung und vernachlässigt das Deviationsmoment  $I_{xz}$  sowie  $\varphi m z_G$  und  $m_{xz}^{(rr)}$ . Allein mit diesem Koordinatenursprung lauten die entkoppelten Bewegungsgleichungen des manövrierenden Schiffes

$$\begin{aligned} \dot{u} &= \frac{(m + m_{yy}^{(tt)})vr + (mx_G + m_{yz}^{(tr)})r^2 - 2m z_G rp + \sum X_{Rest}}{(m + m_{xx}^{(tt)})} \\ \dot{v} &= \frac{- (m + m_{xx}^{(tt)})ur - \varphi m z_G r^2 + \sum Y_{Rest}}{(m + m_{yy}^{(tt)})} \\ \dot{r} &= \frac{- (mx_G + m_{yz}^{(tr)})ur - (m_{yy}^{(tt)} - m_{xx}^{(tt)})uv + \varphi m z_G vr + \sum N_{Rest}}{(I_{zz} + m_{zz}^{(rr)})} \\ \dot{p} &= \frac{m z_G ur - \varphi m_{zy\varphi}^{(tt)}v^2 - 2\varphi m_{zz\varphi}^{(tr)}vr + \varphi (I_{yy} - I_{zz} + m_{yz\varphi}^{(rr)})r^2 + \sum K_{Rest}}{(I_{xx} + m_{xx}^{(rr)})} \end{aligned}$$

Die Kräfte und Momente  $\sum X_{Rest}$ ,  $\sum Y_{Rest}$ ,  $\sum N_{Rest}$ ,  $\sum K_{Rest}$  bezeichnen die gesamten äußeren Kräfte und Momente ausgenommen der hydrodynamischen

schen Trägheitsanteile. Die Simulation des manövrierenden Schiffes besteht darin, diese Gleichungen numerisch zu integrieren.

## 4. Berechnung der hydrodynamischen Massen

Die in diesem Vorhaben entwickelte Streifenmethode zur schnellen Berechnung hydrodynamischer Massen in flachem und tiefem Wasser stützt sich auf mehrere Vorarbeiten. Adil et al. [1] wie auch Clarke [3] hatten Vorschläge zur Berechnung einfacher geometrischer Formen mit Flachwasser-Streifenmethoden, die in diesem Vorhaben dankend aufgenommen und für konkrete Schiffsgeometrien weiterentwickelt wurden. Weitere Ideen hierzu stammen von Embrée und Trefethen [5]. Möglichkeiten und Einschränkungen der Methode, einen Dipol zum Schiffsspannt zu verzerren ähneln denen der Streifenmethode nach Yeung [6]. Panelmethoden vermögen zwar die Potenzialumströmung des Schiffes genauer darzustellen, jedoch um den Preis längerer Rechenzeiten.

Die hydrodynamischen Massen lassen sich einerseits anhand ihrer Definition beschreiben und andererseits mit einer praktischen Anleitung zu ihrer Berechnung.

Zur Definition: Die Green'schen Funktionen - dies sind Strömungspotenziale infolge einer Schiffsbewegung mit der Geschwindigkeit 1 in jeweils einem Freiheitsgrad - werden zu einem Vektor  $\underline{\Phi}^{(t)}$  der translatorischen und einem Vektor  $\underline{\Phi}^{(r)}$  der rotatorischen Green'schen Funktionen zusammengefasst. Im körperfesten System und bei Integration über die benetzte Außenhaut bzw. das umgebende Kontrollvolumen sind die hydrodynamischen Massen die Komponenten der folgendermaßen definierten hydrodynamischen Massentensoren:

$$\begin{aligned}\underline{\underline{m}}^{(tt)} &= \rho \int_{(V)} \nabla \otimes \underline{\phi}^{(t)} dV = -\rho \int_{(Ah)} d\underline{\underline{A}} \otimes \underline{\phi}^{(t)} \\ \underline{\underline{m}}^{(tr)} &= \rho \int_{(V)} \nabla \otimes \underline{\phi}^{(r)} dV = -\rho \int_{(Ah)} d\underline{\underline{A}} \otimes \underline{\phi}^{(r)} \\ \underline{\underline{m}}^{(rt)} &= \rho \int_{(V)} (\underline{x} \times \nabla) \otimes \underline{\phi}^{(t)} dV = -\rho \int_{(Ah)} (\underline{x} \times d\underline{\underline{A}}) \otimes \underline{\phi}^{(t)} \\ \underline{\underline{m}}^{(rr)} &= \rho \int_{(V)} (\underline{x} \times \nabla) \otimes \underline{\phi}^{(r)} dV = -\rho \int_{(Ah)} (\underline{x} \times d\underline{\underline{A}}) \otimes \underline{\phi}^{(r)}\end{aligned}$$

Zur praktischen Berechnung: Die wesentlichen hydrodynamischen Massen beruhen auf einer Potenzialströmung um den einzelnen Spant infolge

dessen Querbewegung. Diese wird als näherungsweise eben angenommen, so dass sie sich durch ein komplexes Strömungspotenzial  $f(y+iz)$  darstellen lässt. Die Green'sche Funktion der Querbewegung lautet damit

$$\phi_y^{(t)} = \phi = y - \mathbf{Re} \left( f(y+iz) \right)$$

und die Green'sche Funktion der Gierbewegung dementsprechend

$$\phi_z^{(r)} = x \phi$$

Wie das komplexe Strömungspotenzial  $f(y+iz)$  und damit die Green'sche Funktion der Querbewegung zustande kommt wird in den nächsten Kapiteln beschrieben.

Daraus ergeben sich drei hydrodynamische Massenverteilungen entlang des Schiffes:

$$\mu_{yy}^{(tt)} = -\varrho \int_{(s)} \phi e_{ny} ds = -\varrho \int_{(s)} \mathbf{Re} (z_{Sec} - f(z_{Sec})) \mathbf{Im}(dz_{Sec})$$

$$\mu_{zy\varphi}^{(tt)} = -\varrho \frac{\partial}{\partial \varphi} \int_{(s)} \phi e_{nz} ds = \varrho \frac{\partial}{\partial \varphi} \int_{(s)} \mathbf{Re} (z_{Sec} - f(z_{Sec})) \mathbf{Re}(dz_{Sec})$$

$$\mu_{xy}^{(rt)} = \varrho \int_{(s)} \phi (z e_{ny} - y e_{nz}) ds = \varrho \int_{(s)} \mathbf{Re} (z_{Sec} - f(z_{Sec})) \mathbf{Re} (\overline{z_{Sec}} dz_{Sec})$$

Sie werden über die benetzte Bogenlänge des einzelnen Spantes integriert. Dabei sind  $e_{ny}$  und  $e_{nz}$  die y- und z-Komponente des äußeren Normaleneinheitsvektors.  $z_{Sec}$  ist die Spantkontur als komplexe Funktion einer reellen Variablen.

Damit werden die hydrodynamischen Massen der Quer- und Gierbewegung:

$$m_{yy}^{(tt)} = \int_{(L)} \mu_{yy}^{(tt)} dx \quad ; \quad m_{zy\varphi}^{(tt)} = \int_{(L)} \mu_{zy\varphi}^{(tt)} dx$$

$$m_{yz}^{(tr)} = \int_{(L)} x \mu_{yy}^{(tt)} dx \quad ; \quad m_{zz\varphi}^{(tr)} = \int_{(L)} x \mu_{zy\varphi}^{(tt)} dx$$

$$m_{xy}^{(rt)} = \int_{(L)} \mu_{xy}^{(rt)} dx \quad ; \quad m_{yy\varphi}^{(rt)} = -m_{zz\varphi}^{(tr)} \quad ; \quad m_{zy}^{(rt)} = m_{yz}^{(tr)}$$

$$m_{xz}^{(rr)} = \int_{(L)} x \mu_{xy}^{(rt)} dx \quad ; \quad m_{yz\varphi}^{(rr)} = - \int_{(L)} x^2 \mu_{zy\varphi}^{(tt)} dx \quad ; \quad m_{zz}^{(rr)} = \int_{(L)} x^2 \mu_{yy}^{(tt)} dx$$

Die hydrodynamische Masse der Surgebewegung ist klein im Vergleich zur Verdrängung und wird geschätzt:

$$m_{xx}^{(tt)} \approx m \left( 1 - 0.53 \frac{T}{B} + 0.078 \left( \frac{T}{B} \right)^2 + 0.035 \left( \frac{T}{B} \right)^3 \right) \frac{\pi T^2}{4} B/V$$

Dies entspricht einem Ponton nach Clauss [4]. Das hydrodynamische Massenträgheitsmoment der Rollbewegung ist klein im Vergleich zum Roll-Massenträgheitsmoment und wird ebenfalls geschätzt:

$$m_{xx}^{(rr)} \approx (0.02 B)^2 m$$

#### 4.1 Konforme Abbildung eines Tiefwasser-Dipols

Es handelt sich um eine Weiterentwicklung der Methode der Lewis-Spannten [6]: der Ansatz wird auf unendlich viele Reihenglieder erweitert. Eine Kreiskontur, dargestellt als komplexe Funktion eines reellen Kurvenparameters

$$z_{Dip}(\varphi) = R e^{i\varphi}$$

wird bei Einheitsgeschwindigkeit mit folgendem komplexen Strömungspotenzial umströmt:

$$f(z) = z + \frac{R^2}{z}$$

Eine konforme Abbildung mit folgendem Reihenansatz

$$\zeta(z) = z + \sum_{j=0}^{\infty} \frac{c_j}{z^j}$$

verzerrt das Kreisprofil  $z_{Dip}(\varphi)$  in eine Form, die bei entsprechenden Koeffizienten  $c_j$  und entsprechendem Radius  $R$  mit der gegebenen Spantkontur  $z_{Sec}(\varphi)$ , ergänzt um ihr Spiegelbild an der freien Oberfläche, zur Deckung gebracht wird:

$$\zeta(z_{Dip}(\varphi)) = R e^{i\varphi} + \sum_{j=0}^{\infty} \frac{c_j}{R^j} e^{-ij\varphi} \approx z_{Sec}(\varphi)$$

Eine Fehlerquadratminimierung

$$\left| R e^{i\varphi} + \sum_{j=0}^{\infty} \frac{c_j}{R^j} e^{-ij\varphi} - z_{Sec}(\varphi) \right|^2 = \min$$

ergibt den Radius  $R$  des Kreisprofils und die Koeffizienten  $c_j$  der konformen Abbildung:

$$R = \mathbf{Re} \left( \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} z_{Sec}(\varphi) e^{-i\varphi} d\varphi \right) \quad ; \quad c_j = R^j \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} z_{Sec}(\varphi) e^{ij\varphi} d\varphi$$

Hierzu kann der FFT-Algorithmus verwendet werden. Welcher Punkt des Kreisprofils in welchen Punkt der Spantkontur abgebildet wird ist noch undefiniert. Im allgemeinen wird sich kein zufriedenstellendes Ergebnis bil-

den, sondern eine Kurve voller Schlaufen (Kinken) insbesondere an scharfen Knicken. Dies lässt sich durch eine iterative Neudiskretisierung der Spantkontur vermeiden. Man bestimmt jedesmal, welcher Punkt der äquidistant diskretisierten Kreiskontur auf welche Stelle der Spantkontur abgebildet wurde und diskretisiert die Bogenlänge der Spantkontur entsprechend neu.

## 4.2 Konforme Abbildung eines Flachwasser-Dipols

Der Dipol wird nun an der freien Oberfläche und am Boden unendlichfach gespiegelt. Es wird eine vertikale Aneinanderreihung unendlich vieler Dipole angesetzt, deren Abstand voneinander doppelt so groß ist wie die Wassertiefe  $d$ . Diese Reihenentwicklung lässt sich durch einen geschlossenen Ausdruck ersetzen und mit der Länge  $2d/\pi$  dimensionslos darstellen. Das komplexe Strömungspotenzial bei Einheitsgeschwindigkeit lautet

$$f(z) = z + \sum_{j=-\infty}^{\infty} \frac{R^2}{z + 2ijd} = z + \frac{R^2}{\frac{2d}{\pi} \tanh\left(\frac{\pi z}{2d}\right)} = \frac{2d}{\pi} \left( z^* + \frac{R^{*2}}{\tanh z^*} \right)$$

Die in einen Spant zu verzerrende Kontur ist dadurch definiert, dass auf ihr der Imaginärteil verschwindet.

$$\mathbf{Im} \left( z_{Dip}^* + \frac{R^{*2}}{\tanh z_{Dip}^*} \right) = 0$$

In Tiefwasser war sie ein Kreis, aber in Flachwasser lässt sie sich nicht geschlossen angeben, auch nicht als Ellipse, sondern nur anhand dieser Randbedingung.

Entwickelt wurde eine konforme Abbildung  $\zeta(z)$ , welche diese Dipol-Kontur  $\mathbf{Z}_{Dip}(\varphi)$  in die gegebene Spantkontur  $\mathbf{Z}_{Sec}(\varphi)$  verzerrt, mit dem Kurvenparameter  $\varphi$ :

$$\zeta^*(z_{Dip}^*(\varphi)) \approx z_{Sec}^*(\varphi)$$

Als Kurvenparameter dient das, was in Tiefwasser der Zentriwinkel der Kreiskontur wäre, nämlich das Argument der komplexen Zahl:

$$\varphi = \mathbf{arg}(z_{Dip}^*) = \arctan \left( \frac{\mathbf{Im}(z_{Dip}^*)}{\mathbf{Re}(z_{Dip}^*)} \right)$$

Wie in Tiefwasser wird für die konforme Abbildung eine Reihenentwicklung angesetzt:

$$\zeta^*(z^*) = z^* + \sum_{j=0}^{\infty} c_j^* N_j(z^*)$$

wobei nun jedoch jede Ansatzfunktion  $N_j(z^*)$  ihrerseits in eine Reihe entwickelt wird, um die Flachwasser-Randbedingungen zu erfüllen:

$$N_j(z^*) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \frac{R^{*j}}{(z^* + ik\pi)^j} \quad \text{jedoch} \quad N_0(z^*) = 1$$

Die ersten lassen sich geschlossen angeben

$$N_0(z^*) = 1$$

$$N_1(z^*) = R^* \frac{1}{\tanh z^*}$$

$$N_2(z^*) = R^{*2} \left( \frac{1}{\tanh^2 z^*} - 1 \right)$$

und alle weiteren mit einem Rekursionsschema

$$N_{j+1} = R^{*j+1} \sum_{k=0}^{j+1} a_{j+1,k} \tanh^{-k} z^*$$

mit

$$a_{j+1,k} = \begin{cases} -\frac{k+1}{j} a_{j,k+1} & \text{falls } 0 \leq k \leq 1 \\ \frac{k-1}{j} a_{j,k-1} - \frac{k+1}{j} a_{j,k+1} & \text{falls } 2 \leq k \leq j-1 \\ \frac{k-1}{j} a_{j,k-1} & \text{falls } j \leq k \leq j+1 \end{cases}$$

Um die Koeffizienten  $C_j$  zu bestimmen, mit denen diese Ansatzfunktionen zu gewichten sind, damit die konform abgebildete Dipol-Kontur möglichst genau mit dem Spant übereinstimmt, wird der mittlere quadratische Fehler minimiert:

$$\left| \zeta^*(z_{Dip}^*(\varphi)) - z_{Sec}^*(\varphi) \right|^2 = \min$$

Hieraus entsteht ein lineares Gleichungssystem zur Berechnung der Koeffizienten. Wesentlicher Teil des Verfahrens sind Maßnahmen, um zu verhindern, dass dieses Gleichungssystem zur Laufzeit immer wieder gelöst werden muss. Stattdessen wurden vorgefertigte konstante Matrizen entwickelt, die nur einmal für alle Projekte laufzeitintensiv berechnet wurden und danach im Anwendungsfall nur von einer Datei eingelesen werden müssen.

Hierzu wird die Spantkontur, ergänzt um ihr Spiegelbild an der freien Oberfläche und dargestellt als komplexe Funktion  $z_{Sec}(\varphi)$  mit Hilfe des FFT-Algorithmus in eine Fourierreihe entwickelt:

$$z_{sec}^*(\varphi) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} z_{sec,j} e^{ij\varphi}$$

Die Matrizen, die von einer Datei eingelesen werden anstatt jedesmal Rechenzeit zu kosten, hängen von  $R^*$  ab und liegen für diskrete Werte dieses Parameters in der Datei bereit. Sie sind definiert als



$$\begin{aligned}
A_{jk} &= \frac{1}{2\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \overline{N}_j(z_{Dip}^*) N_k(z_{Dip}^*) d\varphi & B_j &= \frac{1}{2\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} \overline{z}_{Dip}^* N_j(z_{Dip}^*) d\varphi \\
C_{jk} &= \frac{1}{2\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} N_j(z_{Dip}^*) e^{-ik\varphi} d\varphi & D &= \frac{1}{2\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} z_{Dip}^* \overline{z}_{Dip}^* d\varphi \\
E_j &= \frac{1}{2\pi} \int_{\varphi=0}^{2\pi} z_{Dip}^* e^{-ij\varphi} d\varphi & [F] &= [A]^{-1}
\end{aligned}$$

Mit diesen eingelesenen Werten lassen sich die Koeffizienten der konformen Abbildung berechnen:

$$c_j^* = \sum_{k=0}^{\infty} F_{jk} \left( \sum_{l=-\infty}^{\infty} \overline{C}_{kl} z_{Sec,l}^* - \overline{B}_k \right)$$

Unbekannt und iterativ zu suchen ist dann nur noch  $R^*$ . Suchkriterium ist die Fehlerquadratminimierung

$$\begin{aligned}
& \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \overline{c}_j^* A_{jk} c_k^* + D + \sum_{j=-\infty}^{\infty} |z_{Sec,j}^*|^2 \\
& + 2\text{Re} \left( \sum_{j=0}^{\infty} c_j^* \left( B_j - \sum_{k=-\infty}^{\infty} C_{jk} \overline{z}_{Sec,k}^* \right) - \sum_{j=-\infty}^{\infty} E_j \overline{z}_{Sec,j}^* \right) = \min
\end{aligned}$$

Wie in tiefem Wasser muss auch hier die Diskretisierung der Spantkontur iterativ verbessert werden, um Schlaufen (Kinken) in der konform abgebildeten Dipol-Kontur zu verhindern.

Das so entstandene Programm *mancomap* (manoeuvring conformal mapping) kennzeichnet sich durch eine Schnelligkeit, die interaktives Arbeiten ermöglicht, was bei Panel-Methoden eher fraglich wäre, d.h. bei einer für DXF-Dateien typische Spantenanzahl sind in wenigen Minuten die hydrodynamischen Massen berechnet.

An seine numerischen Grenzen stößt das Verfahren bei einem Verhältnis Wassertiefe/Tiefgang von 1.4.

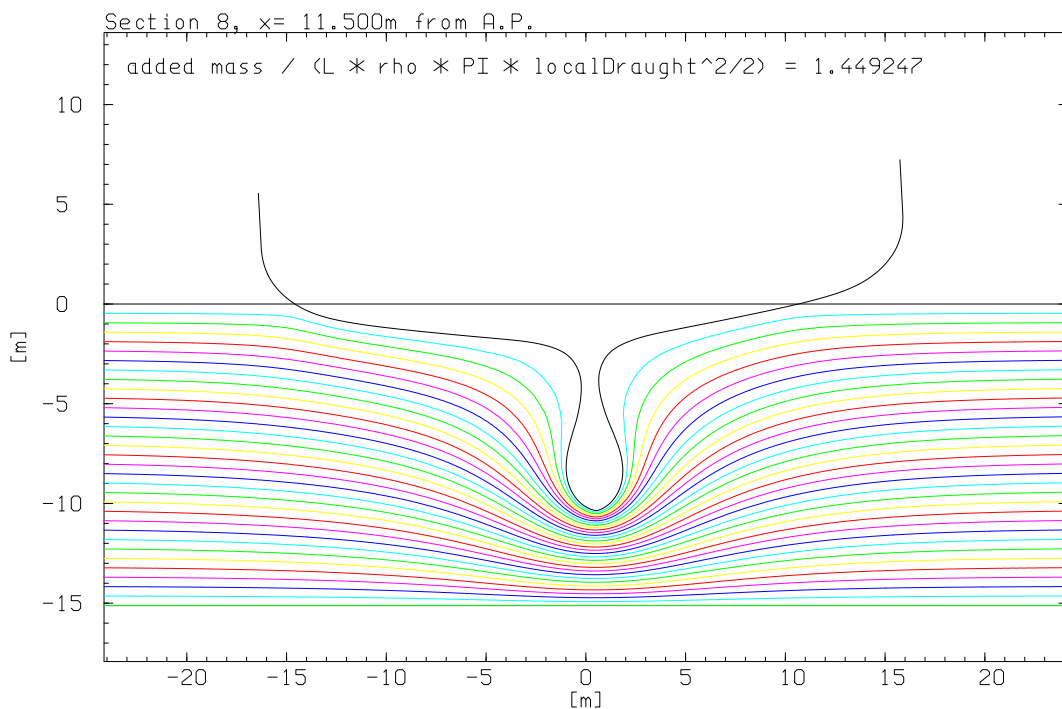
Die hydrodynamischen Massen werden folgendermaßen ausgegeben, damit sie vom Simulationsprogramm eingelesen und verwendet werden können:

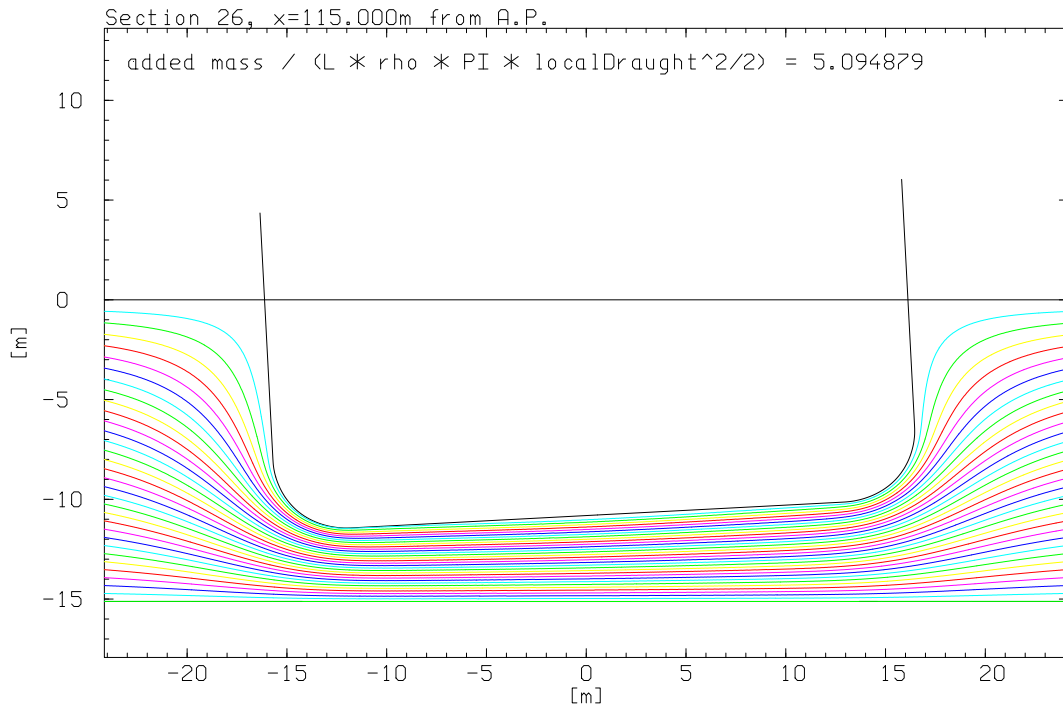
```
# Hydrodynamic added masses
# or their derivative with respect to the heeling angle [rad],
# respectively:
```

```
DXFFile = kcs.dxf
Lpp = 230.000 m
B = 32.200 m
Td = 10.800 m
Ta = 10.800 m
Tf = 10.800 m
Depth = 15.120 m
DisplacementVolume = 51970 m^3

m_{11}/(rho*v) = 5.63243e-002
m_{22}/(rho*v) = 2.79784e+000
m_{32phi}/(rho*v) = -2.69502e+000
m_{42}/(rho*v*L) = -3.40594e-002
m_{52phi}/(rho*v*L) = -2.91927e-001
m_{62}/(rho*v*L) = -1.28628e-003
m_{44}/(rho*v*L^2) = 7.84000e-006
m_{26}/(rho*v*L) = -1.28628e-003
m_{36phi}/(rho*v*L) = 2.91927e-001
m_{46}/(rho*v*L^2) = 4.69600e-003
m_{56phi}/(rho*v*L^2) = 2.11114e-002
m_{66}/(rho*v*L^2) = 1.41807e-001
```

Dass das Verfahren keine mehrteiligen Spanten (etwa im Bereich eines Bugwulstes) darstellen kann wird durch Interpolation ausgeglichen. Auf Wunsch bekommt der Benutzer Stromlinienbilder angezeigt. Folgende Beispiele zeigen, dass auch Extremfälle gut wiedergegeben werden. Es handelt sich um zwei Spanten des KCS (Kriso Container Ship) bei 3° Krängung.





## 5. Regressionsanalyse für stationäre Rumpfkkräfte

Nachdem die hydrodynamischen Trägheitsanteile abgespalten sind, können die restlichen hydrodynamischen Kräfte und Momente als quasistationär betrachtet werden. Sie lassen sich aus Mess- und CFD-Ergebnissen von Vergleichsschiffen bilden, und zwar dimensionslos zwecks Übertragung vom Vergleichsschiff aufs aktuelle Projekt

$$X^* = \frac{X}{\frac{\rho}{2} U_{ref}^2 B T} \quad ; \quad Y^* = \frac{Y}{\frac{\rho}{2} U_{ref}^2 L T} \quad ; \quad N^* = \frac{N}{\frac{\rho}{2} U_{ref}^2 L^2 T} \quad ; \quad K^* = \frac{K}{\frac{\rho}{2} U_{ref}^2 L T^2}$$

abhängig von den dimensionslosen Bewegungskordinaten

$$u^* = \frac{u}{U_{ref}} \quad ; \quad v^* = \frac{v}{U_{ref}} \quad ; \quad r^* = \frac{rL}{U_{ref}}$$

sowie vom Krängungswinkel  $\varphi$  und vom Verhältnis Tiefgang / Wassertiefe  $T/d$ , welches besser für Näherungsformeln geeignet ist als sein Kehrwert, weil es endlich bleibt. Als Bezugsgeschwindigkeit

$$U_{ref} = \sqrt{u^2 + v^2 + (rL)^2/12}$$

dient dabei eine Größe, die in keinem Bewegungszustand (außer Ruhe) null werden kann, auch beim Drehen auf der Stelle nicht:

Langsam manövrierende Schiffe weisen beliebig große Driftwinkel auf, sowie Drehkreisradien beliebiger Größe zwischen null und unendlich.

Ohne Drehbewegung liegt es nahe, die Kraft- und Momentenbeiwerte in eine Fourierreihe des Driftwinkels zu entwickeln. Mit Drehbewegung weist jedoch jede Stelle  $x$  entlang des Schiffes einen anderen Driftwinkel auf. Deshalb setzen wir die Kräfte und Momente durch Integration von Verteilungen längs des Schiffes zusammen und verwenden eine Abhängigkeit vom örtlichen Driftwinkel  $\beta_l$

$$\beta_l = \arctan \frac{-(v + rx)}{u} \Rightarrow e^{i\beta_l} = \sqrt{\frac{u - i(v + rx)}{u + i(v + rx)}}$$

Wenn man die Beiträge aus dem Quadrat der örtlichen Geschwindigkeit multipliziert mit der Fourierreihe des örtlichen Driftwinkels über die Schiffslänge integriert (im Falle des Giermoments mit einem Hebelarm) und dabei die Abhängigkeit von der  $x$ -Koordinate als Polynom ansetzt entstehen Ansatzfunktionen der Art

$$F_{j+k(jmax-jmin+1)}(u^*, v^*, r^*) \\ = \int_{\xi=-1/2}^{1/2} \left( u^{*2} + (v^* + r^*\xi)^2 \right) \sqrt{\frac{u^* - i(v^* + r^*\xi)}{u^* + i(v^* + r^*\xi)}}^j \xi^k d\xi$$

die sich zwar nicht geschlossen, sondern nur numerisch darstellen lassen, die aber geeignet sind, auch extreme Sonderfälle mit zu erfassen, z.B. drehen auf der Stelle. Die Abhängigkeit vom Krängungswinkel wird linearisiert, und die Abhängigkeit vom Verhältnis Tiefgang/ Wassertiefe wird quadratisch approximiert. Der Ansatz für die dimensionslosen quasistationären Kräfte und Momente wird damit

$$X^* = \sum_{(j)} F_j(u^*, v^*, r^*) (X_j + \varphi X_{j\varphi} + (T/d)X_{jd} + (T/d)^2 X_{jdd})$$

$$Y^* = \sum_{(j)} F_j(u^*, v^*, r^*) (Y_j + \varphi Y_{j\varphi} + (T/d)Y_{jd} + (T/d)^2 Y_{jdd})$$

$$N^* = \sum_{(j)} F_{j+jmax-jmin+1}(u^*, v^*, r^*) (Y_j + \varphi Y_{j\varphi} + (T/d)Y_{jd} + (T/d)^2 Y_{jdd})$$

$$K^* = \sum_{(j)} F_j(u^*, v^*, r^*) (K_j + \varphi K_{j\varphi} + (T/d)K_{jd} + (T/d)^2 K_{jdd})$$

Gleichungssysteme zur Berechnung der Koeffizienten ergeben sich aus einer Fehlerquadratminimierung mit Hilfe des Datenmaterials für das jeweilige Vergleichsschiff.

## 6. Zusammenfassung

Es wurde ein System zur Simulation manövrierender Schiffe bei kleinen Geschwindigkeiten, auch in Flachwasser, präsentiert. Besonders wurden hier zwei Neuentwicklungen vorgestellt: Zum einen ein schneller FFT-gestützter Algorithmus zur Berechnung hydrodynamischer Massen auf der Basis eines konform abgebildeten Dipols. Zum anderen spezielle Ansatzfunktionen für eine Regressionsanalyse, um quasistationäre Kräfte und Momente von archivierten Mess- und RANSE-Ergebnissen aufs aktuelle Schiff übertragen zu können. Die Ansatzfunktionen stellen die Abhängigkeit von den Bewegungskordinaten strömungsmechanisch realistisch dar, und zwar sowohl bei beliebigen Driftwinkeln als auch bei beliebigen Drehkreisradien bis hin zum Drehen im Stand.

## Symbolverzeichnis

$d\mathbf{A}$	=	äußerer Normaleneinheitsvektor mal Flächenelement
$B$	=	Breite des Schiffes
$d$	=	Wassertiefe
$I_{xx}$	=	Roll-Massenträgheitsmoment im körperfesten System
$I_{xz}$	=	Deviationsmoment im körperfesten System
$I_{zz}$	=	Gier-Massenträgheitsmoment im körperfesten System
$i$	=	$\sqrt{-1}$
$K$	=	Krängungsmoment im körperfesten, jedoch unvertrimmten System
$K_I$	=	hydrodynamisches Trägheits-Krängungsmoment im körperfesten, jedoch unvertrimmten System
$L = L_{pp}$	=	Länge zwischen den Loten
$m$	=	Masse des Schiffes
$\underline{\underline{\mathbf{m}}^{(tt)}}$	=	hydrodynamischer Massentensor für die Kräfte infolge Translationsbewegung
$\underline{\underline{\mathbf{m}}^{(tr)}}$	=	hydrodynamischer Massentensor für die Kräfte infolge Rotationsbewegung
$\underline{\underline{\mathbf{m}}^{(rt)}}$	=	hydrodynamischer Massentensor für die Momente infolge Translationsbewegung
$\underline{\underline{\mathbf{m}}^{(rr)}}$	=	hydrodynamischer Massentensor für die Momente infolge Rotationsbewegung
$N$	=	Giermoment im körperfesten, jedoch ungekrängten System
$N_I$	=	hydrodynamisches Trägheits-Giermoment im körperfesten, jedoch ungekrängten System
$p$	=	Rollgeschwindigkeit um die unvertrimmte Längsachse
$R$	=	in Tiefwasser: Radius der Dipol-Kontur. In Flachwasser: ein entsprechender Parameter, der die Intensität des Dipols ausdrückt
$r$	=	Giergeschwindigkeit um die ungekrängte, unvertrimmte Hochachse

$s$	=	Bogenlänge entlang der Spant- oder Dipolkontur
$T$	=	Tiefgang
$t$	=	Zeit
$U$	=	Gesamtgeschwindigkeit $\sqrt{u^2 + v^2}$ des Schiffes
$U_{ref}$	=	Bezugsgeschwindigkeit $\sqrt{u^2 + v^2 + (rL)^2/12}$
$u$	=	Horizontalgeschwindigkeit des körperfesten Bezugspunktes in unvertrimmter Längsrichtung
$V$	=	Volumen, Verdrängung
$v$	=	Horizontalgeschwindigkeit des körperfesten Bezugspunktes in ungekrängter Querrichtung
$X$	=	Längskraft im körperfesten, jedoch unvertrimmten System
$X_I$	=	hydrodynamische Trägheits-Längskraft im körperfesten, jedoch unvertrimmten System
$\underline{x}$	=	körperfester Ortsvektor
$x$	=	körperfeste Längskoordinate (ab Hauptspant)
$x_G$	=	körperfeste Längskoordinate des Schwerpunkts
$Y$	=	Querkraft im körperfesten, jedoch ungekrängten System
$Y_I$	=	hydrodynamische Trägheits-Querkraft im körperfesten, jedoch ungekrängten System
$z$	=	je nach Kontext entweder Vertikalkoordinate (ungekrängt, unvertrimmt) oder komplexe Zahl
$z_{Dip}(s)$	=	Dipol-Kontur als komplexe Funktion einer reellen Bogenlänge, in Tiefwasser ein Kreis
$z_G$	=	körperfeste, jedoch ungekrängte, unvertrimmte Vertikalkoordinate des Schwerpunkts
$z_{Sec}(s)$	=	Spantkontur als komplexe Funktion einer reellen Bogenlänge
$\beta$	=	Driftwinkel $\arctan(-v/u)$
$\beta_l$	=	lokaler Driftwinkel $\arctan(-(v + rx)/u)$
$\varphi$	=	je nach Kontext entweder Krängungswinkel oder Parameter (Zentriwinkel) einer komplexen Kurve
$\rho$	=	Dichte des Wassers
$\phi$	=	ebene Green'sche Funktion der Querbewegung eines einzelnen Spantes
$\underline{\phi}^{(t)}$	=	Vektor aus den drei Green'schen Funktionen der Translationsbewegungen
$\underline{\phi}^{(r)}$	=	Vektor aus den drei Green'schen Funktionen der Rotationsbewegungen
$\zeta(z)$	=	konforme Abbildung, die eine Dipol-Kontur zum Schiffsspant verzerrt
$\dot{(\ )}$	=	zeitliche Ableitung $\partial/\partial t$
$(\ )$	=	Vektor (Tensor erster Stufe)
$\underline{\underline{(\ )}}$	=	Tensor zweiter Stufe
$\otimes$	=	dyadische Multiplikation: $(\underline{a} \otimes \underline{b}) \cdot \underline{c} = \underline{a}(\underline{b} \cdot \underline{c})$
$\nabla$	=	Nabla-Operator, Vektor aus den Richtungsableitungen
$(\ )^*$	=	dimensionslose Größe
$\overline{(\ )}$	=	je nach Kontext: entweder konjugiert komplexe Zahl oder Mittelwert

## Literatur

- [1] H. Adil, M. Duan, and Y.Wang. Hydrodynamic coefficients of ships with forward speed in shallow waters. *Journal of Ship Mechanics*, 8(3): 46-54, 2004.
- [2] W. Blendermann. Wind loading of ships - collected data from wind tunnel tests in uniform flow. Bericht 574, Institut für Schiffbau der Universität Hamburg, 1996.
- [3] D. Clarke. The effect of shallow water on manoeuvring derivatives using conformal mapping. *Control Engineering Practice*, 6(5): 629-634, 1998.
- [4] G. Clauss, E. Lehmann, and C. Östergaard, editors. *Meerestechnische Konstruktionen*. Springer-Verlag, 1988.
- [5] Mark Embrée and Lloyd N. Trefethen. Green's functions for multiply connected domains via conformal mapping. *SIAM Review*, 41(4): 745-761, 1998.
- [6] F.M. Lewis. The inertia of water surrounding a vibrating ship. *SNAME Transactions*, (37): 1-20, 1929.
- [7] R. W. Yeung. A singularity distribution method for free-surface flow problems with an oscillating body. Report NA 73-6, UNIV. OF CALIFORNIA AT BERKELEY, COLLEGE OF ENGINEERING, 1974.